

T.C.
FIRAT ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**FDTD İLE MİKRODALGA DEVRE ANALİZİNE YENİ BİR
YAKLAŞIM: ÖZYİNELEMELİ ALT IZGARALAMA**

Yavuz EROL

Tez Yöneticisi
Prof. Dr. Mustafa POYRAZ

DOKTORA TEZİ
ELEKTRİK-ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

ELAZIĞ, 2007

T.C.
FIRAT ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**FDTD İLE MİKRODALGA DEVRE ANALİZİNE YENİ BİR
YAKLAŞIM: ÖZYİNELEMELİ ALT IZGARALAMA**

Yavuz EROL

Doktora Tezi
Elektrik-Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı

Bu tez, /.... / 2007 tarihinde aşağıda belirtilen jüri tarafından oybirliği /oyçokluğu ile başarılı / başarısız olarak değerlendirilmiştir.

Danışman : Prof. Dr. Mustafa POYRAZ

Üye : Prof. Dr. Osman ÖZCAN

Üye : Yrd. Doç. Dr. Halil İbrahim OKUMUŞ

Üye : Yrd. Doç. Dr. Fikret ATA

Üye : Yrd. Doç. Dr. M. Cevdet İNCE

Bu tezin kabulü, Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun/...../..... tarih ve sayılı kararıyla onaylanmıştır.

TEŞEKKÜR

Öncelikle eğitim - öğretim hayatım boyunca maddi ve manevi desteklerini esirgemeyen aileme sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Tez danışmanlığımı yürüten Sayın Prof. Dr. Mustafa Poyraz'a ve tez çalışmalarım süresince bilimsel desteklerini aldığım Sayın Yrd. Doç. Dr. Hasan Hüseyin Balık'a çok teşekkür ederim.

Akademik çalışmalarda bulunmak üzere gittiğim İngiltere-Bristol üniversitesinde tez konumla ilgili destek aldığım Sayın Ian Craddock'a ve çalışmalarım sürecinde her zaman fikirlerinden istifade ettiğim arkadaşım Arş. Gör. Ayhan Akbal'a teşekkür ederim.

İÇİNDEKİLER

TEŞEKKÜR	
İÇİNDEKİLER	I
ŞEKİLLER LİSTESİ	III
TABLolar LİSTESİ	VI
SİMGELER LİSTESİ	VII
KISALTMALAR LİSTESİ	VIII
ÖZET	IX
ABSTRACT	X
1. GİRİŞ	1
1.1. Elektromanyetikte Sayısal Yöntemler.....	1
1.2. Tez İçeriği	3
2. ZAMANDA SONLU FARKLAR (FDTD) YÖNTEMİ	4
2.1. Giriş.....	4
2.2. Maxwell Denklemleri	4
2.3. Yee Hücresi.....	6
2.4. Ayrıklaştırma	8
2.5. FDTD Denklemleri	11
2.6. FDTD Algoritması	12
2.7. Kararlılık Kriteri	14
2.8. Sayısal Dağılım.....	15
2.9. Sınır Şartları	18
2.10. Uygun Kaynak Seçimi	20
2.11. Zaman ve Frekans Cevabı.....	25
3. STANDART FDTD MODELLEMELERİ	27
3.1. Giriş.....	27
3.2. Tek Boyutlu FDTD Formülasyonu	28
3.2.1. Serbest Uzayda Tek Boyutlu Dalga Yayılım Simülasyonu.....	31
3.2.2. Tek Boyutta MUR Sınır Şartı Tanımlama.....	33
3.2.3. Dielektrik Ortamda Tek Boyutlu Dalga Yayılım Simülasyonu	37

3.2.4. Kayıplı Dielektrik Ortamda Tek Boyutlu Dalga Yayılım Simülasyonu.....	39
3.3. İki Boyutlu FDTD Formülasyonu.....	41
3.3.1. TM Modu Analizi.....	42
3.3.2. TE Modu Analizi.....	45
3.3.3. Serbest Uzayda TE Modu İçin İki Boyutlu Dalga Yayılım Simülasyonu.....	47
3.3.4. Dikdörtgen Kesitli Dalga Kılavuzu Modelleme.....	53
3.3.4.1. İçi Hava İle Dolu Dalga Kılavuzu.....	54
3.3.4.2. İçi Dielektrik Malzeme İle Dolu Dalga Kılavuzu.....	63
3.3.5. Dairesel Kesitli Dalga Kılavuzu Modelleme.....	66
4. IZGARALAMA TEKNİKLERİ.....	73
4.1. Giriş.....	73
4.2. Alt Izgaralama.....	76
4.2.1. Düzgün Olmayan Izgaralama Tekniği.....	77
4.2.2. Değişken Adım Boyu Metodu.....	82
4.2.3. Ağ Küçültme Algoritması.....	84
4.2.4. Yerel Ağ Küçültme Algoritması.....	86
4.2.5. Çoklu Izgaralama Metodu.....	88
4.2.6. Alt-Hücresele Tekniği.....	91
4.2.7. Yerel Izgaralama Metodu.....	93
4.2.8. İç İçe Ağ Metodu.....	96
4.3. Bu Çalışmada Kullanılan Alt Izgaralama Metodu.....	98
5. ALT IZGARALAMA TEKNİĞİ İLE MODELLEME.....	100
5.1. Giriş.....	100
5.2. Serbest Uzayda Tek Boyutlu Simülasyon.....	100
5.2.1. Tamamen Büyük Izgaralama İle FDTD Simülasyonu.....	100
5.2.2. Tamamen Küçük Izgaralama İle FDTD Simülasyonu.....	102
5.2.3. Geliştirilen Alt Izgaralama Tekniği İle FDTD Simülasyonu.....	104
6. SONUÇ VE GELECEKTE YAPILACAK ÇALIŞMALAR.....	112
KAYNAKLAR.....	113

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 1.1 Tez konusuna genel bakış	2
Şekil 2.1 Birim Yee hücresi	7
Şekil 2.2 Alan bileşenlerinin yerleşimi	8
Şekil 2.3 Merkezi sonlu farklar yaklaşımına göre türev hesabı	10
Şekil 2.4 FDTD algoritmasına ait akış diyagramı	13
Şekil 2.5 Alan bileşenlerinin hesabı için zaman akışı	14
Şekil 2.6 Tek boyutlu dalga yayılımı ve yapay sınırlar	18
Şekil 2.7 Gauss darbesinin zamana bağlı değişimi ($A_0=1$, $t_0=T/2$)	21
Şekil 2.8 t_0 parametresinin etkisi ($A_0=1$, $T=110$ ps)	22
Şekil 2.9 T parametresinin etkisi ($A_0=1$, $t_0=100$ ps)	22
Şekil 2.10 Gauss darbesinin frekans cevabı ($T=110$ ps)	23
Şekil 2.11 Gauss darbesinin 1. dereceden türevi için zaman ve frekans cevabı	24
Şekil 2.12 Modüle edilmiş Gauss darbesinin zaman ve frekans cevabı	25
Şekil 2.13 FDTD simülasyonu ile zaman ve frekans cevabının elde edilmesi	25
Şekil 2.14 (a) Zaman cevabı (b) Standart FFT sonucu (c) Sıfır eklenmiş durum için FFT sonucu	26
Şekil 3.1 Tek boyutta alan bileşenlerinin yerleşimi	28
Şekil 3.2 E_x ve H_y bileşenlerinin hesabı için gereken alan bileşenleri	29
Şekil 3.3 E ve H bileşenlerinin zamana ve konuma göre hesap algoritması	30
Şekil 3.4. Tek boyutta alan bileşenlerinin konuma göre yerleşimi	30
Şekil 3.5 150 zaman adımı sonunda alan bileşenlerinin durumu	32
Şekil 3.6 30, 90, 170 ve 230 zaman adımı sonunda elektrik alan bileşeninin durumu	32
Şekil 3.7 1.dereceden MUR sınır şartının hesap algoritması	34
Şekil 3.8 FDTD hesap uzayının görünümü	35
Şekil 3.9. Tek boyutlu simülasyonda sınırdan geri yansıma seviyeleri (a) Yutucu sınır şartı uygulanmadan (b) 1. dereceden MUR sınır şartı uygulanmış	35
Şekil 3.10 Yansıyan işaretin genliği	36
Şekil 3.11 30, 90, 120, 150 ve 230 zaman adımı sonunda elektrik alan bileşeninin durumu	36
Şekil 3.12 Sinüs modüleli Gauss darbesi için MUR sınır şartının performansı	37
Şekil 3.13 Dielektrik malzeme içeren problem uzayı	38
Şekil 3.14 Dielektrik malzemenin Gauss darbesinin yayılımına etkisi (sınır şartı uygulanmadan)	38

Şekil 3.15 Kayıplı dielektrik malzeme içeren problem uzayı	40
Şekil 3.16 Kayıplı dielektrik malzemenin Gauss darbesinin yayılımına etkisi	40
Şekil 3.17 Kayıplı dielektrik malzemedeki Gauss darbesinin sönümü	41
Şekil 3.18 Yee hücresi üzerinde TM moduna ait alan bileşenleri	43
Şekil 3.19 TM modu için 2 boyutta alan bileşenlerinin yerleşimi	44
Şekil 3.20 Yee hücresi üzerinde TE moduna ait alan bileşenleri	46
Şekil 3.21 TE modu için 2 boyutta alan bileşenlerinin yerleşimi	46
Şekil 3.22 2 boyutlu durum için ızgaralama yapısı ve gözlem noktaları	48
Şekil 3.23 2 boyutlu TE modu simülasyonu için akış diyagramı	49
Şekil 3.24 Sınır şartı yokken H_z bileşeni için zaman cevabı	50
Şekil 3.25 MUR sınır şartı varken H_z bileşeni için zaman cevabı	51
Şekil 3.26 Serbest uzayda iki boyutlu dalga yayılımı	52
Şekil 3.27 MUR sınır şartı varken serbest uzayda iki boyutlu dalga yayılımı	53
Şekil 3.28 Dalga kılavuzunun ölçüleri	55
Şekil 3.29 TM modunda alan bileşenlerinin yerleşimi	58
Şekil 3.30 Gauss darbesinin çeşitli zaman adımları için konuma bağlı değişimi	59
Şekil 3.31 TM modu için zaman ve frekans cevabı	60
Şekil 3.32 TE modunda alan bileşenlerinin yerleşimi	61
Şekil 3.33 TE modu için zaman ve frekans cevabı	62
Şekil 3.34 Dielektrik dolgulu dalga kılavuzunun ölçüleri	63
Şekil 3.35 2 farklı dielektrik sabiti için frekans cevapları (TM modu)	64
Şekil 3.36 2 farklı dielektrik sabiti için frekans cevapları (TE modu)	65
Şekil 3.37 Mod kesim frekanslarının bağlı dielektrik sabitine göre değişimi	66
Şekil 3.38 Dairesel kesitli dalga kılavuzu	67
Şekil 3.39 Dairesel kesitli dalga kılavuzu	68
Şekil 3.40 Büyük ve küçük ızgaralama arasındaki fark	69
Şekil 3.41 Dairesel kılavuzda alan bileşenlerinin yerleşim planı (a) TE modu (b)TM modu	69
Şekil 3.42 Gauss darbesinin çeşitli zaman adımları için konuma bağlı değişimi	70
Şekil 3.43 Büyük ızgaralama ($\Delta x \approx \lambda/4$) durumu için frekans cevapları	71
Şekil 3.44 Küçük ızgaralama ($\Delta x \approx \lambda/18$) durumu için frekans cevapları	71
Şekil 4.1 a) Standart b) Düzgün eksenli c) Derecelendirilmiş eksenli d) Eğrisel ızgaralama	73
Şekil 4.2 Derecelendirilmiş ızgaralama örneği	74
Şekil 4.3 Alt ızgaralama örneği	75
Şekil 4.4 Alt ızgaralama algoritmaları	76
Şekil 4.5 Hücre kenarları tarafından sınırlanmış hücre yüzeyi (Hz için)	78

Şekil 4.6 Hücre kenarları tarafından sınırlanmış hücre yüzeyi (Ez için)	79
Şekil 4.7 Düzgün olmayan ızgaralama yapılmış FDTD hesap uzayı	81
Şekil 4.8 VSSM metodu için alan bileşenlerinin yerleşimi	82
Şekil 4.9 Büyük-küçük ızgara ara yüzündeki alanları hesaplamak için kullanılan bölge	85
Şekil 4.10 İki boyutta 1:4 oranlı ağ küçültme planı	87
Şekil 4.11 Zaman eksenini boyunca 1:4 ağ küçültme planı	88
Şekil 4.12 Büyük ve küçük ızgara bölgesindeki elektrik alanlar	89
Şekil 4.13 Modellemede kullanılan dalga kılavuzu	90
Şekil 4.14 FDTD metodunda alt-hücresele tekniğinin uygulanması	92
Şekil 4.15 Yerel ızgaralamanın 2 boyutlu görünüşü	94
Şekil 4.16 Büyük-küçük ızgara sınırına yakın h_2 manyetik alanı	95
Şekil 4.17 İç içe ağ planı	97
Şekil 4.18 FDTD simülasyonunda dikkate alınan parametreler	98
Şekil 5.1 Tamamen büyük ızgaralama	100
Şekil 5.2 Tamamen büyük ızgaralama için E_x 'in zamana bağlı değişimi	101
Şekil 5.3 Tamamen büyük ızgaralama için E_x 'in konuma bağlı değişimi	101
Şekil 5.4 Tamamen küçük ızgaralama	102
Şekil 5.5 Tamamen küçük ızgaralama için E_x 'in zamana bağlı değişimi	103
Şekil 5.6 Tamamen küçük ızgaralama için E_x 'in konuma bağlı değişimi	103
Şekil 5.7 Tek boyutlu yapıda alt ızgaralama	104
Şekil 5.8 Alt ızgaralama için akış diyagramı	105
Şekil 5.9 Tek boyutlu alt ızgaralamada alan bileşenlerinin yerleşim planı	106
Şekil 5.10 Büyük ve küçük ızgaralama bölgesine ait alan bileşenleri	106
Şekil 5.11 Alt ızgaralama hesap mantığı	107
Şekil 5.12 Konumda interpolasyon mantığı	108
Şekil 5.13 Zamanda interpolasyon mantığı	108
Şekil 5.14 Alt ızgaralama hesabı için akış diyagramı	109
Şekil 5.15 Alt ızgaralama için E_x 'in zamana bağlı değişimi	110
Şekil 5.16 Alt ızgaralama için E_x 'in konuma bağlı değişimi	111
Şekil 6.1 2 boyutlu alt ızgaralama için modelleme örnekleri	112

TABLolar LİSTESİ

Tablo 1.1 Elektromanyetik problemlerin çözümünde kullanılan yöntemler	1
Tablo 3.1 Simülasyon parametreleri	48
Tablo 3.2 Matlab 6.5 için kodlar	51
Tablo 3.3 TM modu için simülasyon parametreleri	59
Tablo 3.4 Analitik sonuçlar ve FDTD simülasyonu sonuçları	60
Tablo 3.5 TE modu için simülasyon parametreleri	61
Tablo 3.6 Analitik sonuçlar ve FDTD simülasyonu sonuçları	63
Tablo 3.7 Analitik sonuçlar ve FDTD simülasyonu sonuçları (GHz)	64
Tablo 3.8 Analitik sonuçlar ve FDTD simülasyonu sonuçları (GHz)	65
Tablo 3.9 Analitik sonuçlar ve FDTD simülasyonu sonuçları (TM modu)	72
Tablo 3.10 Analitik sonuçlar ve FDTD simülasyonu sonuçları (TE modu)	72
Tablo 5.1 Değişkenlerin bellekte işgal ettikleri alan (büyük ızgaralama)	102
Tablo 5.2 Simülasyon parametrelerindeki farklılıklar	103
Tablo 5.3 Değişkenlerin bellekte işgal ettikleri alan (küçük ızgaralama)	104
Tablo 5.4 Değişkenlerin bellekte işgal ettikleri alan (alt ızgaralama)	111

SİMGELER LİSTESİ

\vec{E}	: Elektrik alan vektörü
\vec{H}	: Manyetik alan vektörü
E_x, E_y, E_z	: Elektrik alanın x, y ve z yönündeki bileşenleri
H_x, H_y, H_z	: Manyetik alanın x, y ve z yönündeki bileşenleri
ρ	: Hacimsel yük yoğunluğu
σ	: İletkenlik
ϵ_0	: Boşluğun elektriksel geçirgenliği
ϵ_r	: Malzemenin bağıl elektriksel geçirgenliği
μ_0	: Boşluğun manyetik geçirgenliği
μ_r	: Malzemenin bağıl manyetik geçirgenliği
c	: Işık hızı
λ	: Dalga boyu
k	: Dalga numarası
f	: Frekans
ω	: Açısal frekans
f_c	: Mod kesim frekansı
t	: Zaman
Δt	: Zaman adımı
Δt_b	: Büyük ızgaralama zaman adımı
Δt_k	: Küçük ızgaralama zaman adımı
T_{sim}	: Simülasyon süresi
N	: FDTD hücre sayısı
$\Delta x, \Delta y, \Delta z$: x, y ve z yönündeki FDTD hücre boyutları
Δz_b	: Büyük ızgaralama konum adımı
Δz_k	: Küçük ızgaralama konum adımı

KISALTMALAR LİSTESİ

ABS	: Açık Bölge Simülasyonu
ABC	: Yutucu Sınır Şartı
CPU	: Merkezi İşlem Birimi
DBC	: Dağıtıcı Sınır Şartı
FDTD	: Zamanda Sonlu Farklar Metodu
FEM	: Sonlu Elemanlar Metodu
FFT	: Hızlı Fourier Dönüşümü
IE	: İntegral Denklem Metodu
MoM	: Moment Metodu
MRA	: Ağ Küçültme Algoritması
PE	: Parabolik Denklem Metodu
PEC	: Mükemmel Elektriksel İletken
PML	: Mükemmel Uyumlu Tabaka
RAM	: Rastgele Erişimli Bellek
RCS	: Radar Saçılma Yüzeyi
SDM	: Spektral Bölge Metodu
SOFDE	: 2. Derece Sonlu Fark Denklemi
TE	: Enine Elektrik
TEM	: Enine Elektromanyetik
TLM	: İletim Hattı Matrisi Metodu
TM	: Enine Manyetik
VSSM	: Değişken Adım Boyu Metodu

ÖZET

Doktora Tezi

FDTD İLE MİKRODALGA DEVRE ANALİZİNE YENİ BİR YAKLAŞIM: ÖZYİNELEMELİ ALT IZGARALAMA

Yavuz EROL

Fırat Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

Elektrik-Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı

2007, Sayfa: 117

Bu tezde zamanda sonlu farklar metodu (FDTD) için yeni bir alt ızgaralama algoritması geliştirilmiştir. Büyük ve küçük ızgara ara yüzündeki alan bileşenlerinin hesabı için zamanda ve konumda interpolasyon teknikleri kullanılmıştır. Alt ızgaralama modellemesi tek boyutlu durum için yapılmıştır. Geliştirilen teknikler ile fazladan bilgisayar kaynaklarına ihtiyaç olmadan FDTD metodunun doğruluğunu ve verimliliğini iyileştirmek mümkün olmaktadır. Ayrıca, standart FDTD algoritması kullanılarak dikdörtgen ve dairesel kesitli dalga kılavuzlarının modellenmesi için yeni bir yaklaşım da geliştirilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Zamanda sonlu farklar metodu (FDTD), Alt ızgaralama, Maxwell denklemleri, Dikdörtgen kesitli ve dairesel kesitli dalga kılavuzu modelleme.

ABSTRACT

PhD Thesis

A NEW APPROACH TO MICROWAVE CIRCUIT ANALYSIS WITH FDTD : RECURSIVE SUBGRIDDING

Yavuz EROL

Firat University

Graduate School of Natural and Applied Sciences

Department of Electrical and Electronics Engineering

2007, Page: 117

In this thesis, a novel subgridding algorithm has been developed for Finite Difference Time Domain Method. At the interface between coarse and fine grid, interpolation method has been employed to calculate field components. Subgridding modelling have been used for one-dimensional FDTD model. By developed method in this thesis, accuracy has been improved without requiring more computer resources. In addition, a new approach has been improved for rectangular and circular waveguides modelling by using standard FDTD algorithm.

Keywords: Finite Difference Time Domain Method (FDTD), Subgridding, Maxwell's Equations, Rectangular and circular waveguide modelling.

1. GİRİŞ

1.1. Elektromanyetikte Sayısal Yöntemler

Elektromanyetik problemlerin çözümü için analitik, sayısal ve deneysel olmak üzere 3 farklı yöntem kullanılmaktadır. Bilgisayar hızlarının ve hafızalarının yeterli olmadığı yıllarda daha çok analitik yöntemler kullanılarak problemlerin çözümü yoluna gidilmiştir. Analitik çözüm elde etmenin mümkün olmadığı durumlarda ise deneysel yöntemler ve ölçümler tercih edilmiştir. 1980'lerde bilgisayar teknolojilerindeki gelişmelere paralel olarak karmaşık elektromanyetik problemlerin çözümünde sayısal yöntemlerin kullanımı ön plana çıkmıştır. 1990'lı yıllardan itibaren, doğru, verimli ve hızlı çözümler üretebilen sayısal yöntemler geliştirme üzerine çalışmalar hız kazanmıştır [1].

Literatürde, elektromanyetik problemlerin çözümü için kullanılan pek çok sayısal yöntem bulunmaktadır [2]. Bu yöntemlerden bazıları problemi zaman bölgesinde bazıları da frekans bölgesinde çözer. Tablo 1.1'de çözüm yöntemlerinden birkaçının ismi listelenmiştir.

Tablo 1.1 Elektromanyetik problemlerin çözümünde kullanılan yöntemler

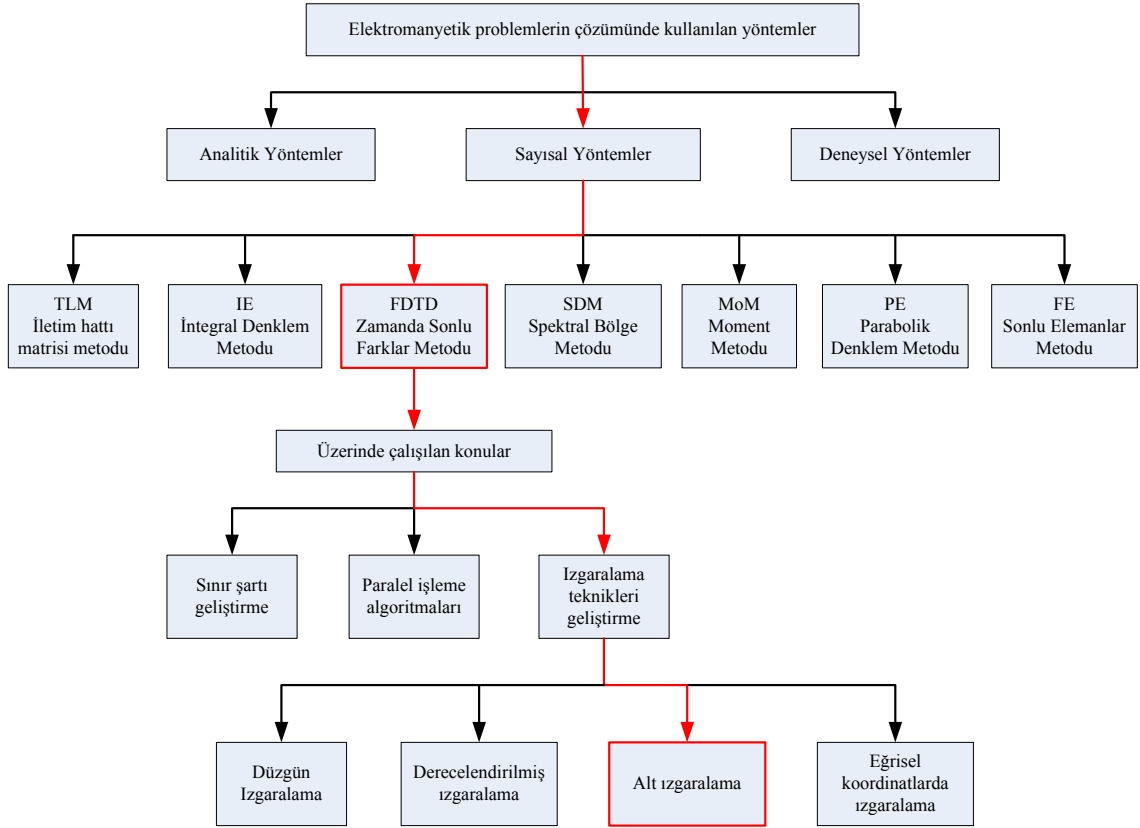
Sayısal yöntemler	Çözüm bölgesi
İletim Hattı Matrisi Metodu (TLM)	Zaman
İntegral Denklem Metodu (IE)	Zaman
Zamanda Sonlu Farklar Metodu (FDTD)	Zaman
Spektral Bölge Metodu (SDM)	Frekans
Moment Metodu (MoM)	Zaman + Frekans
Parabolik Denklem Metodu (PE)	Zaman
Sonlu Elemanlar Metodu (FE)	Zaman

Bazı teknikler hızlı olmasına rağmen özellikle yüksek frekans devrelerinde doğru sonuçlar üretmez. Hassas sonuçlar elde edilmesi için yüksek frekansta tam dalga çözümlerinin yapılması gerekir. Ancak tam dalga çözüm içeren sayısal yöntemler doğru sonuç vermelerine rağmen hem yavaş hem de fazla bilgisayar kaynaklarına ihtiyaç duyar. Bu nedenle elektromanyetik teori ve sayısal yöntemler üzerinde çalışan araştırmacılar, basit tekniklerin hızına ve tam dalga tekniklerinin doğruluğuna sahip algoritmalar geliştirmeye çalışmaktadır [3].

Bu tez çalışmasında zamanda sonlu farklar (FDTD) metodu üzerinde durulmuştur. 1966 yılında Kane Yee [4] tarafından ortaya atılan FDTD metodu, merkezi sonlu farklar açılımı kullanılarak ayrıklaştırılan Maxwell denklemlerinin doğrudan zaman bölgesinde çözümünü sağlar. Elektrik ve manyetik alan bileşenlerine ait ayrıklaştırılmış denklemler bilgisayar ortamında çözümlenerek modellenen yapının zaman cevabı elde edilir. Zaman cevabının hızlı Fourier dönüşümü alınarak, modellenen yapının geniş bir aralıkta frekans cevabını elde etmek de mümkündür [5].

FDTD metodu güçlü bir sayısal teknik olup günümüzde pek çok elektromanyetik problemin çözümünde başarı ile uygulanmaktadır. İletken, dielektrik ve doğrusal olmayan kayıplı malzemelerde elektromanyetik dalga yayılımının analizi, dalga kılavuzu modelleme, düzlemsel mikrodalga devre ve mikroşerit filtre analizi, aktif ve pasif anten modellemesi gibi uygulama alanları vardır [6].

FDTD metodunun doğruluğunun ve verimliliğinin iyileştirilmesi konusunda da çalışmalar sürmektedir. Şekil 1.1'den görüldüğü gibi ızgaralama teknikleri geliştirme bu çalışma alanlarından biridir. Bu tezde odaklanılan kısım, FDTD metodu için uygun bir alt ızgaralama tekniği geliştirilmesidir.



Şekil 1.1 Tez konusuna genel bakış

1. 2. Tez İçeriği

Tezin ikinci bölümünde zamanda sonlu farklar (FDTD) metodunun teorik alt yapısı hakkında ayrıntılı bilgiler verilmiştir. Maxwell denklemlerinin ayrıklaştırma mantığı, sayısal hata seviyesi, kararlılık kriteri, sayısal dağılım, sınır şartları ve kaynak seçimi gibi konular ele alınmıştır.

nc blmde standart FDTD denklemleri kullanılarak tek ve iki boyutlu modelleme örnekleri verilmiştir. Serbest uzayda, dielektrik ortamda ve kayıplı dielektrik ortamda tek boyutlu dalga yayılım simülasyonları gerçekleştirilmiştir. İki boyutlu FDTD metodu ile dikdörtgen kesitli ve dairesel kesitli dalga kılavuzlarının modellenmesini gerçekleştirmek için yeni bir yaklaşım sunulmuştur.

Dördüncü blmde literatürde adı geçen ızgaralama teknikleri ayrıntılı olarak ele alınmıştır. Alt ızgaralama tekniklerinden bir kaçının zm algoritması ve temel çalışma mantığı verilmiştir.

Beşinci ve son blmde ise bu tez çalışmasında geliştirilen alt ızgaralama algoritması hakkında bilgiler sunulmuştur.

2. ZAMANDA SONLU FARKLAR (FDTD) YÖNTEMİ

2. 1. Giriş

1966 yılında Kane Yee [4] tarafından ortaya atılan ve literatürde kısaca FDTD olarak bilinen “Zamanda Sonlu Farklar” yöntemi, İngilizce **Finite-Difference Time-Domain** kelimelerinin baş harflerinden oluşur. Günümüzde FDTD yöntemi, pek çok elektromanyetik problemin çözümünde başarıyla uygulanmaktadır.

FDTD yöntemi temel olarak Maxwell denklemlerinin doğrudan zaman bölgesinde çözümünü sağlar. Çözüm, Maxwell denklemlerindeki zamana bağlı rotasyonel denklemlerin merkezi sonlu farklar açılımı kullanılarak ayrıklaştırılmasıyla elde edilir. Elektrik ve manyetik alan bileşenlerine ait ayrıklaştırılmış denklemler bilgisayar ortamında çözülerek modellenen yapının zaman cevabı elde edilir. Zaman cevabının hızlı Fourier dönüşümü alınarak da modellenen yapının geniş bir aralıkta frekans cevabını elde etmek mümkündür [5].

FDTD yöntemi iletken, dielektrik ve doğrusal olmayan kayıplı malzemelerde elektromanyetik dalga yayılımının analizi, dalga kılavuzu ve rezonatör tasarımı, mikroşerit anten tasarımı, aktif ve pasif mikrodalga devre analizi gibi alanlarda kullanılmaktadır [6].

2. 2. Maxwell Denklemleri

Hacimsel yük yoğunluğu sıfır olan ($\rho=0$) kayıplı bir ortamda ($\sigma \neq 0$) Maxwell denklemleri aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \sigma \vec{E} \quad (2.1)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad (2.2)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0 \quad (2.3)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{H} = 0 \quad (2.4)$$

Kartezyen koordinat sistemi için Maxwell denklemlerinin zamana bağlı rotasyonel ifadeleri ise,

$$\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = -\frac{1}{\mu} \vec{\nabla} \times \vec{E} \quad (2.5)$$

$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \vec{\nabla} \times \vec{H} - \frac{\sigma}{\varepsilon} \vec{E} \quad (2.6)$$

şeklindedir. Burada E elektrik alan, H manyetik alan, μ ortamın manyetik geçirgenliği, ε ortamın dielektrik sabiti, σ ise ortamın iletkenlik katsayısıdır. FDTD denklemlerini elde etmek için Maxwell denklemlerindeki rotasyonel bağıntılarını,

$$\vec{\nabla} \times \vec{A} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix} = \vec{i} \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) + \vec{j} \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \vec{k} \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right) \quad (2.7)$$

eşitliğine göre açılımını yapmak gerekir. Bu durumda manyetik alanın ve elektrik alanın zamana bağlı değişimleri,

$$\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = -\frac{1}{\mu} \left[\vec{i} \left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \right) + \vec{j} \left(\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \right) + \vec{k} \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right) \right] \quad (2.8)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = & \frac{1}{\varepsilon} \left[\vec{i} \left(\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} \right) + \vec{j} \left(\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} \right) + \vec{k} \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) \right] \\ & - \frac{\sigma}{\varepsilon} \left(\vec{i} E_x + \vec{j} E_y + \vec{k} E_z \right) \end{aligned} \quad (2.9)$$

olarak elde edilir. Bu denklemlerden görüldüğü gibi elektrik ve manyetik alanın üçer bileşeni bulunmaktadır. Gerekli açılımlar yapılırsa, 3 boyutlu kartezyen koordinat sistemi (x, y, z) için 6 adet skaler denklem takımı,

$$\frac{\partial H_x}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_y}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial y} \right) \quad (2.10)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z} \right) \quad (2.11)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x} \right) \quad (2.12)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} - \sigma E_x \right) \quad (2.13)$$

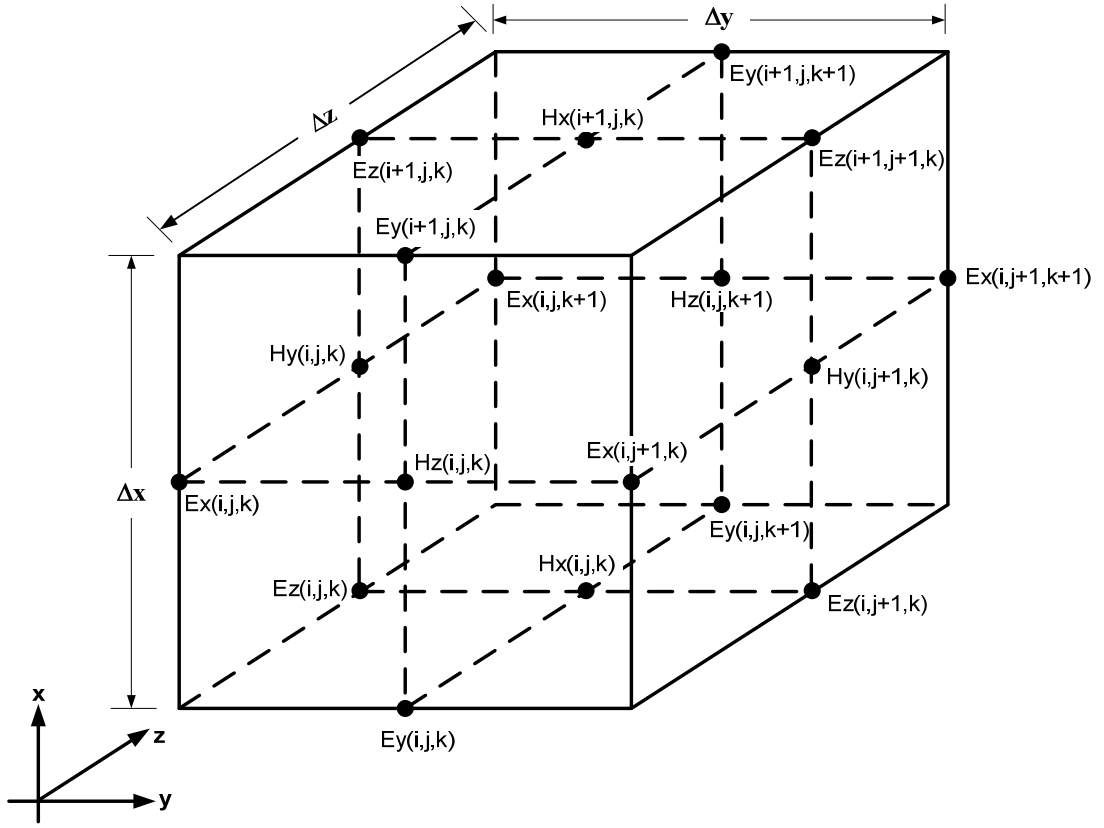
$$\frac{\partial E_y}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} - \sigma E_y \right) \quad (2.14)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} - \sigma E_z \right) \quad (2.15)$$

şeklinde elde edilir. Bu 6 adet kısmi diferansiyel denklem, 3 boyutlu FDTD algoritmasının temel denklemlerini oluşturur [7]. Denklemlerden görüldüğü gibi uzayın herhangi bir noktasındaki elektrik ve manyetik alan bileşenleri birbirlerine tamamen bağlıdır ve bu bağlılık ortamın ε , μ ve σ parametreleriyle doğrudan ilgilidir.

2.3. Yee Hücresi

FDTD yönteminin temel mantığı elektrik ve manyetik alan bileşenlerinin 3 boyutlu uzayda birim Yee hücresi üzerine Şekil 2.1'deki gibi yerleştirilmesi esasına dayanır. (i, j, k) indisleri, alan bileşenlerinin Yee hücresi üzerindeki konumunu gösterir. Herhangi bir alan bileşeninin koordinat bilgisi x, y, z eksenleri boyunca $i\Delta x$, $j\Delta y$, $k\Delta z$ ile belirlenir. Burada Δx , Δy , Δz hücre boyutlarını göstermektedir.



Şekil 2.1 Birim Yee hücresi

Şekil 2.1'den açıkça görüldüğü gibi elektrik ve manyetik alan bileşenlerinin hücre içindeki konumları aynı (i, j, k) indisleri ile gösterilse de konumları birbirinden farklıdır. Elektrik alan bileşenleri hücrenin kenarlarının ortasında bulunurken, manyetik alan bileşenleri hücrenin yüzeylerinin ortasında bulunur.

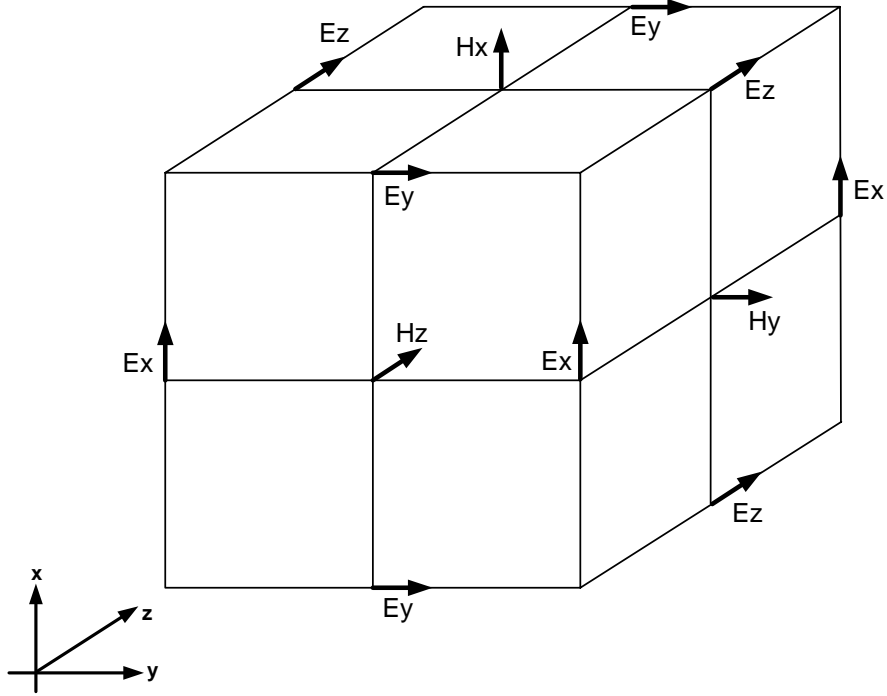
Bir hücrede belirli bir noktadaki elektrik ve manyetik alan değerinden söz edilebilmesi için konumda ve zamanda ortalama alınması gerekir. Örneğin, alan bileşenlerini hücre merkezine ötelemek için o doğrultudaki diğer iki manyetik alan bileşeninin aritmetik ortalaması alınır [8].

$$H_x(i, j, k) = \frac{1}{2} [H_x(i, j, k) + H_x(i + 1, j, k)] \quad (2.16)$$

Elektrik alan bileşeni için ise komşu dört bileşene ihtiyaç vardır. Örneğin hücre merkezindeki E_z değerini hesaplamak için,

$$E_z(i,j,k) = \frac{1}{4} [E_z(i,j,k) + E_z(i+1,j,k) + E_z(i,j+1,k) + E_z(i+1,j+1,k)] \quad (2.17)$$

işleminin gerçekleştirilmesi gerekir. Şekil 2.2'deki çizimden görüldüğü gibi bütün elektrik alan bileşenleri hücrenin kenarlarına teğet durumdadır. Manyetik alan bileşenleri ise yüzeye dik haldedir. Diğer bir ifadeyle her manyetik alan bileşeni komşu 4 elektrik alan bileşeni ile; her elektrik alan bileşeni ise komşu 4 manyetik alan bileşeni ile çevrilidir. Bu gösterim şekli aynı zamanda 3 boyutta Faraday ve Amper yasalarını da ifade etmektedir.



Şekil 2.2 Alan bileşenlerinin yerleşimi

2. 4. Ayrıklaştırma

Maxwell denklemlerinin bilgisayar ortamında çözülebilmesi için Taylor serisinden faydalanılarak sonlu farklar açılımı yapılması gerekir. Böylece kısmi türev içeren denklemler belirli bir hata payı ile zamana ve konuma göre ayrıklaştırılmış olur. Literatürde ayrıklaştırma için ileri yön sonlu farklar, geri yön sonlu farklar ve merkezi sonlu farklar olmak üzere 3 çeşit yaklaşım bulunmaktadır. Her ne kadar FDTD yönteminde ikinci dereceden merkezi sonlu farklar yaklaşımı kullanılsa da, yüksek dereceli sonlu fark formülleri kullanılarak doğruluğu arttırmak mümkündür [9].

$f(x)$ fonksiyonu sürekli ve her mertebeden türevli ise $f(x)$ 'in $x=x_0$ noktasının $\pm\delta/2$ civarındaki Taylor serisi açılımı,

$$f(x_0 + \frac{\delta}{2}) = f(x_0) + \left(\frac{\delta}{2}\right) \frac{f'(x_0)}{1!} + \left(\frac{\delta}{2}\right)^2 \frac{f''(x_0)}{2!} + \left(\frac{\delta}{2}\right)^3 \frac{f'''(x_0)}{3!} + \dots \quad (2.18)$$

$$f(x_0 - \frac{\delta}{2}) = f(x_0) - \left(\frac{\delta}{2}\right) \frac{f'(x_0)}{1!} + \left(\frac{\delta}{2}\right)^2 \frac{f''(x_0)}{2!} - \left(\frac{\delta}{2}\right)^3 \frac{f'''(x_0)}{3!} + \dots \quad (2.19)$$

gibi yazılır. İkinci denklem birinciden çıkarılırsa,

$$f(x_0 + \frac{\delta}{2}) - f(x_0 - \frac{\delta}{2}) = \delta f'(x_0) + \frac{2}{3!} \left(\frac{\delta}{2}\right)^3 f'''(x_0) \quad (2.20)$$

denklemini elde edilir. (2.20) denklemindeki birinci dereceden türev ifadesi yalnız bırakılırsa,

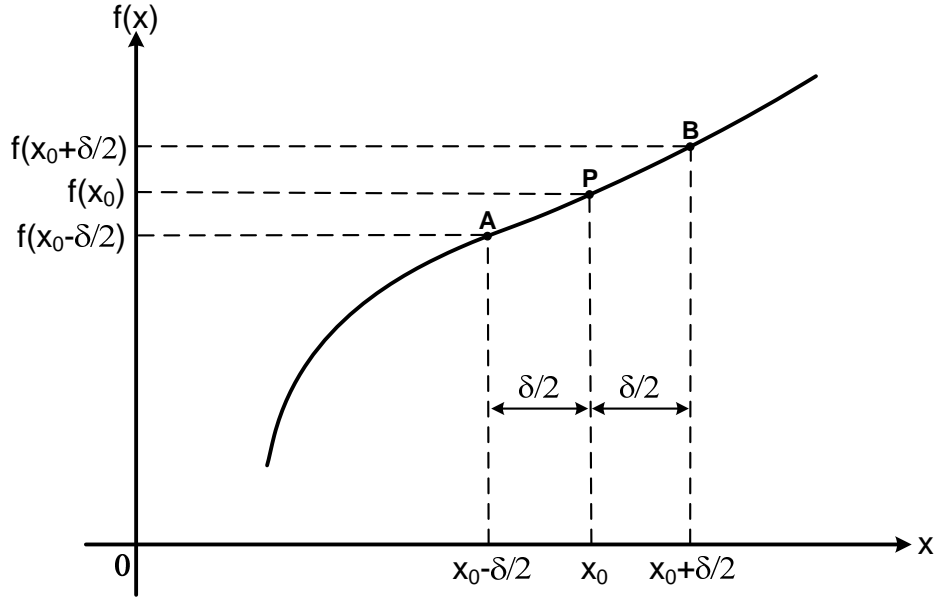
$$f'(x_0) = \left. \frac{df(x)}{dx} \right|_{x=x_0} = \frac{f(x_0 + \frac{\delta}{2}) - f(x_0 - \frac{\delta}{2})}{\delta} - \frac{\delta^2}{24} f'''(x_0) \quad (2.21)$$

$$\left. \frac{df(x)}{dx} \right|_{x=x_0} = \frac{f(x_0 + \frac{\delta}{2}) - f(x_0 - \frac{\delta}{2})}{\delta} + O(\delta^2) \quad (2.22)$$

bulunmuş olur. Burada $O(\delta^2)$, yüksek dereceli terimleri göstermektedir. δ değeri yeteri kadar küçük ise yüksek dereceli terimler ihmal edilebilecek kadar küçük olur. Bu durumda türevin yaklaşık sonucu,

$$\left. \frac{df(x)}{dx} \right|_{x=x_0} \approx \frac{f(x_0 + \frac{\delta}{2}) - f(x_0 - \frac{\delta}{2})}{\delta} \quad (2.23)$$

şeklinde hesaplanır. Denklem (2.23)'e göre merkezi sonlu farklar açılımı, fonksiyonun x_0 noktasındaki türevini yaklaşık olarak verir. Bu durum Şekil 2.3'deki grafikten de görülmektedir. $f(x)$ fonksiyonunun P noktasındaki türevi, yaklaşık olarak A ve B noktalarını birleştiren doğrunun eğimine eşittir [10].



Şekil 2.3 Merkezi sonlu farklar yaklaşımına göre türev hesabı

FDTD denklemlerinin konuma ve zamana bağlı çözümü için türev ifadelerinin (2.23) denkleminde göre tekrar düzenlenmesi gerekir. $u(i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z, n\Delta t) = u_{i,j,k}^n$ yazılırsa konuma ve zamana göre ayrıklaştırma için,

$$\frac{\partial u}{\partial x}(i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z, n\Delta t) = \frac{u^n(i + \frac{1}{2}, j, k) - u^n(i - \frac{1}{2}, j, k)}{\Delta x} + O(\Delta x)^2 \quad (2.24)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t}(i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z, n\Delta t) = \frac{u^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) - u^{n-\frac{1}{2}}(i, j, k)}{\Delta t} + O(\Delta t)^2 \quad (2.25)$$

eşitlikleri elde edilir [7]. Burada $O(\Delta x)^2$ ve $O(\Delta t)^2$ fonksiyonları, merkezi sonlu farklar yaklaşımı ile sayısal türev alma işlemi sırasında oluşan hata fonksiyonlarıdır. 2. derece doğruluğa sahip sayısal türevde bu hata miktarları düşük olduğundan genellikle ihmal edilir [7].

Ayrıklaştırma sırasında n zaman adımında ve (i, j, k) noktasında herhangi bir alan bileşeni için aşağıdaki yaklaşım yapılır.

$$U_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} = \frac{U_{i,j,k}^{n+1} + U_{i,j,k}^n}{2} \quad (2.26)$$

2.5. FDTD Denklemleri

FDTD denklemlerini elde etmek için (2.10)-(2.15)'de verilen 6 adet kısmi diferansiyel denklem konuma ve zamana göre ayrıklaştırılır. Bu durumda,

$$\frac{H_x^{n+\frac{1}{2}}(i,j,k) - H_x^{n-\frac{1}{2}}(i,j,k)}{\Delta t} = \frac{1}{\mu} \left[\frac{E_y^n(i,j,k+\frac{1}{2}) - E_y^n(i,j,k-\frac{1}{2})}{\Delta z} - \frac{E_z^n(i,j+\frac{1}{2},k) - E_z^n(i,j-\frac{1}{2},k)}{\Delta y} \right] \quad (2.27)$$

$$\frac{H_y^{n+\frac{1}{2}}(i,j,k) - H_y^{n-\frac{1}{2}}(i,j,k)}{\Delta t} = \frac{1}{\mu} \left[\frac{E_z^n(i+\frac{1}{2},j,k) - E_z^n(i-\frac{1}{2},j,k)}{\Delta x} - \frac{E_x^n(i,j,k+\frac{1}{2}) - E_x^n(i,j,k-\frac{1}{2})}{\Delta z} \right] \quad (2.28)$$

$$\frac{H_z^{n+\frac{1}{2}}(i,j,k) - H_z^{n-\frac{1}{2}}(i,j,k)}{\Delta t} = \frac{1}{\mu} \left[\frac{E_x^n(i,j+\frac{1}{2},k) - E_x^n(i,j-\frac{1}{2},k)}{\Delta y} - \frac{E_y^n(i+\frac{1}{2},j,k) - E_y^n(i-\frac{1}{2},j,k)}{\Delta x} \right] \quad (2.29)$$

$$\begin{aligned} \frac{E_x^{n+1}(i,j,k) - E_x^n(i,j,k)}{\Delta t} &= \frac{1}{\varepsilon} \left[\frac{H_z^{n+\frac{1}{2}}(i,j+\frac{1}{2},k) - H_z^{n+\frac{1}{2}}(i,j-\frac{1}{2},k)}{\Delta y} - \frac{H_y^{n+\frac{1}{2}}(i,j,k+\frac{1}{2}) - H_y^{n+\frac{1}{2}}(i,j,k-\frac{1}{2})}{\Delta z} \right] \\ &\quad - \frac{\sigma}{\varepsilon} \left[E_x^{n+\frac{1}{2}}(i,j,k) \right] \end{aligned} \quad (2.30)$$

$$\begin{aligned} \frac{E_y^{n+1}(i,j,k) - E_y^n(i,j,k)}{\Delta t} &= \frac{1}{\varepsilon} \left[\frac{H_x^{n+\frac{1}{2}}(i,j,k+\frac{1}{2}) - H_x^{n+\frac{1}{2}}(i,j,k-\frac{1}{2})}{\Delta z} - \frac{H_z^{n+\frac{1}{2}}(i+\frac{1}{2},j,k) - H_z^{n+\frac{1}{2}}(i-\frac{1}{2},j,k)}{\Delta x} \right] \\ &\quad - \frac{\sigma}{\varepsilon} \left[E_y^{n+\frac{1}{2}}(i,j,k) \right] \end{aligned} \quad (2.31)$$

$$\begin{aligned} \frac{E_z^{n+1}(i,j,k) - E_z^n(i,j,k)}{\Delta t} &= \frac{1}{\varepsilon} \left[\frac{H_y^{n+\frac{1}{2}}(i+\frac{1}{2},j,k) - H_y^{n+\frac{1}{2}}(i-\frac{1}{2},j,k)}{\Delta x} - \frac{H_x^{n+\frac{1}{2}}(i,j+\frac{1}{2},k) - H_x^{n+\frac{1}{2}}(i,j-\frac{1}{2},k)}{\Delta y} \right] \\ &\quad - \frac{\sigma}{\varepsilon} \left[E_z^{n+\frac{1}{2}}(i,j,k) \right] \end{aligned} \quad (2.32)$$

denklemleri elde edilir. Bu denklemlerde gerekli düzenlemeler yapılırsa manyetik alan ve elektrik alan bileşenleri,

$$H_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) = H_x^{n-\frac{1}{2}}(i, j, k) + \frac{\Delta t}{\mu} \left[\frac{E_y^n(i, j, k + \frac{1}{2}) - E_y^n(i, j, k - \frac{1}{2})}{\Delta z} - \frac{E_z^n(i, j + \frac{1}{2}, k) - E_z^n(i, j - \frac{1}{2}, k)}{\Delta y} \right] \quad (2.33)$$

$$H_y^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) = H_y^{n-\frac{1}{2}}(i, j, k) + \frac{\Delta t}{\mu} \left[\frac{E_z^n(i + \frac{1}{2}, j, k) - E_z^n(i - \frac{1}{2}, j, k)}{\Delta x} - \frac{E_x^n(i, j, k + \frac{1}{2}) - E_x^n(i, j, k - \frac{1}{2})}{\Delta z} \right] \quad (2.34)$$

$$H_z^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) = H_z^{n-\frac{1}{2}}(i, j, k) + \frac{\Delta t}{\mu} \left[\frac{E_x^n(i, j + \frac{1}{2}, k) - E_x^n(i, j - \frac{1}{2}, k)}{\Delta y} - \frac{E_y^n(i + \frac{1}{2}, j, k) - E_y^n(i - \frac{1}{2}, j, k)}{\Delta x} \right] \quad (2.35)$$

$$E_x^{n+1}(i, j, k) = \left(\frac{2\varepsilon - \sigma\Delta t}{2\varepsilon + \sigma\Delta t} \right) E_x^n(i, j, k) + \left(\frac{2\Delta t}{2\varepsilon + \sigma\Delta t} \right) \left[\frac{H_z^{n+\frac{1}{2}}(i, j + \frac{1}{2}, k) - H_z^{n+\frac{1}{2}}(i, j - \frac{1}{2}, k)}{\Delta y} - \frac{H_y^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k + \frac{1}{2}) - H_y^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k - \frac{1}{2})}{\Delta z} \right] \quad (2.36)$$

$$E_y^{n+1}(i, j, k) = \left(\frac{2\varepsilon - \sigma\Delta t}{2\varepsilon + \sigma\Delta t} \right) E_y^n(i, j, k) + \left(\frac{2\Delta t}{2\varepsilon + \sigma\Delta t} \right) \left[\frac{H_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k + \frac{1}{2}) - H_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k - \frac{1}{2})}{\Delta z} - \frac{H_z^{n+\frac{1}{2}}(i + \frac{1}{2}, j, k) - H_z^{n+\frac{1}{2}}(i - \frac{1}{2}, j, k)}{\Delta x} \right] \quad (2.37)$$

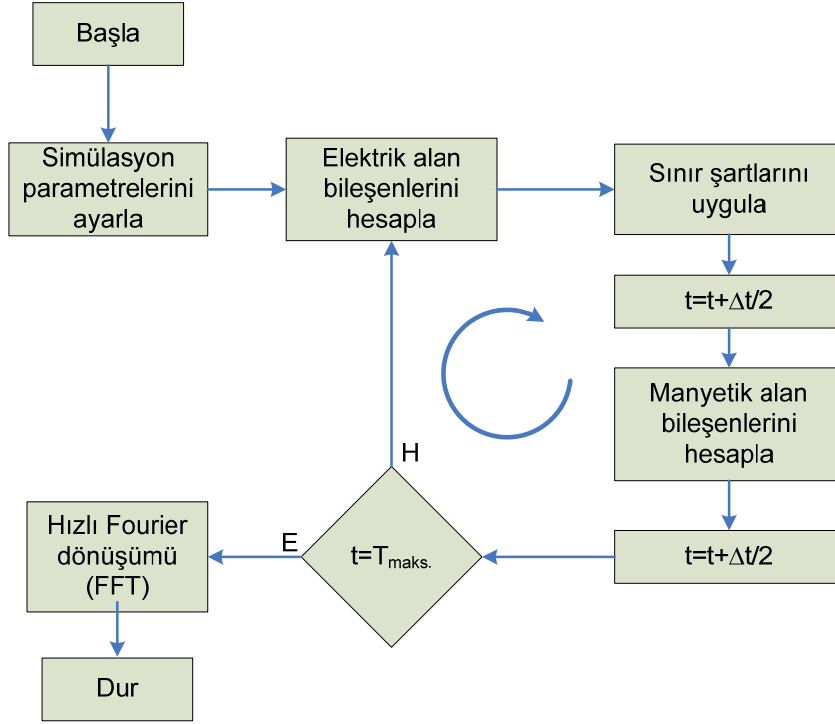
$$E_z^{n+1}(i, j, k) = \left(\frac{2\varepsilon - \sigma\Delta t}{2\varepsilon + \sigma\Delta t} \right) E_z^n(i, j, k) + \left(\frac{2\Delta t}{2\varepsilon + \sigma\Delta t} \right) \left[\frac{H_y^{n+\frac{1}{2}}(i + \frac{1}{2}, j, k) - H_y^{n+\frac{1}{2}}(i - \frac{1}{2}, j, k)}{\Delta x} - \frac{H_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j + \frac{1}{2}, k) - H_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j - \frac{1}{2}, k)}{\Delta y} \right] \quad (2.38)$$

biçiminde olur. Böylece kayıplı bir ortam için 3 boyutlu FDTD denklemleri elde edilmiş olur. Elektrik alan bileşenlerinin hesaplandığı denklemlerde ε ve σ parametreleri kullanılır. Manyetik alan bileşenlerinin hesaplandığı denklemlerde ise μ parametresi kullanılır. σ parametresi ısı kayıpları temsil etmek üzere denklemlerde yer alır.

2.6. FDTD Algoritması

FDTD yöntemi ile elektromanyetik dalga yayılımının zamana ve konuma bağlı simülasyonu yapılırken, modellenen yapı x, y, z eksenleri boyunca boyutları $(\Delta x) \times (\Delta y) \times (\Delta z)$ olan $N_x \times N_y \times N_z$ adet küçük hücreye bölünür. Toplam hücre sayısı ele alınan probleme bağlı olup binlerce veya milyonlarca olabilir. Ayırıklaştırılmış FDTD denklemlerinde her bir hücrenin ε , μ ,

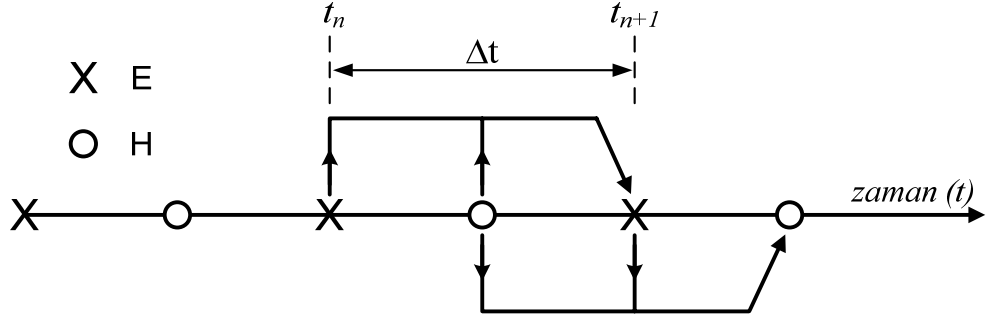
σ parametreleri belirlendikten sonra her bir alan bileşeni için başlangıç değeri atanır. Daha sonra uygun bir cevap elde edilinceye kadar denklemler iteratif olarak çözdürülür. FDTD algoritmasına ait akış diyagramı Şekil 2.4’de görülmektedir.



Şekil 2.4 FDTD algoritmasına ait akış diyagramı

FDTD hesap uzayı içindeki binlerce hücrede, simülasyon süresi boyunca (V/m) olarak elektrik alan değerleri ve (A/m) olarak manyetik alan değerleri hesaplanır. Simülasyon sonunda, herhangi bir noktadaki alan bileşeninin zamana bağlı değişimi $E(t)$ veya $H(t)$ olarak elde edilir. Sonuçta, modellenen yapının hem geçici hem de sürekli durum zaman cevabı gözlenmiş olur. Fourier dönüşümü ile $E(f)$ ve $H(f)$ elde edilerek yapının frekans bölgesindeki davranışı da gözlenebilir.

Elektrik ve manyetik alan bileşenlerinin Yee hücresinde farklı konumlarda bulunmaları nedeniyle hesaplama zamanları arasında $\Delta t/2$ kadar fark bulunur. Bu durum Şekil 2.5’deki çizimden de görülmektedir. Manyetik alan bileşenleri $t=0, \Delta t, 2\Delta t, \dots$ anlarında hesaplanırken, elektrik alan bileşenleri $t=\Delta t/2, 3\Delta t/2, 5\Delta t/2, \dots$ anlarında hesaplanır. Maksimum zaman adımı tamamlanıncaya kadar hesaplama döngüsü tekrarlanır.



Şekil 2.5 Alan bileşenlerinin hesabı için zaman akışı

2.7. Kararlılık Kriteri

FDTD simülasyonuna ait parametrelerin seçimi oldukça önemlidir. (2.33)-(2.38) denklemlerinden görüldüğü gibi, elektrik alan bileşeninin değeri, alan bileşeninin bir zaman adımı önceki değerine ve komşu manyetik alan bileşenlerine bağlıdır. İteratif denklemler açık denklem sistemi oluşturduğundan her zaman sonlu çözüm garanti etmezler [2]. Çözümün kararlılığını garanti etmek için hücre boyutları (Δx , Δy , Δz) ile zaman adımı (Δt) arasında Courant kararlılık kriteri gereğince bir ilişki olmalıdır [7]. Fakat kararlılığın sağlanması her zaman doğruluğu garanti etmez. Kararlılık kriteri,

$$\Delta t \leq \frac{1}{v_{\text{maks}} \cdot \sqrt{(1/\Delta x)^2 + (1/\Delta y)^2 + (1/\Delta z)^2}} \quad (2.39)$$

şeklindedir. (2.39) denkleminde göre FDTD çözümünün kararlı olabilmesi için, seçilen zaman adımında dalganın kat ettiği maksimum mesafe hücrenin boyutunu aşmamalıdır. Diğer bir deyişle, dalga hareketinin bir zaman adımında hücre içerisinde kalabilmesi için zaman adımı yeterince küçük seçilmelidir. Burada v_{maks} elektromanyetik dalganın en yüksek hızını gösterir. Denklem (2.40)'dan görüldüğü gibi dalganın yayılım hızı ortamın bağıl manyetik geçirgenliğine ve bağıl dielektrik sabitine bağlıdır. Boş uzay için elektromanyetik dalganın en yüksek hızı, ışık hızına ($c=3 \times 10^8$ m/s) eşit olur.

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu \epsilon}} = \frac{c}{\sqrt{\mu_r \epsilon_r}} \text{ m/s} \quad (2.40)$$

Hücre boyutlarının küçük tutulması zaman adımının da küçük olmasını gerektirir. Fakat hücre boyutunun ve zaman adımının küçültülmesi hem hafıza gereksinimini arttırır, hem de simülasyon süresini uzatır. Bu nedenle hücreler arası mesafenin modellenen probleme özgü seçilmesi gerekir [11].

2.8. Sayısal Dağılım

FDTD denklemleri çözülürken hücre içerisindeki elektromanyetik dalgaların faz hızları boşluktaki c hızından farklı değerler alabilir. Bu nedenle özellikle geniş bantlı analizler yapılırken sayısal dağılımın doğruluğa etkilerinin iyi anlaşılması gerekir [7].

Hücreler arası mesafe, ilgilenilen dalga boyuna kıyasla yeterince küçük değilse elektromanyetik dalga bir hücreden diğerine yayılırken önemli derecede hata meydana gelir. Bu durum, konuma bağlı örnekleme yetersiz oluşundan kaynaklanır. ϵ_r değerinin 1'den büyük olduğu dielektrik bir yapıda, sinyalin dalga boyu $\sqrt{\epsilon_r}$ oranında küçük olur. Dalga boyu dikkate alınarak hücreler arası mesafenin de uygun şekilde azaltılması gerekir. Dielektrik sabitinin büyük olduğu su gibi ortamlarda ($\epsilon_r \approx 80$), bu durum daha fazla önem arz eder. Çünkü hücre boyutu, ortamın hava olmasına kıyasla yaklaşık 9 kat küçük olur [11]. Bu nedenle simüle edilen işaret içerisindeki en yüksek frekansa yani en küçük dalga boyuna (λ_{\min}) sahip bileşenin konuma göre örnekleme, sayısal dağılıma neden olmayacak şekilde yapılmalıdır. Diğer bir değişle FDTD hücre boyutlarının λ_{\min} değerinden birkaç kat küçük olması gerekir. Uygulamalarda sayısal dağılım sınırı, problemden probleme ve istenen doğruluğa bağlı olarak değişmektedir. En büyük hücre boyutunun $\lambda_{\min}/4$ ile $\lambda_{\min}/100$ arasında olacak şekilde seçilmesi sayısal dağılım etkisini en aza indirir. Genellikle hücre boyutunu $\lambda_{\min}/10$ - $\lambda_{\min}/20$ arasında seçmek yeterli olmaktadır [2].

FDTD yönteminde sayısal dağılımın matematiksel yorumu aşağıda verilmektedir. Basitlik olması açısından iki boyutlu TM tipi problem ele alınmış ve FDTD hesap uzayının homojen bir malzeme ile dolu olduğu varsayılmıştır. Manyetik ve elektriksel kayıpların olmadığı kabul edilmiştir.

İki boyutlu TM modu için Maxwell denklemleri,

$$\frac{\partial H_x}{\partial t} = -\frac{1}{\mu} \frac{\partial E_z}{\partial y} \quad (2.41)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \frac{\partial E_z}{\partial x} \quad (2.42)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) \quad (2.43)$$

gibidir. TM modu için x ve y'ye bağlı ayrıklaştırma işlemi uygulanırsa,

$$\frac{H_x|_{i,j}^{n+1/2} - H_x|_{i,j}^{n-1/2}}{\Delta t} = -\frac{1}{\mu} \left(\frac{E_z|_{i,j+1/2}^n - E_z|_{i,j-1/2}^n}{\Delta y} \right) \quad (2.44)$$

$$\frac{H_y|_{i,j}^{n+1/2} - H_y|_{i,j}^{n-1/2}}{\Delta t} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{E_z|_{i+1/2,j}^n - E_z|_{i-1/2,j}^n}{\Delta x} \right) \quad (2.45)$$

$$\frac{E_z|_{i,j}^{n+1} - E_z|_{i,j}^n}{\Delta t} = \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{H_y|_{i+1/2,j}^{n+1/2} - H_y|_{i-1/2,j}^{n+1/2}}{\Delta x} - \frac{H_x|_{i,j+1/2}^{n+1/2} - H_x|_{i,j-1/2}^{n+1/2}}{\Delta y} \right) \quad (2.46)$$

denklemleri elde edilir. TM modu için düzlemsel monokromatik dalga çözümleri,

$$H_x|_{i,j}^n = H_{x0} e^{j(\tilde{k}_x i \Delta x + \tilde{k}_y j \Delta y - \omega n \Delta t)} \quad (2.47)$$

$$H_y|_{i,j}^n = H_{y0} e^{j(\tilde{k}_x i \Delta x + \tilde{k}_y j \Delta y - \omega n \Delta t)} \quad (2.48)$$

$$E_z|_{i,j}^n = E_{z0} e^{j(\tilde{k}_x i \Delta x + \tilde{k}_y j \Delta y - \omega n \Delta t)} \quad (2.49)$$

şeklindedir. Burada \tilde{k}_x ve \tilde{k}_y sırasıyla sayısal dalga vektörünün x ve y bileşenleridir. ω ise açısal frekanstır. Yukarıdaki ifadeler, (2.44)-(2.46) denklemlerinde yerine yazılır ve gerekli sadeleştirmeler yapılırsa,

$$H_{x0} = \frac{\Delta t E_{z0}}{\mu \Delta y} \frac{\sin(\tilde{k}_y \Delta y / 2)}{\sin(\omega \Delta t / 2)} \quad (2.50)$$

$$H_{y0} = -\frac{\Delta t E_{z0}}{\mu \Delta x} \frac{\sin(\tilde{k}_x \Delta x / 2)}{\sin(\omega \Delta t / 2)} \quad (2.51)$$

$$E_{z0} \sin\left(\frac{\omega\Delta t}{2}\right) = \frac{\Delta t}{\varepsilon} \left[\frac{H_{x0}}{\Delta y} \sin\left(\frac{\tilde{k}_y \Delta y}{2}\right) - \frac{H_{y0}}{\Delta x} \sin\left(\frac{\tilde{k}_x \Delta x}{2}\right) \right] \quad (2.52)$$

eşitlikleri elde edilir. (2.50) ve (2.51) denklemleri (2.52)'de yerine yazıldığında,

$$\left[\frac{1}{c\Delta t} \sin\left(\frac{\omega\Delta t}{2}\right) \right]^2 = \left[\frac{1}{\Delta x} \sin\left(\frac{\tilde{k}_x \Delta x}{2}\right) \right]^2 + \left[\frac{1}{\Delta y} \sin\left(\frac{\tilde{k}_y \Delta y}{2}\right) \right]^2 \quad (2.53)$$

eşitliği elde edilmiş olur. (2.53) denklemleri, TM modu için Yee algoritmasının sayısal dağılım bağıntısıdır [7]. Benzer yaklaşımla üç boyutlu FDTD için sayısal dağılım bağıntısı,

$$\left[\frac{1}{c\Delta t} \sin\left(\frac{\omega\Delta t}{2}\right) \right]^2 = \left[\frac{1}{\Delta x} \sin\left(\frac{\tilde{k}_x \Delta x}{2}\right) \right]^2 + \left[\frac{1}{\Delta y} \sin\left(\frac{\tilde{k}_y \Delta y}{2}\right) \right]^2 + \left[\frac{1}{\Delta z} \sin\left(\frac{\tilde{k}_z \Delta z}{2}\right) \right]^2 \quad (2.54)$$

şeklinde yazılabilir. Kayıpsız bir ortamda düzlem dalga için analitik dağılım bağıntısı ise,

$$\frac{\omega^2}{c^2} = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 \quad (2.55)$$

olarak belirtilmektedir. (2.54) denkleminde Δt , Δx , Δy , Δz sıfıra doğru yaklaştıkça (2.54) ve (2.55) denklemleri birbirine denk hale gelir. Buna göre, FDTD ızgaralama işlemi yeteri kadar küçük yapılırsa, sayısal dağılım etkisini azaltmak mümkün olmaktadır. Iızgaralama işleminin sayısal dağılım üzerinde ne derece etkisi olduğunu görmek için iki boyutlu TM modu incelenmelidir. Basitlik açısından $\Delta x = \Delta y = \Delta$ alınır ve dalga yayılımının x eksenine göre α açısında olduğu kabul edilirse, yani $\tilde{k}_x = \tilde{k} \cos \alpha$ ve $\tilde{k}_y = \tilde{k} \sin \alpha$ olursa (2.53) denklemleri,

$$\left(\frac{\Delta}{c\Delta t} \right)^2 \sin^2\left(\frac{\omega\Delta t}{2}\right) = \sin^2\left(\frac{\Delta \tilde{k} \cos \alpha}{2}\right) + \sin^2\left(\frac{\Delta \tilde{k} \sin \alpha}{2}\right) \quad (2.56)$$

şeklinde elde edilmiş olur. (2.56) denklemleri, Newton metodu kullanılarak herhangi bir α yayılım açısında \tilde{k} sayısal dalga numarası için çözülebilir. Eğer Δ değeri boşluktaki dalga boyuna göre

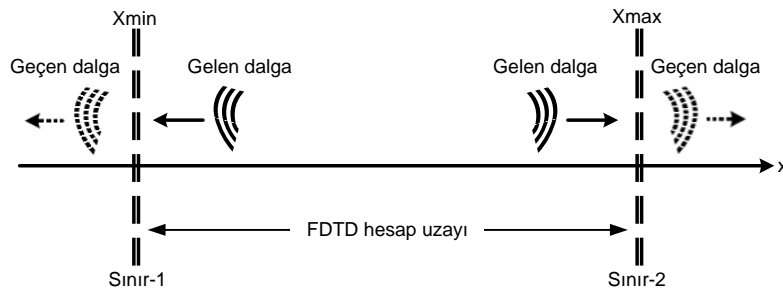
normalize edilir ve iterasyon sırasında 2π , yani ilgili modun boş uzaydaki dalga sayısı ilk değer olarak alınırsa sayısal faz hızı \tilde{v}_p için,

$$\frac{\tilde{v}_p}{c} = \frac{2\pi}{\tilde{k}_{\text{final}}} \quad (2.57)$$

eşitliği elde edilir. Burada \tilde{k}_{final} Newton iterasyon metodu sonucunda bulunan değerdir. Alan bileşenlerinin Yee hücresi içinde birbirinden ayrı yerlerde bulunması ve sonlu farklar yaklaşımı sonucunda ortaya çıkan sayısal hata nedeniyle, sayısal dağılım karakteristikleri $k=\pm\omega/c_0$ ile verilen fiziksel dağılım bağıntısından uzaklaşır. Sayısal faz hızı hatası, hücre boyutuna, zaman adımına, hücre içerisinde ilerleyen elektromanyetik dalganın frekansına ve yayılım yönüne bağlıdır [12].

2.9. Sınır Şartları

Çoğu elektromanyetik problemin çözümünde açık yapılarla ilgilenmek gerekmektedir. Fakat FDTD hesap uzayını sonsuz büyüklükte seçmek mümkün olmadığından, uygun sınır şartları ile çözüm bölgesini yapay olarak sınırlandırmak gerekir [10]. Şekil 2.6'dan görüldüğü gibi sınırlarda açık bölge simülasyonu (ABS) yapılarak hesap uzayı içinde yayılan elektromanyetik dalgaların sınırlardan geçerken geri yansımaması ve dalganın serbest uzayda ilerliyormuş gibi etki göstermesi sağlanır. Yani yutucu sınır şartları, sınırlı hafızaya sahip bir bilgisayar ile sınırsız bir bölgedeki elektromanyetik alan etkileşimini simüle etme fırsatı verir. Ancak, uygun bir algoritma kullanılmadığı sürece sınırlardan önemli miktarda yansıma meydana gelir [5, 7].



Şekil 2.6 Tek boyutlu dalga yayılımı ve yapay sınırlar

Etkin sınır şartlarının kullanılması FDTD araştırmalarının en aktif alanlarından biridir. Literatürde çok sayıda sınır şartı algoritması bulunmaktadır [4, 13, 14, 15]. Yutucu sınır şartı (Absorbing Boundary Condition-ABC), dağıtıcı sınır şartı (Dispersive Boundary Condition-DBC), birinci ve ikinci dereceden MUR sınırı şartı, mükemmel uyumlu tabaka (Perfectly Matched Layer-PML) gibi sınır şartları yaygın olarak kullanılmaktadır [16].

FDTD yöntemi ile σ 'nın sonsuz kabul edildiği mükemmel iletken ortamlar modellenirken, simülasyon süresi boyunca elektrik alanın teğet bileşenini sıfıra eşitlemek yeterli olmaktadır. Açık bölge problemlerini modellemede ise hesaplama alanını sınırlamak için yutucu sınır şartları sıkça kullanılır [13]. Bu durumda hesaplama alanının dış sınırı boyunca elektrik alanın teğetsel bileşeni Yee algoritması kullanılarak güncellenmez. Rezonatör gibi yapılarda da sınırlar mükemmel iletken bir malzemeyle kapatılıp sınır düzlemine teğet olan elektrik alan bileşenleri sıfıra eşitlenir. Birçok elektromanyetik problemin çözümünde ABC tipi sınır şartları oldukça iyi sonuçlar vermesine rağmen, hassas RCS hesaplarında yetersiz kalmaktadır [16]. Berenger tarafından 1994 yılında kartezyen koordinat sistemi için geliştirilen mükemmel uyumlu tabaka (PML) yöntemi, ABC sınır şartlarının iyileştirilmesine yönelik önemli bir adımdır [17]. PML sınır şartında, FDTD hesap uzayının çevresine belirli bir kalınlıkta sanal bir tabaka konularak her frekansta ve her açıdaki dalgaların yutulması sağlanmaktadır. FDTD hesap uzayı bir PML bölgesi ile çevrelendiğinde ızgara sınırlarında oluşan yansımalar eksponansiyel olarak zayıflatılabilmektedir. Böylece PML sınır şartı kullanılarak diğer sınır şartlarının çoğundan daha doğru sonuçlar elde edilebilmektedir [1].

Dalga yayılımının sınırlı bir bölge içerisinde sadece x yönünde olduğu kabul edilirse, zamana bağlı Helmholtz dalga denklemi,

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right] U(x, t) = 0 \quad (2.58)$$

gibi olur. Bu denklemde $U(x,t)$ skaler fonksiyonu, zamanda pozitif ve negatif x eksenini boyunca ilerleyen dalgaları modeller. Denklemin tek çözümlü olabilmesi, ele alınan yapının konumunda belirlediği iki sınır şartına ve $t=0$ başlangıç anında dalga fonksiyonunun kendisinin ve birinci türevinin belirlenmesine bağlıdır. Ortam $x_1=X_{min}$ ve $x_2=X_{max}$ sınırları ile sınırlandırılmış ise $U(x_1,t)$ ve $U(x_2,t)$ 'nin verilmesi gerekir. Benzer şekilde zamanda iki defa türetmeden ötürü kaybolan sabitler de $U(x,t=0)$ ve $U'(x,t=0)$ 'nin verilmesi ile bulunabilir [2].

(2.58) denklemi yeniden düzenlenirse,

$$\left[\frac{\partial}{\partial x} + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \right] \left[\frac{\partial}{\partial x} - \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \right] U(x, t) = 0 \quad (2.59)$$

denklemi elde edilir. (2.59) denkleminde birinci terim negatif x yönünde giden dalgaları, ikinci terim ise pozitif x yönünde giden dalgaları temsil etmektedir. Eğer, $x=x_1$ 'de açık bölge simülasyonu yapılmak isteniyorsa bu noktada sadece sola giden dalgalara izin verilmelidir. Bu durumda sağa doğru giden dalgaları temsil eden kısım,

$$\left[\frac{\partial}{\partial x} - \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \right] U(x, t) = 0 \quad (2.60)$$

sıfıra eşit olur. $x=x_1$ sınırında FDTD iteratif denklemleri yerine (2.60) denkleminin ayrıklaştırılmış hali kullanılırsa bu noktada açık bölge simülasyonu sağlanmış olur. Ayrıklaştırılmış denklem,

$$U_{i=1}^n = \left[\frac{\Delta x}{\Delta x - c\Delta t} \right] U_{i=1}^{n-1} - \left[\frac{c\Delta t}{\Delta x - c\Delta t} \right] U_{i=2}^n \quad (2.61)$$

şeklindedir. Burada $i=1$ en soldaki hücreyi, $i=2$ ise bir iç hücreyi göstermektedir. İterasyon zaman adımları n ve $n-1$ ile verilmektedir. Buna göre, $x=x_1$ sınırında FDTD iteratif denklemi kullanılmaz. Bunun yerine bir zaman adımı önceki sınır değeri ile komşu hücrenin bir zaman adımı önceki değeri kullanılır. (2.59) denklemi sınırlarda mükemmel soğurma etkisi sağlar. Fakat pratikte çok farklı dalga tipleriyle karşılaşmaktadır. İlerleyen dalgaların yanında, saçılan, yüzeye kuple olan, sürünen, sızıntı vb. birçok karmaşık dalga hareketi için 3 boyutta tam olarak yutucu etki oluşturmak mümkün değildir. Belirli problem grupları için geliştirilen sınır şartları kimi dalga tiplerinde olumlu sonuç verirken, kimilerinde başarısız olmaktadır [8].

2.10. Uygun Kaynak Seçimi

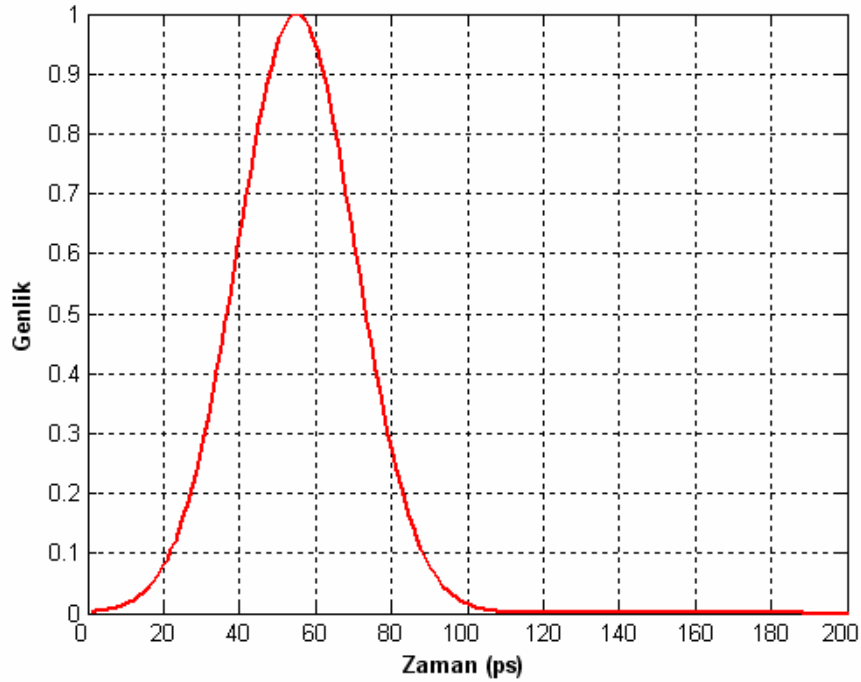
FDTD metodu ile sonuç elde edebilmesi için modelleme sırasında uygun bir elektromanyetik uyarma yapılması gereklidir. Modelde kullanılan kaynak, tipik olarak belirli bir noktadaki elektrik alandır. Bu uyarma, yapılan modellemeyi kararsızlığa götürmeyecek şekilde ve modellenen problemin tipine uygun özellikte olmalıdır [18]. Uyarma teknikleri, açık ve

kapalı tip problemler için olmak üzere iki ayrı türe ayrılabilir. Belirli bir frekansta yayılma veya saçılma diyagramının bulunmasını gerektiren problemlerde genellikle saf bir sinüsoidal kaynağa ihtiyaç duyulur. Fakat modellenen yapının geniş bir frekans bandındaki davranışı incelenecekse Gauss fonksiyonu şeklindeki darbesel işaretlerin kullanılması gerekir.

Gauss darbesinin matematiksel ifadesi,

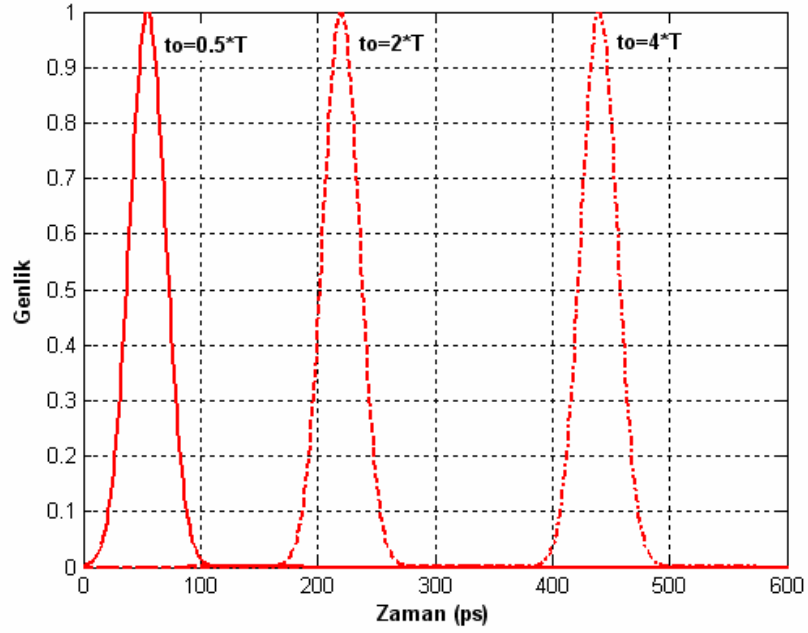
$$f(t) = A_0 e^{-\frac{(t-t_0)^2}{T^2}} \quad (2.62)$$

şeklindedir. Burada t_0 değeri darbenin gecikme süresini, T değeri ise darbenin genişliğini ayarlar. Şekil 2.7'de darbe süresi 110 ps olan bir Gauss darbesinin zamana bağlı değişimi görülmektedir.



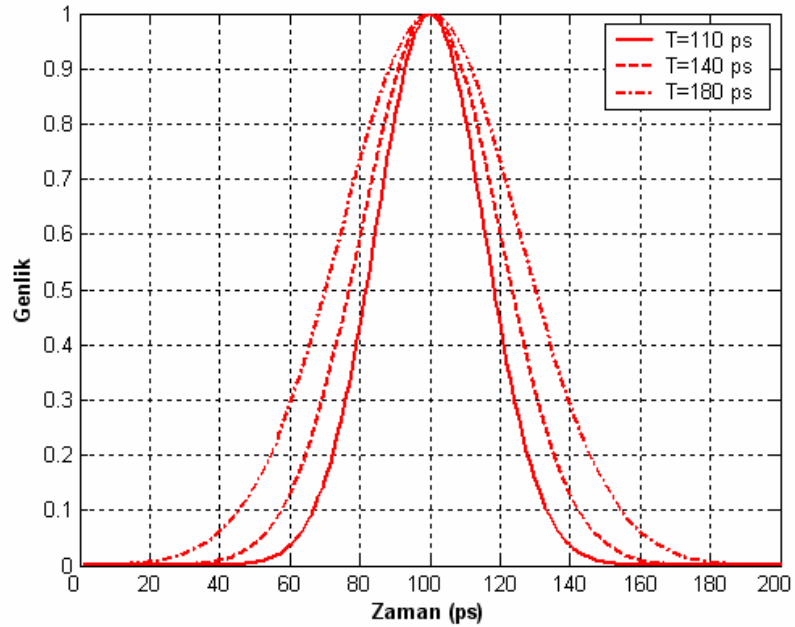
Şekil 2.7 Gauss darbesinin zamana bağlı değişimi ($A_0=1$, $t_0=T/2$)

t_0 değeri uygun şekilde ayarlanarak Gauss darbesi zamanda ötelenebilir. Şekil 2.8'den görüldüğü gibi t_0 değeri arttırıldıkça, darbe zaman ekseninde sağa doğru kaymaktadır.



Şekil 2.8 t_0 parametresinin etkisi ($A_0=1$, $T=110$ ps)

Şekil 2.9'da Gauss darbesinin süresi ile darbenin zamana bağlı değişimi arasındaki ilişki görülmektedir. Zaman-bant genişliği çarpımı sabit olduğundan, zamanda daralan Gauss darbesinin frekans bandı genişlemektedir.



Şekil 2.9 T parametresinin etkisi ($A_0=1$, $t_0=100$ ps)

Gauss darbesinin frekans bandı T süresi ile ayarlanır. İncelenecek yapının istenen frekans aralığında modellemesini yapabilmek için Gauss darbesinin zaman ve frekans cevabı arasındaki ilişkinin iyi bilinmesi gerekir. Herhangi bir f(t) işaretinin Fourier dönüşümü için,

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)e^{-j\omega t} dt \quad (2.63)$$

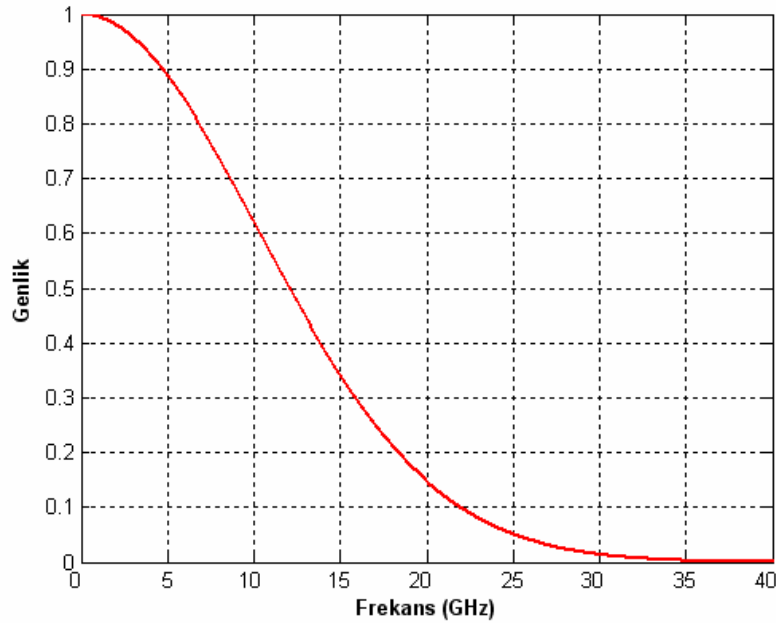
denklemini kullanılır. Bu integral denkleminin çözümü,

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-u^2} du = \sqrt{\pi} \quad (2.64)$$

eşitliği göz önüne alınarak yapılırsa,

$$F(\omega) = T \cdot \sqrt{\pi} \cdot e^{-\frac{T^2 \omega^2}{4}} \quad (2.65)$$

denklemini elde edilir. (2.65) denkleminde görüldüğü gibi Gauss darbesinin Fourier dönüşümü de Gauss fonksiyonu şeklindedir. Şekil 2.10'da görülen frekans cevabına göre, Gauss darbesi düşük frekansları (DC bileşen) içeren bir frekans bandına sahiptir ve darbenin enerjisinin çoğu düşük frekans bölgesindedir [19].



Şekil 2.10 Gauss darbesinin frekans cevabı (T=110 ps)

Gauss darbesini çok düşük frekanslardan istenen en yüksek frekanslara kadar analizlerde kullanmak elverişli olmaktadır [8]. Gauss darbesinin bant genişliği belirlenirken, frekans cevabındaki genliğin %5'ine (veya %1'ine) düştüğü frekans aralığı dikkate alınır.

$$f_{\max} = 3.3/T \quad (2.66)$$

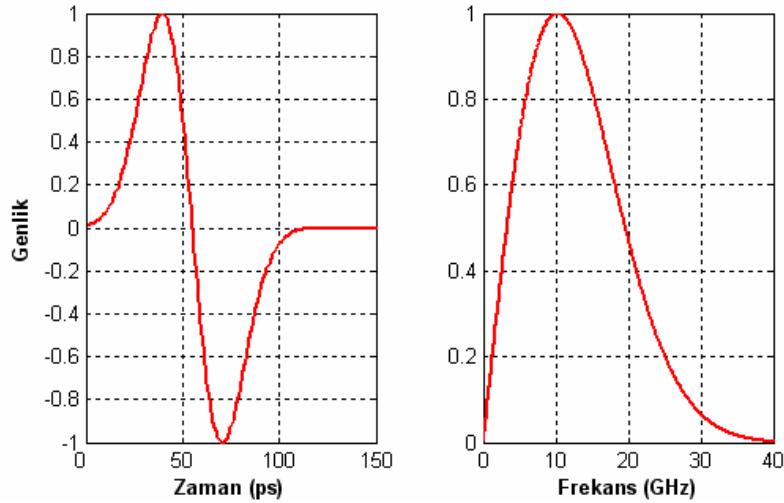
denklemini darbe süresi ile en yüksek frekans bileşeni arasındaki bağıntıyı yaklaşık olarak vermektedir [11]. (2.66)'da verilen bağıntıdan yararlanılarak, analiz edilecek en yüksek frekansa uygun darbe süresi belirlenir. Örneğin, Şekil 2.7'de verilen 110 ps süreli Gauss darbesinin en yüksek frekans bileşeni 30 GHz olarak hesaplanır. Denklem (2.66)'ya göre elde edilen bu sonuç, Şekil 2.10'da görülen frekans cevabı ile de uyumludur.

Modellemenin türüne bağlı olarak Gauss darbesi yerine Gauss darbesinin birinci dereceden türevi veya sinüsoidal bir işaretle modüle edilmiş hali de kullanılabilir.

Gauss darbesinin 1. dereceden türev ifadesi,

$$f'(t) = -2A_0(t - t_0)e^{-\frac{(t-t_0)^2}{\tau^2}} \quad (2.67)$$

şeklindedir. Bu kaynak fonksiyonunun zaman ve frekans cevabı Şekil 2.11'de görülmektedir.

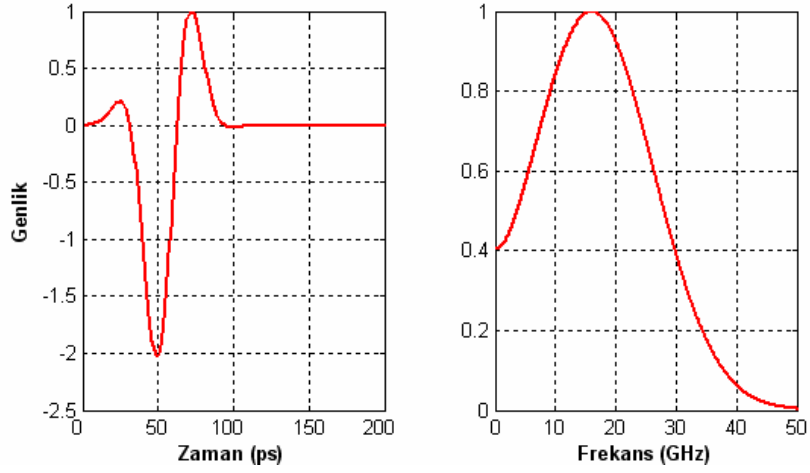


Şekil 2.11 Gauss darbesinin 1. dereceden türevi için zaman ve frekans cevabı

Sinüsoidal bir işaretle modüle edilen Gauss fonksiyonunun bağıntısı da,

$$f(t)\sin(2\pi f_0 t) = A_0 \sin(2\pi f_0 t) e^{-\frac{(t-t_0)^2}{\tau^2}} \quad (2.68)$$

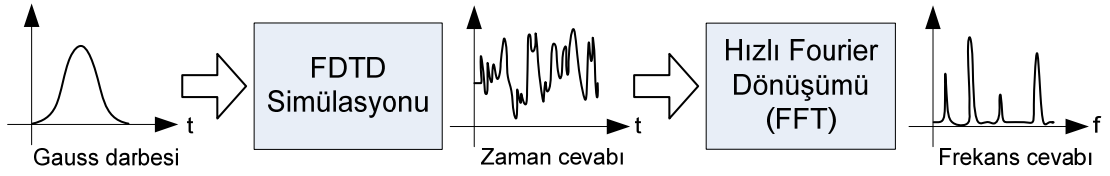
şeklinde verilebilir. Bu tür bir kaynak fonksiyonunun zaman ve frekans cevabı Şekil 2.12'deki gibidir.



Şekil 2.12 Modüle edilmiş Gauss darbesinin zaman ve frekans cevabı

2.11. Zaman ve Frekans Cevabı

FDTD metodu zamana bağlı çözüm üretmesine rağmen, sinyal işleme teknikleri kullanılarak frekansa bağlı çözüm üretmek de mümkündür. Şekil 2.13'den görüldüğü gibi modellenen yapının zaman cevabını elde etmek için öncelikle FDTD hesap uzayı içerisinde uygun bir kaynak fonksiyonu ile uyarım yapılması gerekir.

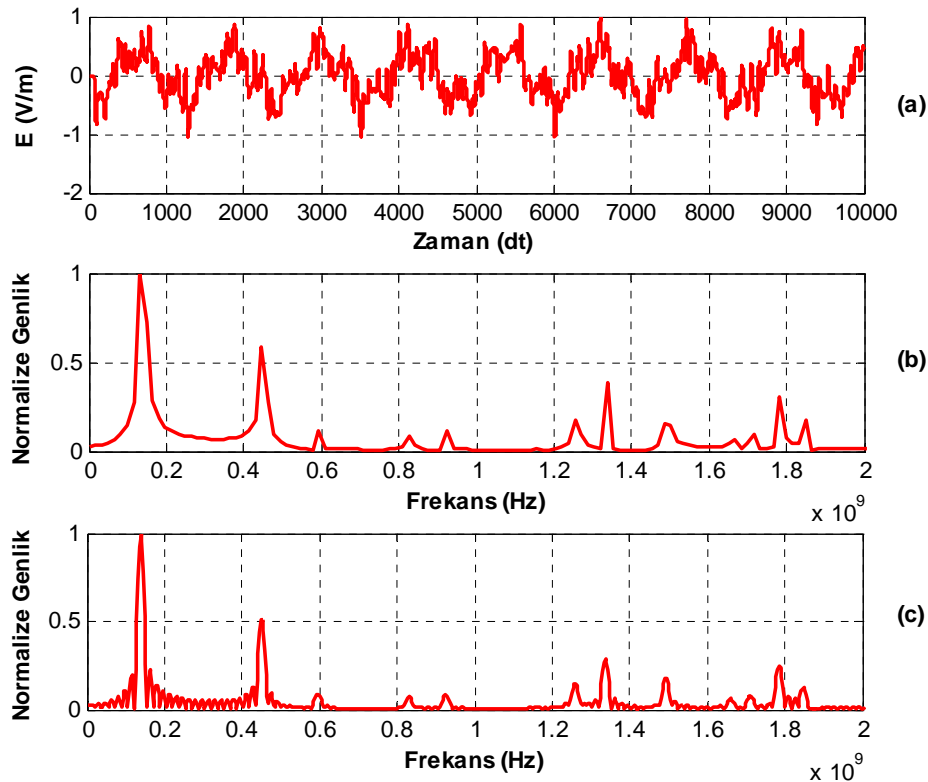


Şekil 2.13 FDTD simülasyonu ile zaman ve frekans cevabının elde edilmesi

Kaynak olarak genellikle Gauss fonksiyonu şeklinde zamanda darbesel bir işaret kullanılır. Gauss darbesinin süresi, kaynak fonksiyonunun en yüksek frekanslı bileşenine uygun şekilde seçilir. FDTD simülasyonu boyunca yapı içerisindeki bir gözlem noktasından elektrik veya manyetik alan bileşenine ait değerler her bir zaman adımı için kaydedilir. Bu gözlem,

yapının her kenarından birkaç yansıma meydana gelinceye kadar sürdürülür. Rezonatör gibi yapıların analizinde, gözlem süresinin çok sayıda yansıma oluşturmaya yetecek kadar uzun tutulması gerekir. Böylece zaman davranışı, yapı boyutlarına ait bilgiyi kaydetmiş olacaktır [8]. Simülasyon sonunda yapının frekans cevabını elde etmek için zaman cevabının hızlı Fourier dönüşümünü almak yeterlidir. Böylece, modellenen yapının geniş bir frekans bandında davranışını incelemek mümkün olur. $\Delta f=1/T_{sim}$ eşitliğine göre frekans çözünürlüğü ile simülasyon süresi birbiriyle ters orantılı olduğundan, frekans çözünürlüğünün yeterince küçük olması için simülasyon süresinin uzun tutulması gerekir.

Şekil 2.14’de FDTD simülasyonu ile elde edilen örnek zaman ve frekans cevapları görülmektedir. Şekil 2.14a’daki çizim, 10000 Δt süresince yapılan gözleme aittir. Bu veriler kullanılarak yapılan FFT işleminin sonucu Şekil 2.14b’deki gibidir. Frekans çözünürlüğünü hassaslaştırmak için iki alternatif söz konusudur: simülasyon süresini arttırmak ya da simülasyonu belirli bir aşamada kesip zaman cevabına ait sinyalin sonuna belirli sayıda sıfır eklemek. Şekil 2.14c’deki çizimde, 10000 adet veriye sahip zaman cevabının sonuna 40000 adet sıfır eklendikten sonra elde edilen FFT sonucu görülmektedir. Sonuçlardan görüldüğü gibi işaret işleme teknikleri kullanılarak frekans ayrımı oldukça iyileştirilebilmektedir.



Şekil 2.14 (a) Zaman cevabı (b) Standart FFT sonucu (c) Sıfır eklenmiş durum için FFT sonucu

3. STANDART FDTD MODELLEMELERİ

3.1. Giriş

FDTD metodu ile herhangi bir elektromanyetik problemi modellerken FDTD formülasyonunu problemin türüne göre uyarlamak gerekir. Çoğu elektromanyetik problem iki ve üç boyutta modellendiği halde tek boyutlu simülasyonlara da ihtiyaç duyulmaktadır [20-23]. Boyut analizi, Maxwell denklemlerindeki dönele (rotasyonel) bağıntıları dikkate alınarak yapılır. Bölüm 2’de bahsedildiği gibi Maxwell denklemleri için gerekli açılımlar yapılırsa manyetik ve elektrik alanın zamana bağlı değişimleri,

$$\frac{\partial H_x}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_y}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial y} \right) \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z} \right) \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x} \right) \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} - \sigma E_x \right) \quad (3.4)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} - \sigma E_y \right) \quad (3.5)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} - \sigma E_z \right) \quad (3.6)$$

gibi elde edilir. Bu 6 adet kısmi diferansiyel denklem üzerinde gerekli sadeleştirmeler yapılarak tek boyutlu, iki boyutlu veya üç boyutlu FDTD simülasyonlarını yapmak mümkün olmaktadır. Modellemenin kaç boyutta yapılacağına bağlı olarak, elektrik ve manyetik alanın bazı bileşenlerini sıfıra eşitlemek ve o yönde bir değişim olmadığını kabul etmek yeterlidir [7].

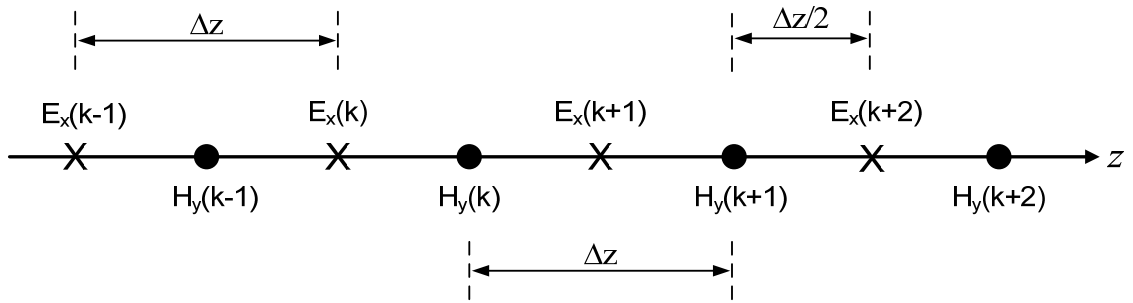
3.2. Tek Boyutlu FDTD Formülasyonu

Modellemeyi tek boyuta indirgemek için elektrik ve manyetik alanın z yönündeki bileşenlerini sıfıra eşitlemek gerekir ($H_z=E_z=0$). Ayrıca alan bileşenlerinin x ve y yönüne bağlı değişimi olmadığı kabul edilir ($\delta/\delta x=\delta/\delta y=0$). Bu durumda yalnızca E_x ve H_y bileşenlerinin zamana bağlı değişiminden söz edilebilir. Bu şartlar dikkate alınarak 3 boyutlu FDTD denklemlerinde gerekli sadeleştirmeler yapılırsa tek boyutlu FDTD denklemleri,

$$\frac{\partial E_x}{\partial t} = -\frac{1}{\epsilon} \left(\frac{\partial H_y}{\partial z} + \sigma E_x \right) \quad (3.7)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial t} = -\frac{1}{\mu} \frac{\partial E_x}{\partial z} \quad (3.8)$$

halini alır. Bu iki denklemin çözümü yapılarak tek boyutta elektromanyetik dalga yayılımını modellemek mümkün olur. Denklem (3.7) ve (3.8), elektrik alanı x yönünde, manyetik alanı y yönünde olan ve z yönünde ilerleyen TEM polarizasyonlu bir düzlemsel dalgayı ifade eder [7]. Elektrik ve manyetik alanlar, yayılım yönüne diktir. Tek boyutlu durumda alan bileşenleri Şekil 3.1'den görüldüğü gibi z ekseninde bulunur. Alan bileşenleri arasındaki uzaklık Δz 'dir. Elektrik ve manyetik alan bileşenleri aynı indis kullanılarak $E_x(k)$, $H_y(k)$ şeklinde belirtilse de aralarında yarım hücre boyu mesafe bulunur.



Şekil 3.1 Tek boyutta alan bileşenlerinin yerleşimi

Denklem (3.7) ve (3.8)'de $\sigma=0$ kabul edilerek zamana ve konuma göre merkezi sonlu farklar yaklaşımı uygulanırsa,

$$\frac{E_x^{n+\frac{1}{2}}(k) - E_x^{n-\frac{1}{2}}(k)}{\Delta t} = -\frac{1}{\varepsilon} \left[\frac{H_y^n(k + \frac{1}{2}) - H_y^n(k - \frac{1}{2})}{\Delta z} \right] \quad (3.9)$$

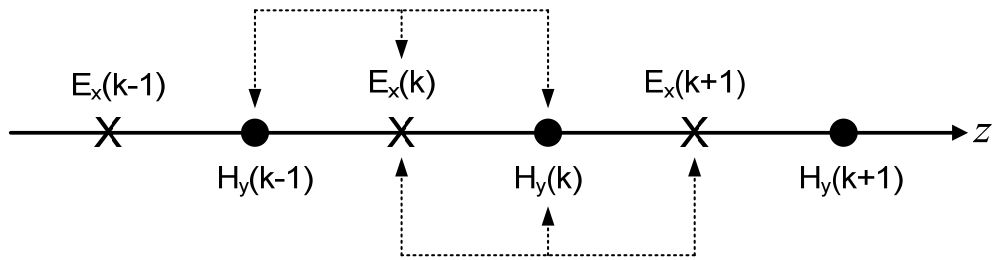
$$\frac{H_y^{n+1}(k) - H_y^n(k)}{\Delta t} = \frac{1}{\mu} \left[\frac{E_x^{n+\frac{1}{2}}(k + \frac{1}{2}) - E_x^{n+\frac{1}{2}}(k - \frac{1}{2})}{\Delta z} \right] \quad (3.10)$$

eşitlikleri elde edilir. Burada k terimi z eksenindeki herhangi bir konumu, n terimi ise zamanı belirtmektedir. (n ile kastedilen $t=n\Delta t$ zamanıdır. n+1 terimi ise bir adım sonraki zamanı göstermektedir). (3.9) ve (3.10) denklemlerinde gerekli düzenlemeler yapırsa,

$$E_x^{n+\frac{1}{2}}(k) = E_x^{n-\frac{1}{2}}(k) - \frac{\Delta t}{\varepsilon \Delta z} \left[H_y^n(k + \frac{1}{2}) - H_y^n(k - \frac{1}{2}) \right] \quad (3.11)$$

$$H_y^{n+1}(k) = H_y^n(k) - \frac{\Delta t}{\mu \Delta z} \left[E_x^{n+\frac{1}{2}}(k + \frac{1}{2}) - E_x^{n+\frac{1}{2}}(k - \frac{1}{2}) \right] \quad (3.12)$$

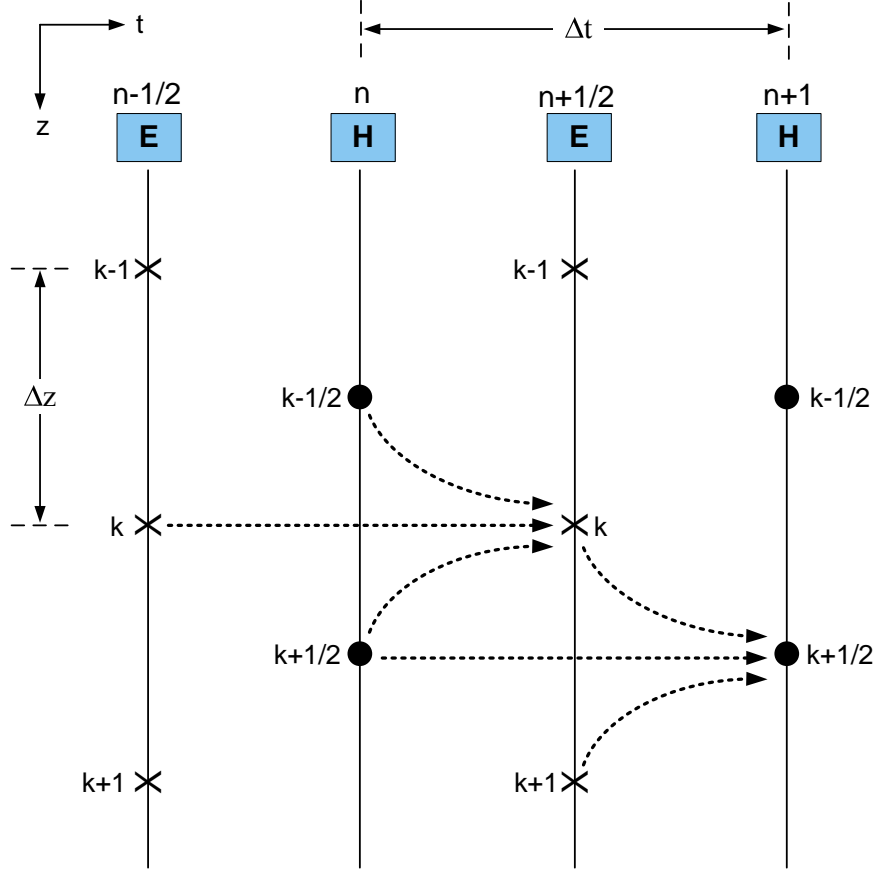
bulunur. (3.11) denkleminde görüldüğü gibi, elektrik alanın x bileşeninin k konumundaki ve n+1/2 anındaki değeri, bir zaman adımı önce aynı noktadaki E_x değerine ve komşu H_y alan bileşenlerinin yarım zaman adımı önceki değerlerine bağlıdır. z eksenindeki her bir noktada elektrik ve manyetik alan değerinin hesabı için hangi alan bileşenlerine ihtiyaç duyulduğu Şekil 3.2'deki çizimden görülmektedir.



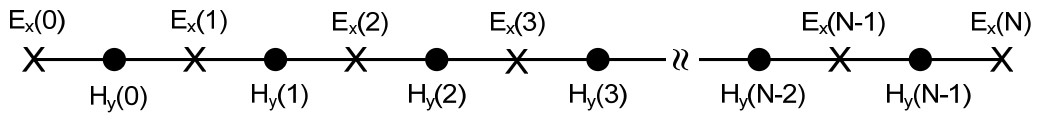
Şekil 3.2 E_x ve H_y bileşenlerinin hesabı için gereken alan bileşenleri

Alan bileşenlerinin hesabını sadece konuma bağlı bir çizime bakarak yorumlamak zor olduğundan, zamana bağlı çizimin de göz önünde bulundurulması gerekir. Şekil 3.3'de tek boyutlu FDTD modellemesi için zamana ve konuma göre alan bileşenlerinin nasıl güncellendiği görülmektedir. Şekil 3.3'den görüldüğü gibi, elektrik ve manyetik alan bileşenlerinin hesap

zamanı arasında $\Delta t/2$ kadar fark vardır. FDTD algoritmasının temel mantığını oluşturan bu hesap şekli, literatürde “leap-frog” (birdirbir) algoritması olarak adlandırılır [7].



Şekil 3.3 E ve H bileşenlerinin zamana ve konuma göre hesap algoritması



Şekil 3.4 Tek boyutta alan bileşenlerinin konuma göre yerleşimi

Tek boyutlu modelleme için ayrıklaştırılan FDTD denklemlerinin bilgisayar ortamında çözülebilmesi için uygun bir formata dönüştürülmesi gerekir. Şekil 3.4’deki yerleşim planı dikkate alınarak gerekli işlemler yapılırsa, bilgisayarda sayısal olarak hesaplanması gereken denklemler,

$$E_x(k) = E_x(k) - \frac{\Delta t}{\epsilon \Delta z} (H_y(k) - H_y(k-1)) \quad (3.13)$$

$$H_y(k) = H_y(k) - \frac{\Delta t}{\mu \Delta z} (E_x(k+1) - E_x(k)) \quad (3.14)$$

şeklinde elde edilir. (3.13) denkleminde hesap işlemi $k=1$ ile $k \leq N$ arasındaki tamsayılar için yapılırken, (3.14) denkleminde $k=0$ ile $k \leq N$ arasındaki tamsayılar için yapılır. E_x değerleri bir döngü içerisinde tek tek hesaplandıktan sonra belirli bir noktaya kaynak uygulanarak H_y değerlerinin hesaplandığı döngüye geçilir. Bu iki denklem belirli bir simülasyon zamanı boyunca bilgisayarda iteratif (yinelemeli) olarak çözdürülerek tek boyutta alan bileşenlerinin zamana ve konuma bağlı değişimini bulmak mümkün olur.

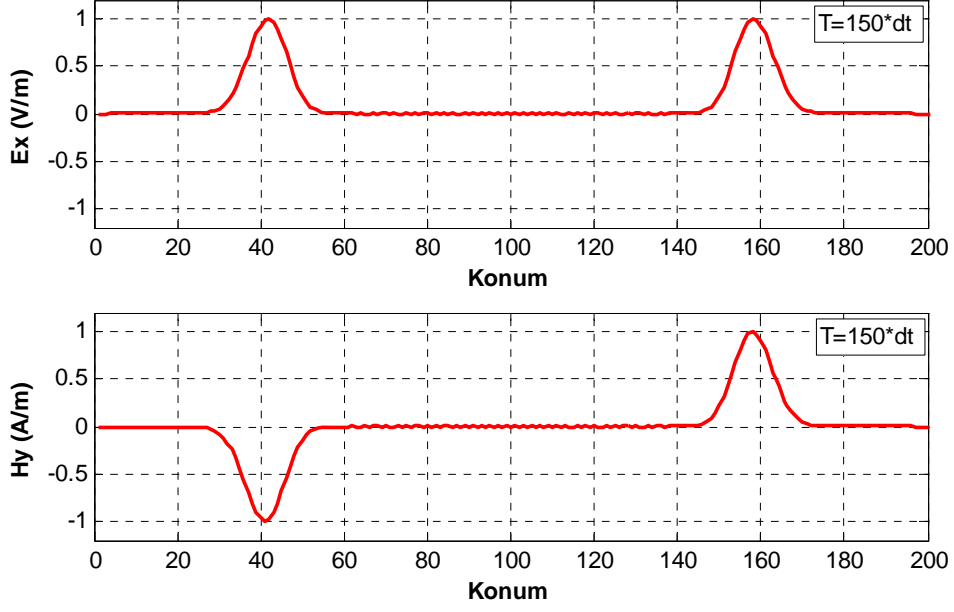
3.2.1. Serbest Uzayda Tek Boyutlu Dalga Yayılım Simülasyonu

Serbest uzayda (doğrusal, yön bağımsız ve kayıpsız bir ortamda) elektromanyetik dalga yayılımı için FDTD simülasyonu bu bölümde verilmektedir. Modelleme sırasında problem uzayının her bir noktasında ϵ ve μ parametrelerinin sabit olduğu kabul edilmiştir. Hücre boyu, dalga boyunun 10'da biri kadar alınmış ve modellenen yapı 200 adet eşit hücreye bölünmüştür. Zaman adımı ise,

$$\Delta t = \frac{\Delta z}{2c} \quad (3.15)$$

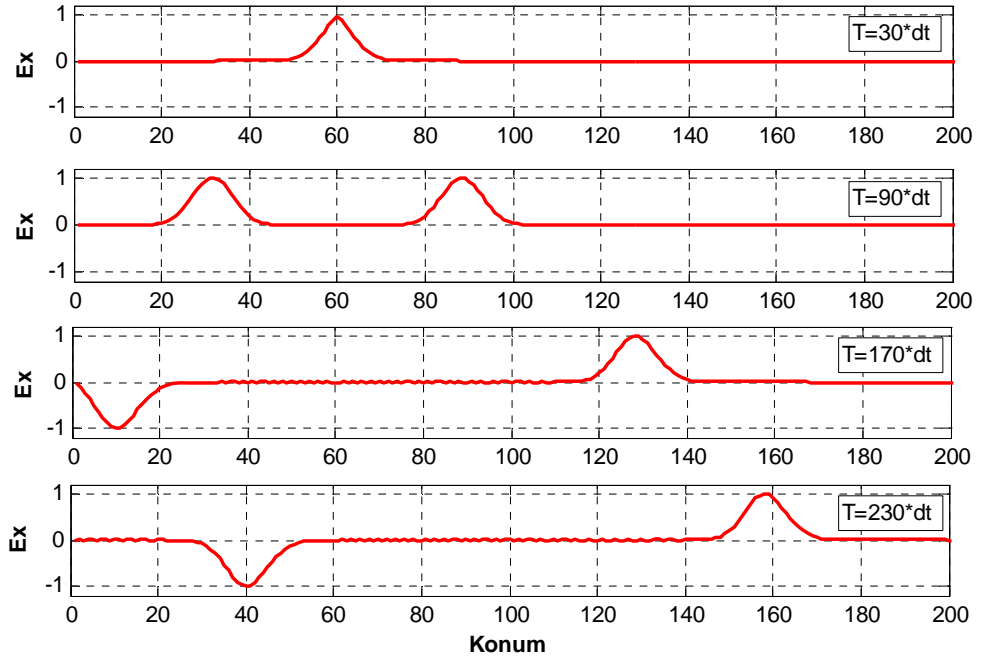
eşitliğindeki gibi Courant kararlılık kriterinin öngördüğü $\Delta t \leq \Delta z/c$ şartına uygun olarak seçilmiştir [5]. Simülasyon sırasında her bir zaman adımında elektrik alanın bütün değerleri hesaplanmış, ardından merkezdeki E_x değeri $\exp(-(t-t_0)^2/T^2)$ şeklindeki Gauss tipi darbesel bir kaynak fonksiyonuna eşitlenmiştir. Bir sonraki hesap döngüsünde ise elektrik alanın mevcut değerleri dikkate alınarak manyetik alanın her hücredeki değeri hesaplanmıştır.

Şekil 3.5'de elektrik ve manyetik alanın 150 zaman adımı sonraki konuma bağlı değişimi görülmektedir.



Şekil 3.5 150 zaman adımı sonunda alan bileşenlerinin durumu

E_x bileşeninin çeşitli zaman adımları için konuma bağlı değişimi ise Şekil 3.6'da görülmektedir. Simülasyon sırasında Gauss darbesi 60 nolu hücreye uygulanmıştır. Simülasyon zamanı ilerledikçe Gauss darbesi, pozitif ve negatif z yönüne doğru ilerlemektedir. Şekil 3.6'dan açıkça görüldüğü gibi hesap uzayının her iki ucunda herhangi bir sınır şartı belirtilmediği için sınırlardan tam yansımaya olayı gerçekleşmektedir.



Şekil 3.6 30, 90, 170 ve 230 zaman adımı sonunda elektrik alan bileşeninin durumu

3.2.2. Tek Boyutta MUR Sınır Şartı Tanımlama

Yansıma miktarını belirli bir seviyenin altında tutmak için çok çeşitli sınır şartı algoritması kullanılabilir. Yutucu sınır şartları, problem uzayı içinde ilerleyen elektromanyetik dalgaların tekrar problem uzayına dönüşünü engellemek ve dolayısıyla açık uzayı simüle etmek için kullanılır. Tek boyutlu durumda 1. dereceden MUR sınır şartı kullanmak yansıyan sinyalin genliğini oldukça düşük ve ihmal edilebilir bir seviyeye indirmektedir [5, 24]. Şekil 3.4'deki yerleşim planından görüldüğü gibi, elektrik alanın sağ ve sol uçtaki iki değeri FDTD döngüsü içerisinde hesaplanamamaktadır. Sınırdaki alan değerleri sıfıra eşitlendiği için tam yansıma olayı gerçekleşmektedir. Elektromanyetik dalganın problem uzayına geri dönmeden sonsuza ilerliyormuş gibi bir etki gösterebilmesi için sınırlarda uygun bir hesap algoritması kullanmak gerekir.

Tek boyutlu simülasyonda, sınırın iç tarafında kalan elektrik alan değerlerinin hesabında komşu iki manyetik alan değerine ihtiyaç vardır. Ancak problem uzayı dışında herhangi bir kaynak olmadığı bilindiğinden, dalganın uç noktalardan dışarıya doğru yayılmasını sağlamak üzere sınırdaki alan değerlerinin tahmin edilmesi gerekmektedir. Bu amaçla sınır noktadaki alan değerleri, iç noktalarda hesaplanan değerler cinsinden belirli bir denkleme uyacak şekilde yazılır. Bu denklem geriye yansımaları yok edecek ya da en düşük seviyeye indirecek şekilde olmalıdır [16].

Birinci dereceden MUR sınır şartına ait kısmi diferansiyel denklem,

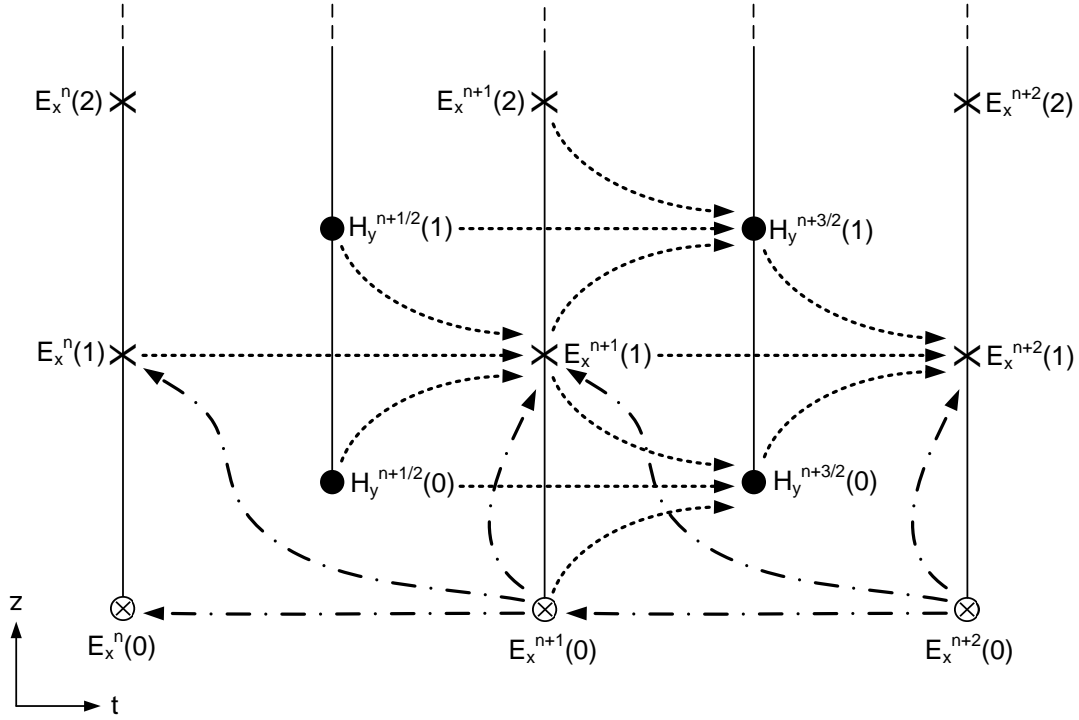
$$\left(\frac{\partial}{\partial z} - \frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial t} \right) E_{\tan} = 0 \quad (3.16)$$

şeklindedir. Elektrik alanının teğetsel bileşeninin sıfır olmasını gerektiren bu sınır şartı uygun şekilde düzenlenirse FDTD denklemi,

$$E_x^{n+1}(k+1) = E_x^n(k) + \frac{v\Delta t - \Delta}{v\Delta t + \Delta} (E_x^{n+1}(k) - E_x^n(k+1)) \quad (3.17)$$

halini alır [7]. Sınırdaki elektrik alan değerini hesaplayabilmek için FDTD hesap döngüsü içerisinde standart FDTD formülü yerine (3.17) formülü kullanılır. Dikkat edilirse, sınırdaki değeri hesaplayabilmek için komşu manyetik alan değerlerine ihtiyaç yoktur [13]. Hesap için gereken alan bileşenlerinin zaman diyagramı üzerinde gösterilmesi MUR sınır şartının mantığının daha iyi anlaşılması açısından önemlidir. Şekil 3.7'de verilen çizimde sınırdaki alan

değerlerinin nasıl hesaplandığı görülmektedir. \otimes sembolü ile gösterilen elektrik alan değerleri MUR sınır şartına ait (3.17) formülü kullanılarak hesaplanır. Sınra komşu manyetik alan değerleri ise sınırdaki elektrik alan değerlerine göre standart FDTD döngüsü içerisinde hesaplanır.



Şekil 3.7 1.dereceden MUR sınır şartının hesap algoritması

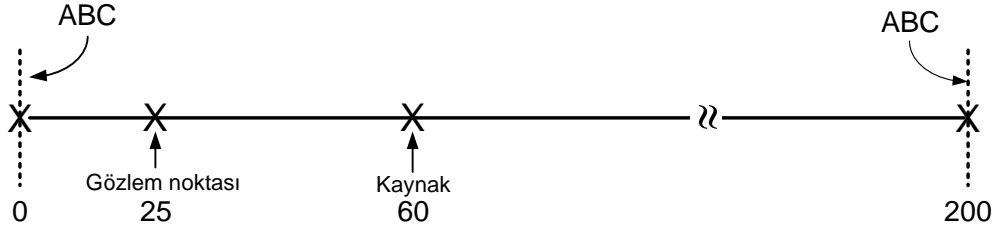
(3.17) denklemindeki k ve k+1 değerleri, 200 hücreye bölünmüş tek boyutlu bir yapı için uyarlanırsa, yapının sol ve sağ ucunda kullanılacak MUR sınır şartı denklemleri,

$$E_x^{n+1}(0) = E_x^n(1) + \frac{c\Delta t - \Delta z}{c\Delta t + \Delta z} (E_x^{n+1}(1) - E_x^n(0)) \quad (3.18a)$$

$$E_x^{n+1}(200) = E_x^n(199) + \frac{c\Delta t - \Delta z}{c\Delta t + \Delta z} (E_x^{n+1}(199) - E_x^n(200)) \quad (3.18b)$$

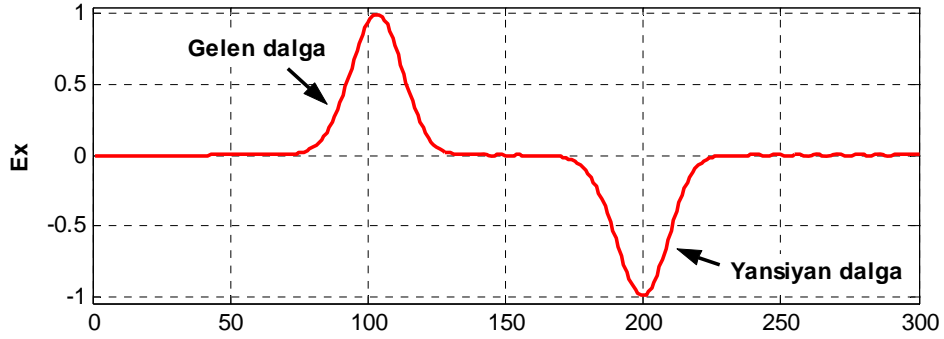
şeklinde yazılır. Bu iki denklemden anlaşılacağı üzere, 1. dereceden MUR sınır şartını FDTD simülasyonunda kullanabilmek için iki adet alan değerini kaydetmeye ihtiyaç vardır. Soldaki sınır değeri hesaplanırken $E_x^n(1)$ değeri; sağdaki sınır değeri hesaplanırken de $E_x^n(199)$ değeri geçici bir değişkene atanarak hesaplama yapılır.

Bu bölümde 1. dereceden MUR sınır şartının problem uzayına geri dönen yansımaları ne ölçüde azalttığını görmek amacıyla FDTD algoritmasına (3.18a) ve (3.18b) denklemleri ilave edilerek tek boyutlu bir simülasyon yapılmıştır. Simülasyon sırasında, Şekil 3.8’de görüldüğü gibi 60 nolu hücreye kaynak olarak Gauss darbesi uygulanmış ve gözlem noktası olarak seçilen 25 nolu hücredeki elektrik alan değerleri 300 zaman adımı boyunca kaydedilmiştir.

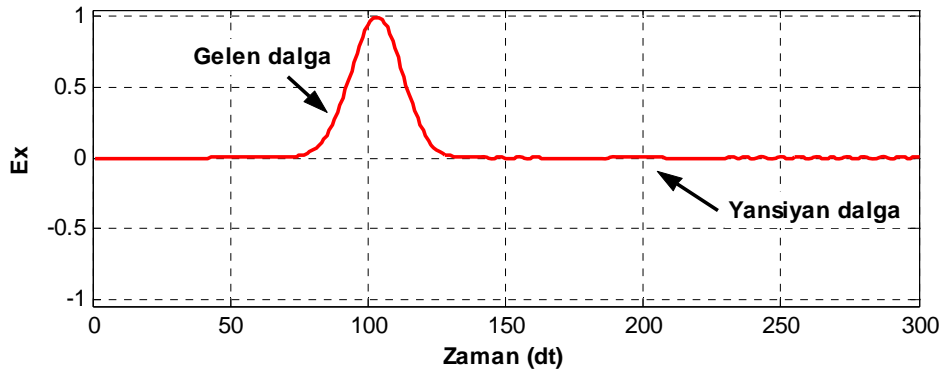


Şekil 3.8 FDTD hesap uzayının görünümü

Şekil 3.9’deki grafiklerde, sınır şartı kullanılmayan FDTD simülasyonu ile 1. dereceden MUR sınır şartı kullanılan FDTD simülasyonu, geri yansımalar miktarları açısından kıyaslanmıştır. Sonuçlardan görüldüğü gibi yutucu sınır şartı olarak MUR sınır şartı kullanıldığında geri yansımalar seviyesi önemli ölçüde azalmaktadır.



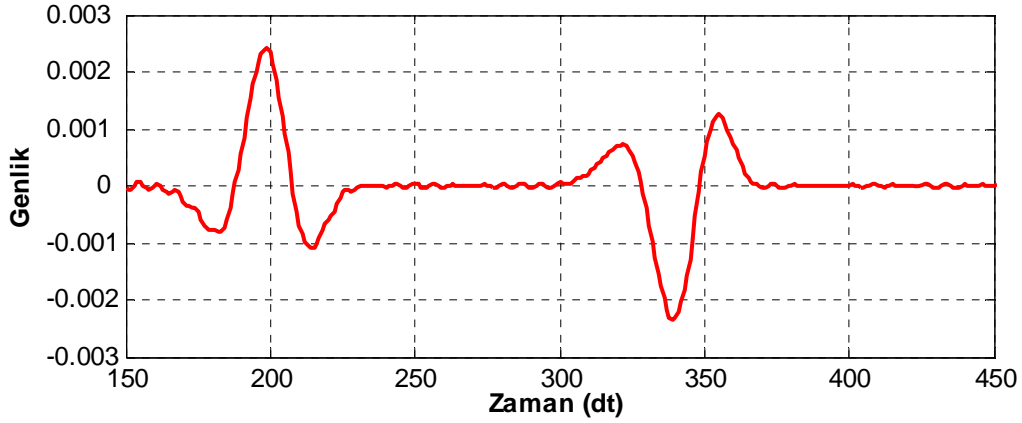
(a) Yutucu sınır şartı uygulanmadan



(b) 1. dereceden MUR sınır şartı uygulanmış

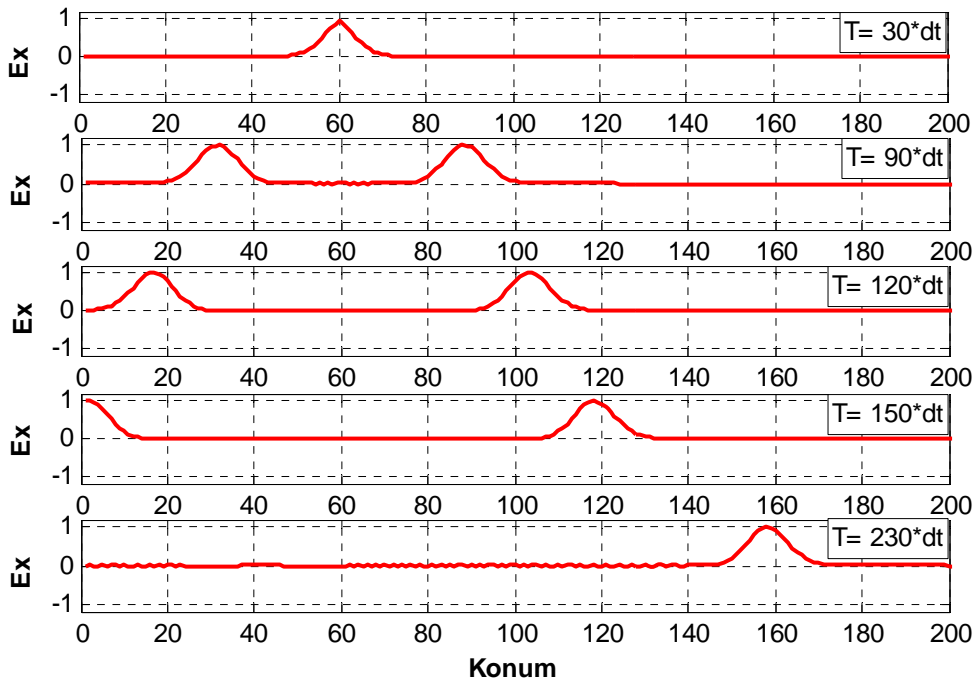
Şekil 3.9 Tek boyutlu simülasyonda sınırdan geri yansımalar seviyeleri

Yansıyan darbenin genliğini daha iyi görebilmek amacıyla, Şekil 3.9'daki çizimin sadece 150 zaman adımından sonraki bölümü çizdirilirse Şekil 3.10'daki sonuç elde edilir. Şekilden görüldüğü gibi yansıyan işaretin genliği, normalize genlikle kıyaslandığında, binde 2'ler düzeyinde kalmaktadır.



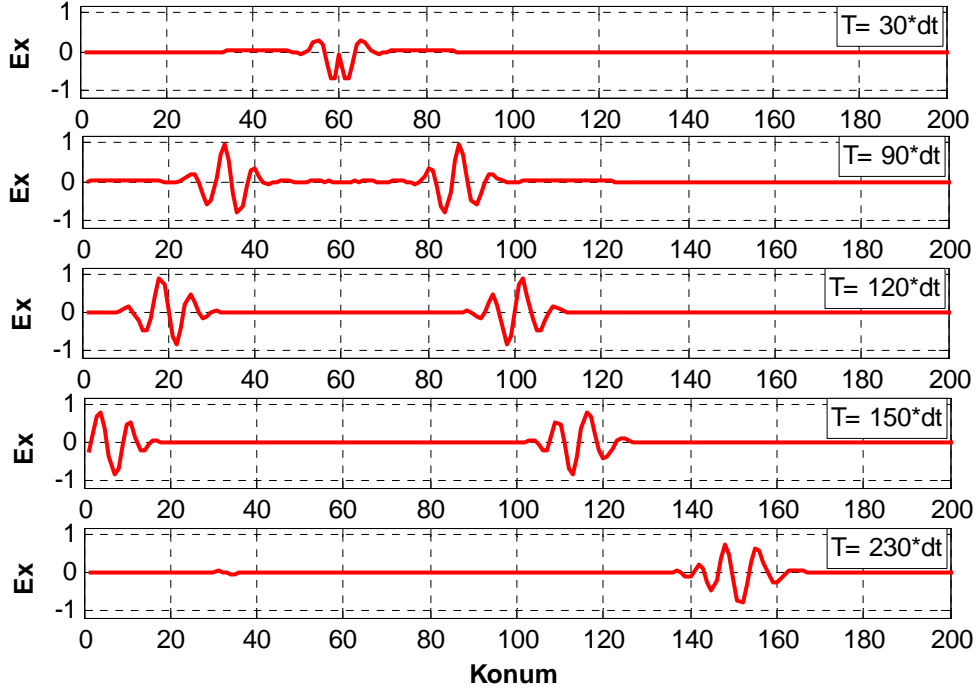
Şekil 3.10 Yansıyan işaretin genliği

1. dereceden MUR sınır şartı uygulanmış tek boyutlu bir yapıda elektromanyetik dalga yayılımını görmek amacıyla açık bölge simülasyonu yapıldığında Şekil 3.11'deki sonuçlar elde edilmiştir. Bu çizimde, Şekil 3.6'daki çizimden farklı olarak, Gauss darbesinin problem uzayına geri yansımadan ilerlediği görülmektedir.



Şekil 3.11 30, 90, 120, 150 ve 230 zaman adımı sonunda elektrik alan bileşeninin durumu

Kaynak olarak $\sin(2\pi f_0 t) \cdot \exp(-(t-t_0)^2/T^2)$ formunda, f_0 frekanslı sinüsoidal bir işaretle modüle edilmiş Gauss darbesi kullanıldığında, 1. dereceden MUR sınır şartının yutucu etkisi Şekil 3.12'deki gibi elde edilmiştir.



Şekil 3.12 Sinüs modüleli Gauss darbesi için MUR sınır şartının performansı

3.2.3. Dielektrik Ortamda Tek Boyutlu Dalga Yayılım Simülasyonu

Bağıl dielektrik sabiti 1'den farklı bir ortamı modellemek için, Maxwell denklemlerini ϵ_r katsayısını dikkate alarak yeniden düzenlemek gerekir. İletkenliği 0, bağıl manyetik geçirgenliği 1 olan dielektrik bir ortamda geçerli Maxwell denklemleri,

$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon_0 \epsilon_r} \nabla \times \vec{H} \quad (3.19)$$

$$\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = -\frac{1}{\mu_0} \nabla \times \vec{E} \quad (3.20)$$

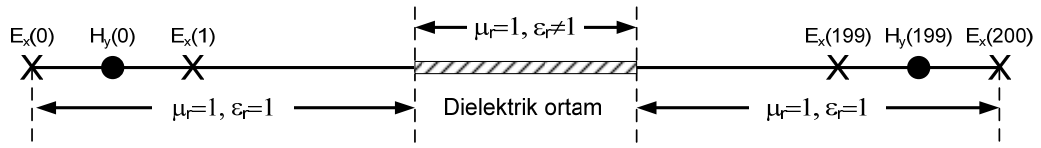
olarak yazılır.

Merkezi sonlu farklar açılımı kullanılarak Maxwell denklemleri düzenlenirse,

$$E_x^{n+\frac{1}{2}}(k) = E_x^{n-\frac{1}{2}}(k) - \frac{\Delta t}{\epsilon_0 \epsilon_r \Delta z} \left[H_y^n(k + \frac{1}{2}) - H_y^n(k - \frac{1}{2}) \right] \quad (3.21)$$

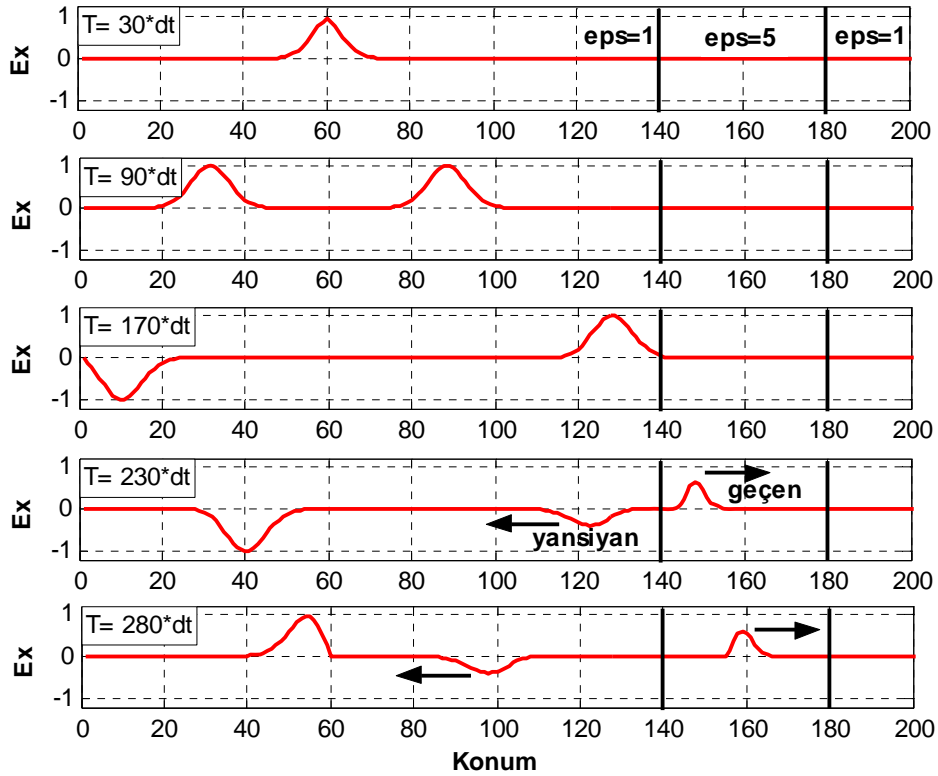
$$H_y^{n+1}(k) = H_y^n(k) - \frac{\Delta t}{\mu \Delta z} \left[E_x^{n+\frac{1}{2}}(k + \frac{1}{2}) - E_x^{n+\frac{1}{2}}(k - \frac{1}{2}) \right] \quad (3.22)$$

denklemleri elde edilir. Modellenen tek boyutlu yapının her bir hücresi için elektriksel ve manyetik parametreler ayarlanarak ortamın modellenmesi yapılır. Şekil 3.13'den görüldüğü gibi problem uzayının belirli bir bölgesine bağlı dielektrik sabiti 1'den farklı bir malzeme yerleştirilmiştir.



Şekil 3.13 Dielektrik malzeme içeren problem uzayı

Şekil 3.14'de 140 ve 180 nolu hücreler arasında bağlı dielektrik sabiti 5 olan bir malzeme olduğu durum için Gauss darbesinin her iki yöne yayılımı görülmektedir. Diğer örneklerde olduğu gibi Gauss darbesi 60. hücreye uygulanmıştır.



Şekil 3.14 Dielektrik malzemenin Gauss darbesinin yayılımına etkisi (sınır şartı uygulanmadan)

Şekil 3.14'deki çizimler incelendiğinde, problem uzayına bir dielektrik malzeme eklenmesinin boşluk-dielektrik ara yüzünde bir geri yansımaya sebep olduğu görülmektedir. Yansıma olayı nedeniyle dielektrik bölgeye geçen dalganın genliğinde bir düşüş gözlenmektedir. Ayrıca, dielektrik bölge içerisinde ilerleyen elektromanyetik dalganın hızı $1/\sqrt{\epsilon_r}$ oranında azalmaktadır. Dielektrik ortam, kayıpsız özellikte olduğu için zaman adımı ilerledikçe darbenin genliğinde bir değişim meydana gelmemektedir.

3.2.4. Kayıplı Dielektrik Ortamda Tek Boyutlu Dalga Yayılım Simülasyonu

Kayıplı dielektrik bir ortamı modellemek için tek boyutlu FDTD denklemlerine ϵ_r ve σ katsayılarını yerleştirmek yeterlidir [7]. İletkenliği sıfırdan farklı bir dielektrik ortam için Maxwell denklemleri,

$$\frac{\partial E_x}{\partial t} = -\frac{1}{\epsilon} \left(\frac{\partial H_y}{\partial z} + \sigma E_x \right) \quad (3.23)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial t} = -\frac{1}{\mu} \frac{\partial E_x}{\partial z} \quad (3.24)$$

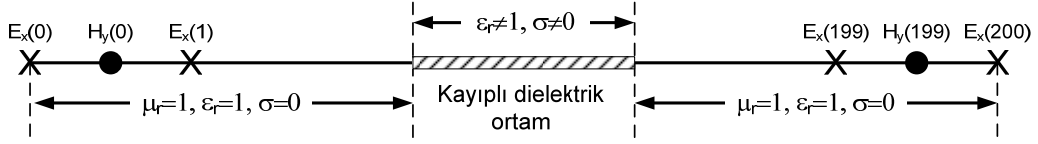
şeklinde yazılır. Merkezi sonlu farklar yaklaşımı yapılarak Maxwell denklemleri düzenlenirse, kayıplı dielektrik ortamda geçerli FDTD denklemleri,

$$E_x^{n+\frac{1}{2}}(\mathbf{k}) = \frac{2\epsilon - \sigma\Delta t}{2\epsilon + \sigma\Delta t} E_x^{n-\frac{1}{2}}(\mathbf{k}) - \frac{2\Delta t}{(2\epsilon + \sigma\Delta t)\Delta z} \left[H_y^n(\mathbf{k} + \frac{1}{2}) - H_y^n(\mathbf{k} - \frac{1}{2}) \right] \quad (3.25)$$

$$H_y^{n+1}(\mathbf{k}) = H_y^n(\mathbf{k}) - \frac{\Delta t}{\mu\Delta z} \left[E_x^{n+\frac{1}{2}}(\mathbf{k} + \frac{1}{2}) - E_x^{n+\frac{1}{2}}(\mathbf{k} - \frac{1}{2}) \right] \quad (3.26)$$

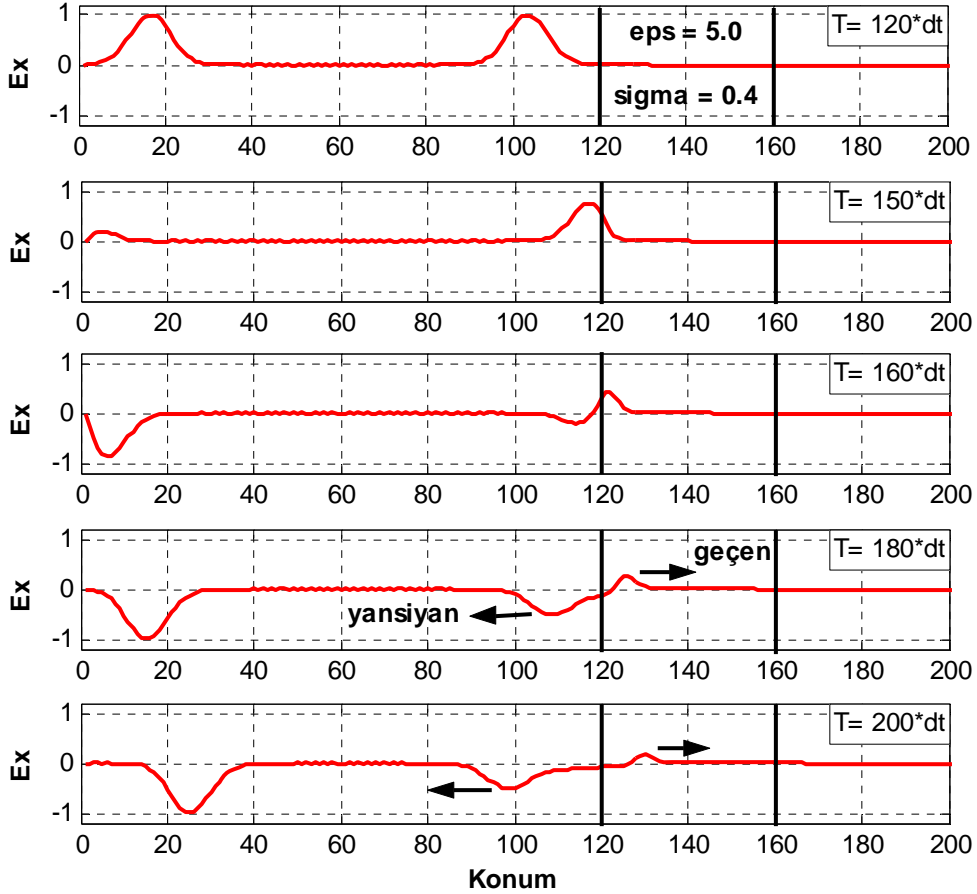
gibi olur. (3.25) ve (3.26) denklemlerinden görüldüğü gibi manyetik alanın y bileşenine ait formülasyon, önceki modellemedeki ile aynıdır. Fakat elektrik alanın x bileşeni hesaplanırken σ değerine bağlı iki katsayı kullanılmaktadır. $\sigma=0$ için bu katsayıların (3.21) denklemindeki katsayılara denk olduğu görülebilir.

Şekil 3.15'de problem uzayının belirli bir bölgesine yerleştirilen kayıplı dielektrik malzeme görülmektedir.



Şekil 3.15 Kayıplı dielektrik malzeme içeren problem uzayı

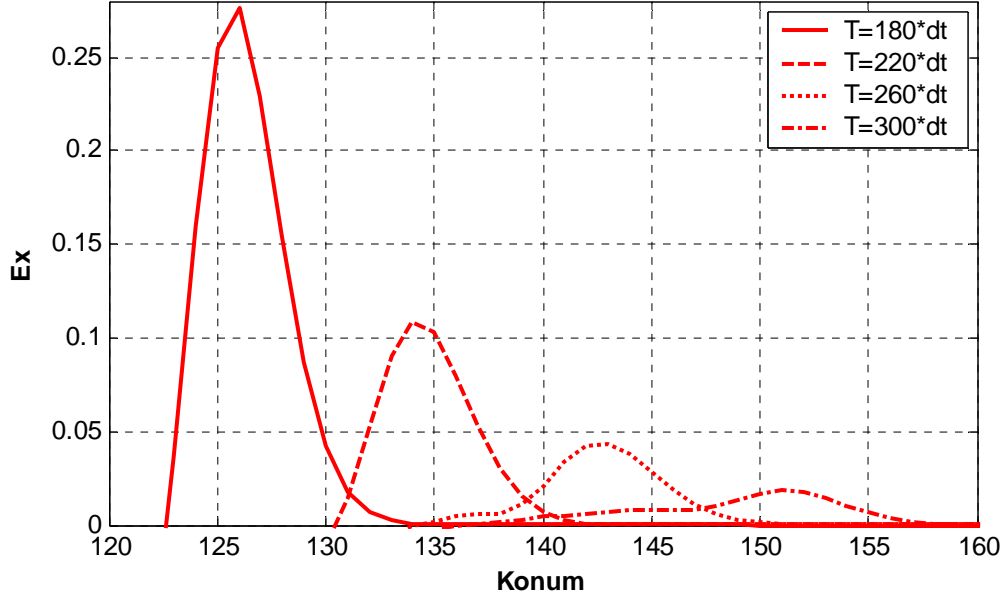
FDTD simülasyonu sırasında 120 ve 160 nolu hücreler arasındaki $41\Delta z$ kalınlığındaki bölgede bağıl dielektrik sabiti 5.0, iletkenliği 0.4 S/m olan bir malzeme olduğu kabul edilmiştir. Darbe süresi 400 ps olan bir Gauss darbesi, 60 nolu hücredeki elektrik alan bileşenine uygulanmış ve çeşitli zaman adımları için Gauss darbesinin ortamdaki ilerleyişi gözlenmiştir. Simülasyonda hücre boyu, dalga boyunun 10'da birine eşit seçilmiştir. Bu durumda $\Delta z=3.6$ mm olmaktadır. Simülasyon zaman adımı ise $\Delta t=\Delta z/(2c)$ formülü gereğince 6.06 ps olarak alınmıştır. Şekil 3.16'da Gauss darbesinin kayıplı dielektrik ortamda ilerleyişi görülmektedir.



Şekil 3.16 Kayıplı dielektrik malzemenin Gauss darbesinin yayılımına etkisi

Şekil 3.16'dan görüldüğü gibi 160 zaman adımı sonunda, boşluk-kayıplı dielektrik malzeme ara yüzünden bir geri yansıma meydana gelmektedir. Kayıplı malzemenin

iletkenliğinin etkisiyle Gauss darbesinin genliğinde zamana bağlı olarak bir düşüş gözlenmektedir. Genlikteki azalma etkisi Şekil 3.17’de verilen çizimde daha açık olarak görülmektedir.



Şekil 3.17 Kayıplı dielektrik malzemede Gauss darbesinin sönümü

Şekil 3.17'nin yatay eksenini 120 ile 160 nolu hücreler arasındaki kayıplı dielektrik bölgeyi göstermektedir. Bu bölge içinde ilerleyen dalga'nın 300 zaman adımı sonunda büyük oranda sönüme uğradığı görülmektedir [25].

3.3. İki Boyutlu FDTD Formülasyonu

İki boyutlu problemlerde koordinat yönlerinden birine göre değişimin olmadığı kabul edilmektedir. Bu yön, kartezyen koordinatlarda genellikle z yönü, silindirik veya küresel koordinatlarda ise ϕ yönü olarak alınır. Silindirik koordinat sisteminde hücrenin bir kenarı $\ell_\phi = r\Delta\phi$ olup r 'ye bağlı değişmektedir. Fakat kartezyen koordinat sisteminde FDTD problem uzayı boyunca konuma bağlı değişim düzenli bir yapıda olduğu için kartezyen koordinat sistemi daha çok tercih edilmektedir [5].

2 boyutlu FDTD denklemlerini kartezyen koordinat sisteminde elde etmek için Maxwell denklemlerinde z yönüne bağlı değişimin olmadığı kabul edilir. Diğer bir değişle denklem (3.1)-(3.6)'da verilen elektrik ve manyetik alana ait denklemlerdeki $\delta/\delta z$ kısmi

türevleri sıfıra eşit alınarak, 3 boyutlu denklemler 2 boyuta indirgenir. 2 boyutlu FDTD denklemleri,

$$\frac{\partial H_x}{\partial t} = -\frac{1}{\mu} \frac{\partial E_z}{\partial y} \quad (3.27)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \frac{\partial E_z}{\partial x} \quad (3.28)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x} \right) \quad (3.29)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial H_z}{\partial y} - \sigma E_x \right) \quad (3.30)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left(-\frac{\partial H_z}{\partial x} - \sigma E_y \right) \quad (3.31)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} - \sigma E_z \right) \quad (3.32)$$

olarak bulunur. 2 boyutlu modelleme için bu denklemlerden sadece 3 tanesi kullanılır. 6 adet denklem, üçer bileşen içeren 2 guruba ayrılarak çözülür. Birinci gruptaki alan bileşenleri enine manyetik (TM) modunu oluştururken, ikinci gruptaki alan bileşenleri enine elektrik (TE) modunu oluşturur [7].

3.3.1. TM Modu Analizi

TM modu analizinde elektromanyetik dalganın ilerlediği z yönünde manyetik alan bileşeninin olmadığı kabul edilir ve $H_z=0$ alınır. Bu modda elektrik alan çizgileri z eksenine paralel durumdadır. Alan çizgileri yapının yüzeyine dik halde olamaz. Bu durumda sadece Maxwell denklemlerindeki H_x , H_y ve E_z alan bileşenlerinden söz edilebilir [7]. Homojen ve kayıplı olmayan bir ortam için ($\sigma=0$),

$$\frac{\partial H_x}{\partial t} = -\frac{1}{\mu} \frac{\partial E_z}{\partial y} \quad (3.33)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \frac{\partial E_z}{\partial x} \quad (3.34)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) \quad (3.35)$$

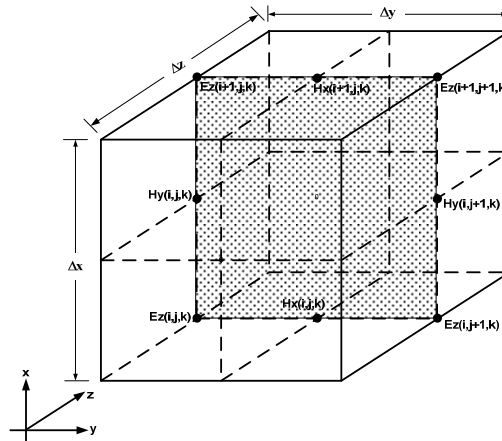
denklemleri kullanılarak TM modu analizi yapılır. 2 boyutlu durumda TM modu denklemleri merkezi sonlu farklar açılımı yardımıyla ayrıklaştırılırsa,

$$H_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j) = H_x^{n-\frac{1}{2}}(i, j) - \frac{\Delta t}{\mu \Delta y} \left[E_z^n(i, j + \frac{1}{2}) - E_z^n(i, j - \frac{1}{2}) \right] \quad (3.36)$$

$$H_y^{n+\frac{1}{2}}(i, j) = H_y^{n-\frac{1}{2}}(i, j) + \frac{\Delta t}{\mu \Delta x} \left[E_z^n(i + \frac{1}{2}, j) - E_z^n(i - \frac{1}{2}, j) \right] \quad (3.37)$$

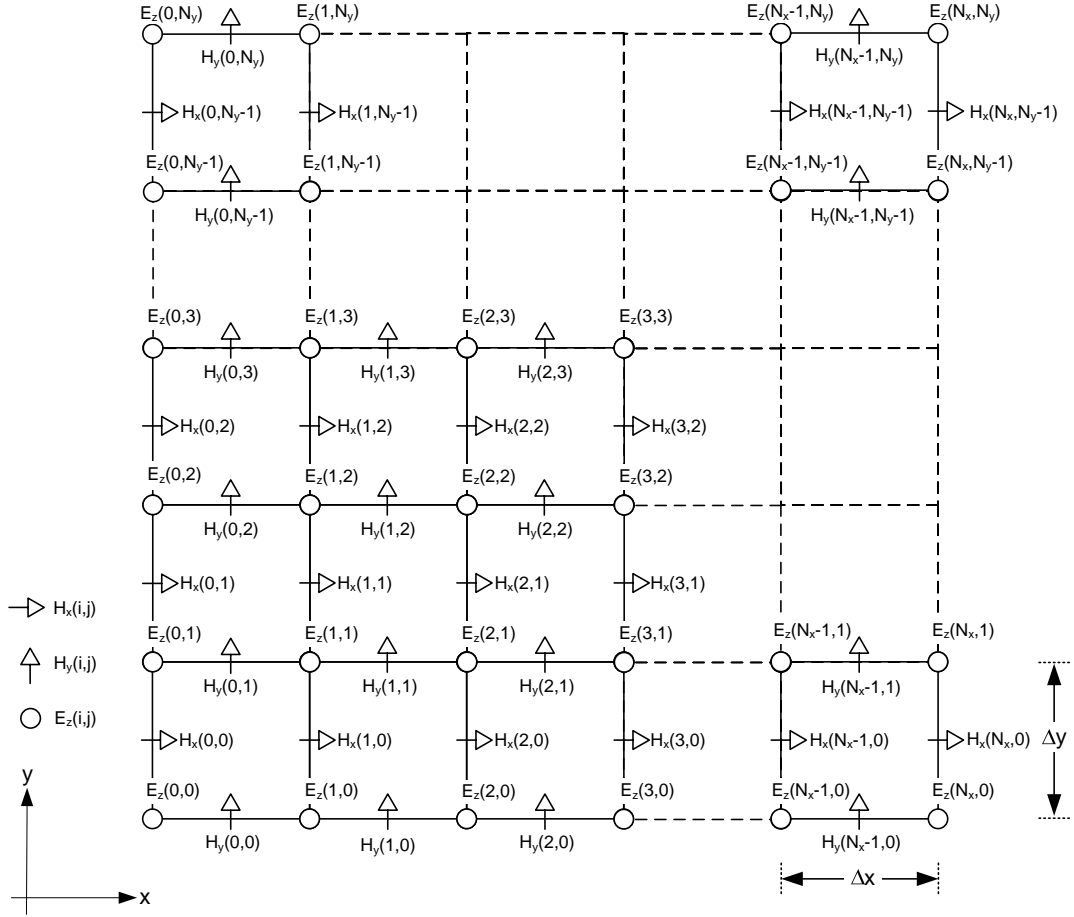
$$E_z^{n+1}(i, j) = E_z^n(i, j) + \frac{\Delta t}{\varepsilon} \left[\frac{H_y^{n+\frac{1}{2}}(i + \frac{1}{2}, j) - H_y^{n-\frac{1}{2}}(i - \frac{1}{2}, j)}{\Delta x} - \frac{H_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j + \frac{1}{2}) - H_x^{n-\frac{1}{2}}(i, j - \frac{1}{2})}{\Delta y} \right] \quad (3.38)$$

denklemleri elde edilir. Şekil 3.18'de 3 boyutlu Yee hücresi üzerinde TM moduna ait alan bileşenlerinin yerleşimi görülmektedir. Çizimden görüldüğü gibi alan bileşenleri x-y düzlemi üzerinde bulunmaktadır.



Şekil 3.18 Yee hücresi üzerinde TM moduna ait alan bileşenleri

Hücre boyutları $(\Delta x) \times (\Delta y)$ olan ve $N_x \times N_y$ adet hücreden oluşan 2 boyutlu bir problem uzayında TM moduna ait H_x , H_y ve E_z alan bileşenlerinin yerleşim planı Şekil 3.19'daki gibidir.



Şekil 3.19 TM modu için 2 boyutlu alan bileşenlerinin yerleşimi

Modelleme sırasında yatay ve düşeydeki hücre sayıları, yapının ölçülerine uygun şekilde seçilerek 3 adet alan bileşeni iteratif olarak çözdürülür. Bilgisayarda sayısal olarak hesaplanması gereken denklemler,

$$H_x(i, j) = H_x(i, j) - \frac{\Delta t}{\mu \Delta y} [E_z(i, j+1) - E_z(i, j)] \quad (3.39)$$

$$H_y(i, j) = H_y(i, j) + \frac{\Delta t}{\mu \Delta x} [E_z(i+1, j) - E_z(i, j)] \quad (3.40)$$

$$E_z(i, j) = E_z(i, j) + \frac{\Delta t}{\epsilon} \left[\frac{H_y(i, j) - H_y(i-1, j)}{\Delta x} - \frac{H_x(i, j) - H_x(i, j-1)}{\Delta y} \right] \quad (3.41)$$

şeklinde yazılır. Bu denklemler çözülürken i, j indislerinin başlangıç ve bitiş değerlerini uygun şekilde seçmek gerekir. H_x bileşeni hesaplanırken i indisi $0 \leq i \leq N_x$ arasında, j indisi ise $0 \leq j \leq N_y-1$ arasında değişir. H_y bileşeni için $0 \leq i \leq N_x-1$ ve $0 \leq j \leq N_y$ aralığında hesap yapılır. E_z bileşeninin hesabında ise $1 \leq i \leq N_x-1$ ve $1 \leq j \leq N_y-1$ aralığındaki tamsayılar kullanılır.

3.3.2. TE Modu Analizi

TE modu analizinde elektromanyetik dalganın ilerlediği z yönünde elektrik alan bileşeni olmadığı kabul edilir. TE modu çözümü için sadece E_x, E_y ve H_z alan bileşenleri dikkate alınır. Homojen ve kayıplı olmayan ($\sigma=0$) bir ortam için TE modu analizinde,

$$\frac{\partial E_x}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon} \frac{\partial H_z}{\partial y} \quad (3.42)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial t} = -\frac{1}{\epsilon} \frac{\partial H_z}{\partial x} \quad (3.43)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x} \right) \quad (3.44)$$

denklemleri kullanılır. (3.42)-(3.44) ve (3.33)-(3.35) denklemlerinden görüldüğü gibi TM ve TE modlarının ortak alan bileşeni yoktur [7].

2 boyutlu durumda TE modu denklemleri merkezi sonlu farklar açılımı yardımıyla ayrıklaştırılırsa,

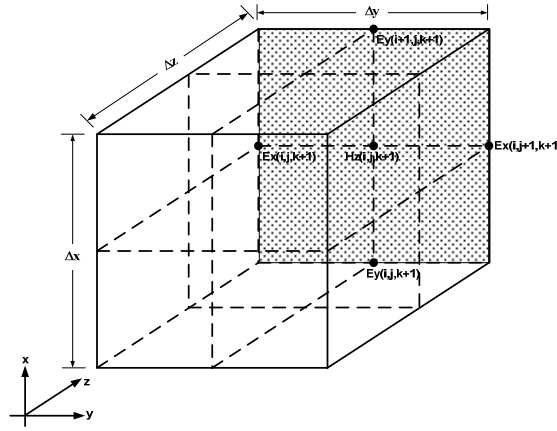
$$E_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j) = E_x^{n-\frac{1}{2}}(i, j) + \frac{\Delta t}{\epsilon \Delta y} \left[H_z^n(i, j + \frac{1}{2}) - H_z^n(i, j - \frac{1}{2}) \right] \quad (3.45)$$

$$E_y^{n+\frac{1}{2}}(i, j) = E_y^{n-\frac{1}{2}}(i, j) - \frac{\Delta t}{\epsilon \Delta x} \left[H_z^n(i + \frac{1}{2}, j) - H_z^n(i - \frac{1}{2}, j) \right] \quad (3.46)$$

$$H_z^{n+1}(i, j) = H_z^n(i, j) + \frac{\Delta t}{\mu} \left[\frac{E_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j + \frac{1}{2}) - E_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j - \frac{1}{2})}{\Delta y} - \frac{E_y^{n+\frac{1}{2}}(i + \frac{1}{2}, j) - E_y^{n+\frac{1}{2}}(i - \frac{1}{2}, j)}{\Delta x} \right] \quad (3.47)$$

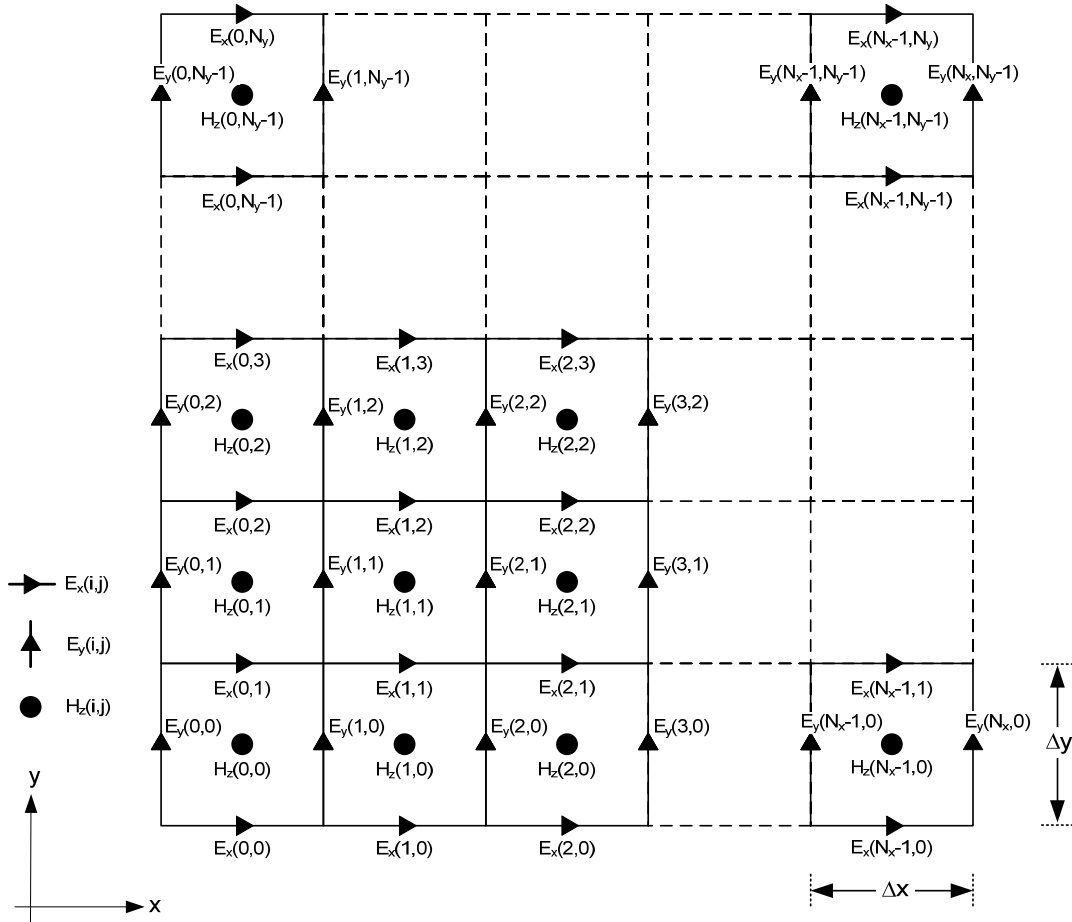
eşitlikleri elde edilir.

Şekil 3.20’de 3 boyutlu Yee hücresi üzerinde TE moduna ait alan bileşenlerinin yerleşimi görülmektedir.



Şekil 3.20 Yee hücresi üzerinde TE moduna ait alan bileşenleri

TE modundaki E_x , E_y ve H_z alan bileşenleri x-y düzleminde yerleştirilecek olursa Şekil 3.21’deki yerleşim planı elde edilir.



Şekil 3.21 TE modu için 2 boyutta alan bileşenlerinin yerleşimi

Şekil 3.21'deki yerleşim planı dikkate alınarak TE modu denklemlerinde gerekli düzenlemeler yapılırsa bilgisayarda sayısal olarak hesaplanması gereken denklemler,

$$E_x(i, j) = E_x(i, j) + \frac{\Delta t}{\epsilon \Delta y} [H_z(i, j) - H_z(i, j-1)] \quad (3.48)$$

$$E_y(i, j) = E_y(i, j) - \frac{\Delta t}{\epsilon \Delta x} [H_z(i, j) - H_z(i-1, j)] \quad (3.49)$$

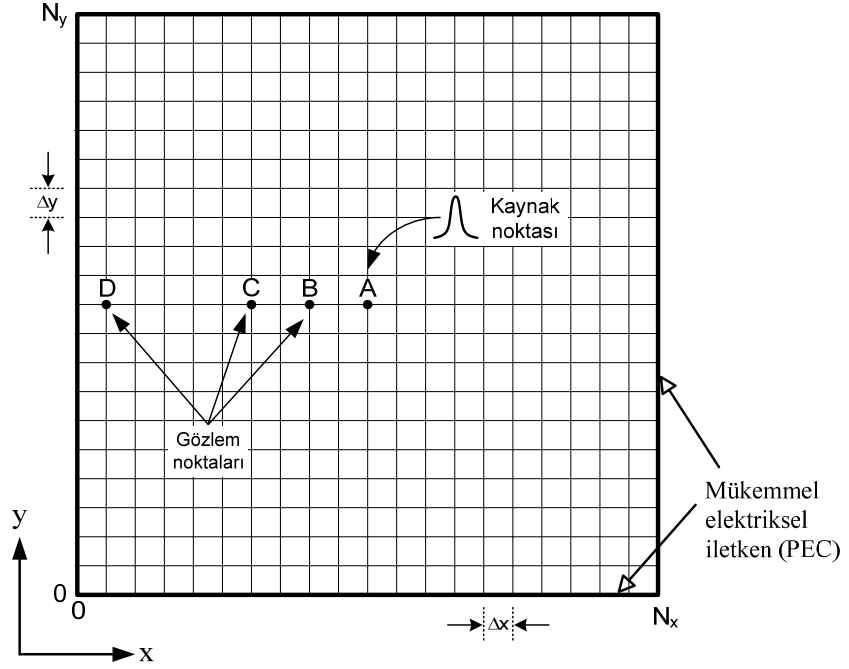
$$H_z(i, j) = H_z(i, j) + \frac{\Delta t}{\mu} \left[\frac{E_x(i, j+1) - E_x(i, j)}{\Delta y} - \frac{E_y(i+1, j) - E_y(i, j)}{\Delta x} \right] \quad (3.50)$$

olarak bulunur. Denklemlerdeki i ve j indislerinin başlangıç ve bitiş değerleri TM moduna benzer şekilde belirlenir. E_x bileşeni hesaplanırken i indisi $0 \leq i \leq N_x-1$ arasında, j indisi ise $1 \leq j \leq N_y-1$ arasında değişir. E_y bileşeni için $1 \leq i \leq N_x-1$ ve $0 \leq j \leq N_y-1$ aralığında hesap yapılır. H_z bileşeninin hesabında ise $0 \leq i \leq N_x-1$ ve $0 \leq j \leq N_y-1$ aralığındaki tamsayılar kullanılır.

3.3.3. Serbest Uzayda TE Modu İçin İki Boyutlu Dalga Yayılım Simülasyonu

FDTD metodu ile 2 boyutlu simülasyon yapılırken öncelikle problem uzayı $N_x \times N_y$ adet hücreye bölünür. Hücre sayısı, modellenen yapının fiziksel ölçüsüne ve en küçük dalga boyuna uygun şekilde seçilir. Ardından tercih edilen mod tipine göre E_x , E_y , H_z veya H_x , H_y , E_z alan bileşenleri $(\Delta x) \times (\Delta y)$ boyutlu birim hücrelere yerleştirilir. Gerçekleştirilen analizin kapalı veya açık tipte olmasına bağlı olarak yapının dış kenarlarında uygun bir sınır şartı kullanılır. Kapalı tip çözüm için problem uzayını mükemmel elektriksel iletken (PEC) ile kaplamak yeterli olmaktadır. Bu işlem yüzeye teğet elektrik alan bileşenleri sıfıra eşitlenerek gerçekleştirilir. Açık bölge simülasyonu yapılacak ise, sınırlardan geri yansımayı önlemek üzere uygun özelliklere sahip bir yutucu sınır şartı tanımlamak gerekir. FDTD döngüsü içerisinde 3 adet alan bileşeni iteratif olarak çözdürülerek modellenen yapının zaman cevabı elde edilir. Herhangi bir alan bileşeninin zamana bağlı değişimini gözlemek için simülasyon süresi boyunca her bir zaman adımında problem uzayı içinde seçilen bir gözlem noktasından o alan bileşeninin değerini kaydetmek yeterlidir.

Şekil 3.22'de 2 boyutlu modellemede kullanılan ızgaralama yapısı görülmektedir. Problem uzayı içindeki A noktası, kaynak fonksiyonunun uygulandığı noktadır. B, C ve D noktaları ise gözlem noktalarını göstermektedir.



Şekil 3.22 2 boyutlu durum için ızgaralama yapısı ve gözlem noktaları

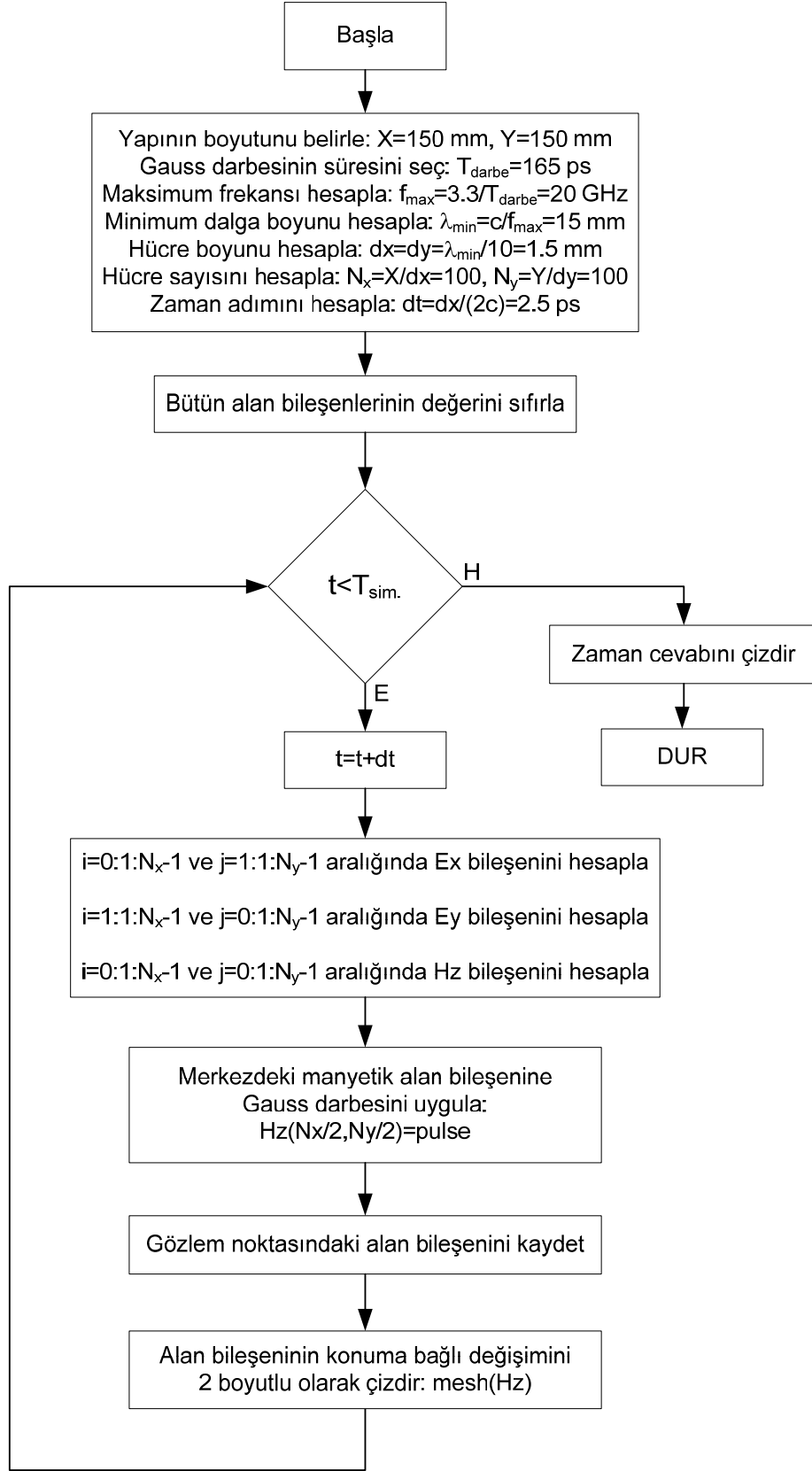
2 boyutlu serbest uzayda elektromanyetik dalga yayılımı için FDTD simülasyonu aşağıda verilmiştir. Modellenen yapının her bir noktasında elektriksel ve manyetik parametrelerin sabit olduğu kabul edilmiştir. Simülasyon parametreleri Tablo 3.1’de listelenmiştir.

Tablo 3.1 Simülasyon parametreleri

Parametreler	Değer
Gauss darbesinin genişliği	165 ps
Maksimum frekans bileşeni (f_{\max})	20 GHz
Minimum dalga boyu (λ_{\min})	15 mm
x ve y yönünde hücre boyu ($\Delta x, \Delta y$)	1.5 mm
x ve y yönünde hücre sayısı (N_x, N_y)	100
Zaman adımı (Δt)	2.5 ps
Simülasyon süresi (T_{sim})	$5000\Delta t$

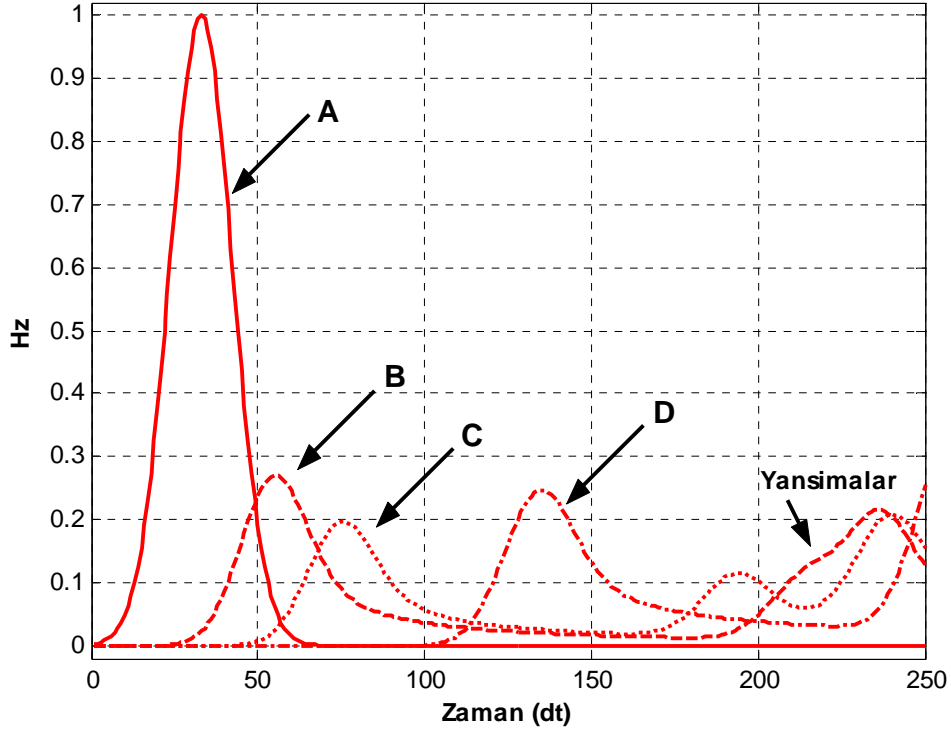
2 boyutlu FDTD simülasyonunun akış diyagramı Şekil 3.23’de görülmektedir. Alan bileşenlerinin hesabında TE moduna ait E_x , E_y ve H_z bileşenleri dikkate alınmıştır.

x ve y yönünde 100’er adet hücreye bölünmüş iki boyutlu bir yapıda merkezdeki (50,50) noktasına Gauss darbesi uygulanmış ve 3 ayrı gözlem noktasından H_z bileşenine ait değerler kaydedilmiştir. Gözlem noktalarının koordinatları sırasıyla B(40,50), C(30,50) ve D(1,50)’dir.



Şekil 3.23 2 boyutlu TE modu simülasyonu için akış diyagramı

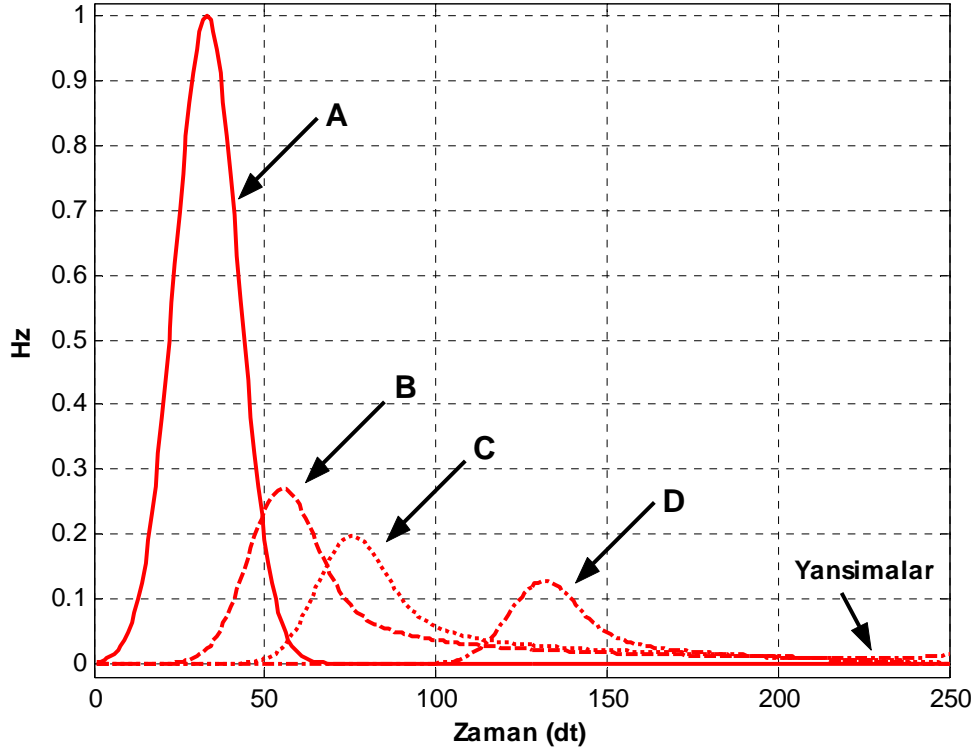
D noktası sınırdan 1 hücre içeride bulunmaktadır. Şekil 3.24’de 250 zaman adımı süresince gözlem noktalarından yapılan kayıtlar görülmektedir.



Şekil 3.24 Sınır şartı yokken H_z bileşeni için zaman cevabı

Şekil 3.24’den görüldüğü gibi Gauss darbesi, merkezden kenarlara doğru yayılırken darbenin genliğinde bir azalma olmaktadır. Genlikteki bu düşüş silindirik dağılım nedeniyle oluşmaktadır [8]. Simülasyon sırasında yapının dış kenarları boyunca herhangi bir sınır şartı kullanılmadığı için kenarlardan yansıma meydana gelmektedir. Kapalı tip problem çözümünde sınırlardaki bu yansımalar yapıya ait zaman cevabının elde edilmesi açısından önem arz etmektedir. Meydana gelen yansımalar problemin doğası gereği olduğundan önlenmesine gerek yoktur. Fakat açık bölge simülasyonunda Gauss darbesinin problem uzayının dışına yayılmasını sağlayabilmek için yansıma miktarını en düşük seviyeye indirecek bir sınır şartına ihtiyaç vardır. Şekil 3.25’de 2 boyutlu yapının 4 kenarı boyunca 1. dereceden MUR sınır şartı kullanılması durumunda elde edilen sonuçlar görülmektedir.

Şekil 3.25’deki sonuçlardan görüldüğü gibi yutucu sınır koşulu olarak 1. dereceden MUR sınır şartı kullanıldığında yansımaların genliği önemli ölçüde azalmaktadır.



Şekil 3.25 MUR sınır şartı varken H_z bileşeni için zaman cevabı

MATLAB programında yapının 4 kenarı boyunca sınıra teğet E_x ve E_y bileşenlerinin değerini hesaplamada kullanılan MUR sınır şartına ait kod Tablo 3.2’de verilmiştir.

Tablo 3.2 Matlab 6.5 için kodlar

```
% ----- Sınır şartı hesabında kullanmak üzere sınırdan 1 hücre içerideki değerleri kaydet -----
for i=1:1:Nx
    Exeski(i,2)=Ex(i,2);      % alt sınırdan 1 hücre içerideki değerleri kaydet
    Exeski(i,100)=Ex(i,100); % üst sınırdan 1 hücre içerideki değerleri kaydet
end
for j=1:1:Ny
    Eyeski(2,j)=Ey(2,j);      % sol sınırdan 1 hücre içerideki değerleri kaydet
    Eyeski(100,j)=Ey(100,j); % sağ sınırdan 1 hücre içerideki değerleri kaydet
end
% -----
% ----- FDTD hesap uzayının 4 kenarı boyunca 1.dereceden MUR sınır şartını uygula -----
b=(c*Δt-Δ)/(c*Δt+Δ);
for i=1:1:Nx
    Ex(i,1)=Exeski(i,2)+b*(Ex(i,2)-Ex(i,1)); % alt kenara teğet elektrik alan değerlerini hesapla
```

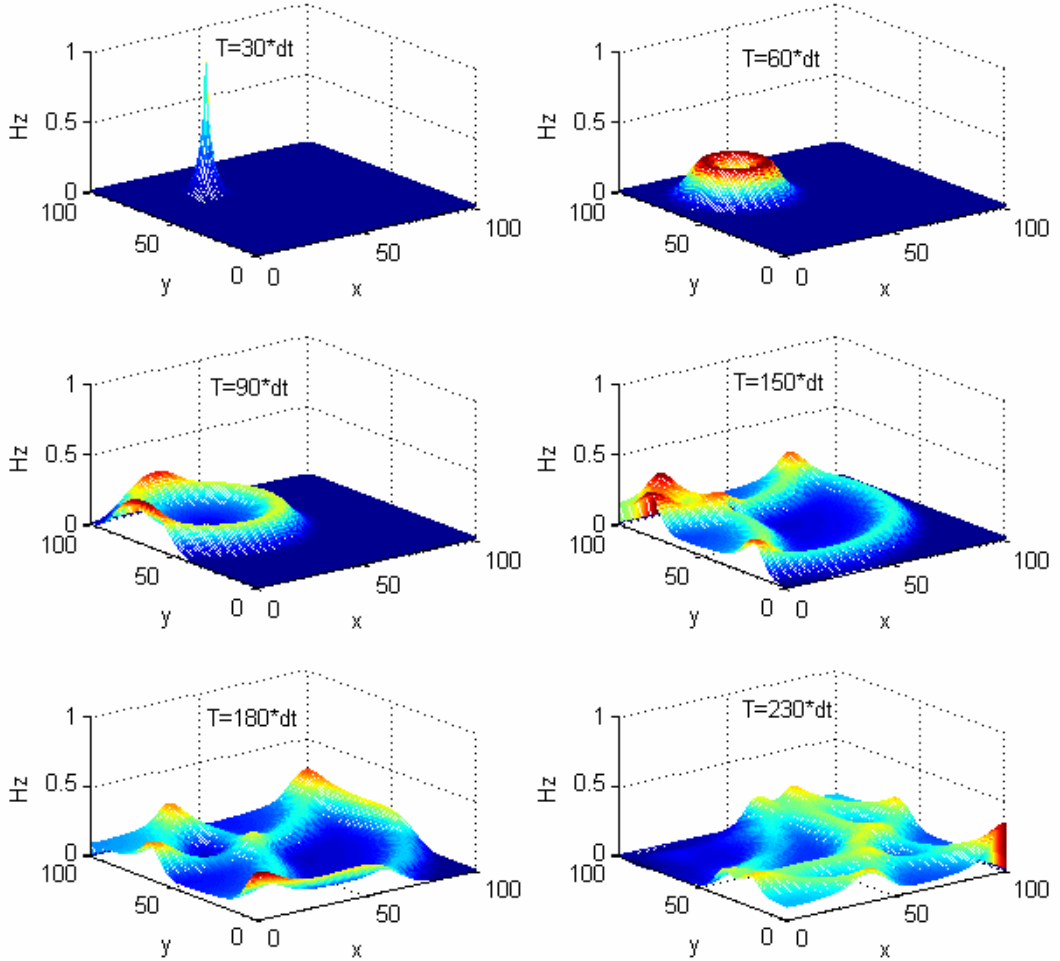


```

Ex(i,101)=Exeski(i,100)+b*( Ex(i,100)-Ex(i,101) );    % üst kenara teğet elektrik alan değerlerini hesapla
end
for j=1:1:Ny
Ey(1,j)=Eyeski(2,j)+b*( Ey(2,j)-Ey(1,j) );            % sol kenara teğet elektrik alan değerlerini hesapla
Ey(101,j)=Eyeski(100,j)+b*( Ey(100,j)-Ey(101,j) );    % sağ kenara teğet elektrik alan değerlerini hesapla
end
% -----

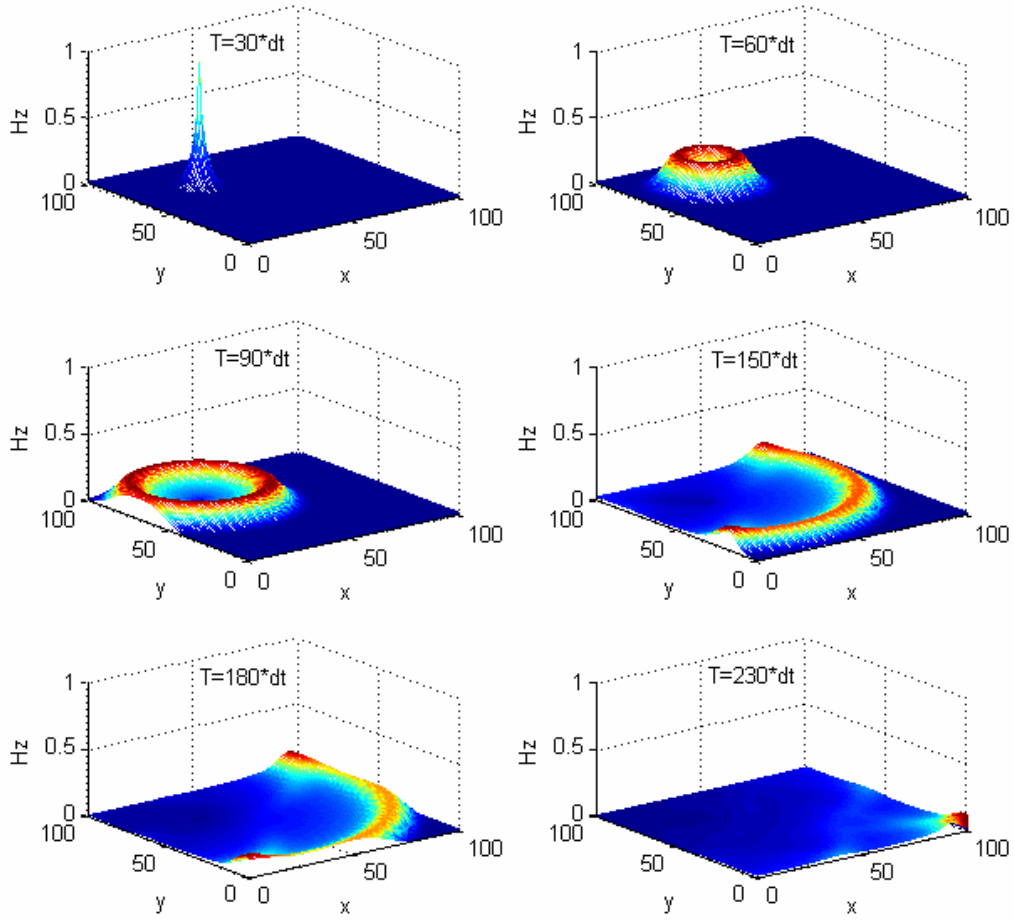
```

Gauss darbesinin 2 boyutlu problem uzayında yayılımına ait FDTD simülasyonu aşağıda verilmiştir. Simülasyon sırasında her bir zaman adımında elektrik alanın E_x , E_y bileşenleri ve manyetik alanın H_z bileşeni iteratif olarak hesaplanmıştır. $\exp(-(t-t_0)^2/T^2)$ formundaki 165 ps süreli Gauss darbesi (30,70) noktasındaki H_z bileşenine uygulanmıştır. Şekil 3.26'da Gauss darbesinin konuma bağlı değişimi çeşitli zaman adımları için verilmektedir.



Şekil 3.26 Serbest uzayda iki boyutlu dalga yayılımı

Şekil 3.26'daki grafikler incelendiğinde 90 zaman adımından sonra darbenin problem uzayına geri yansıdığı görülmektedir. Kenarlar mükemmel elektriksel iletken (PEC) ile kaplı olduğu için bu yansımaların simülasyon süresince devam edeceği söylenebilir. Şekil 3.27'de ise kenarlarda 1. dereceden MUR sınır şartı tanımlandığı durum için Gauss darbesinin yayılımı görülmektedir. 90 zaman adımından sonra darbenin problem uzayına geri yansımadan ilerlediği görülmektedir.



Şekil 3.27 MUR sınır şartı varken serbest uzayda iki boyutlu dalga yayılımı

3.3.4. Dikdörtgen Kesitli Dalga Kılavuzu Modelleme

FDTD metodu düzlemsel mikroşerit devrelerin analizi, yüksek performanslı monolitik mikrodalga devre paketlerinin simülasyonu, aktif anten analizi, saçılma problemleri gibi pek çok elektromanyetik problemin çözümünde başarıyla uygulanmaktadır [26]. FDTD metodunun önemli uygulama alanlarından biri de rezonatör tasarımı ve dalga kılavuzu modellemesidir.

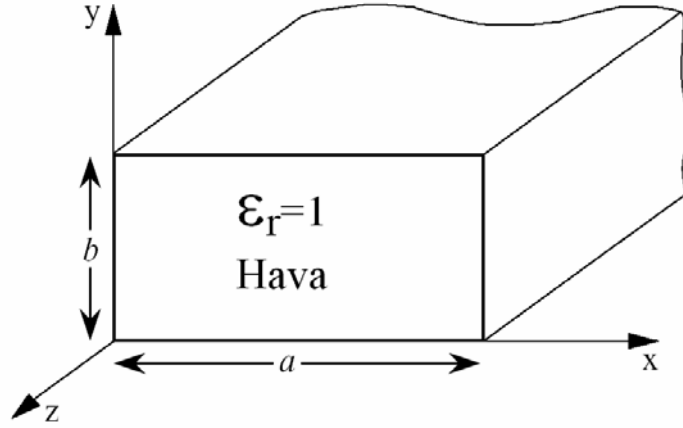
Literatürde bu konu ile ilgili çok sayıda çalışma bulunmaktadır [27-30]. Aşağıda, 2 boyutlu FDTD metodu ile dikdörtgen kesitli dalga kılavuzunun zaman ve frekans bölgesi analizleri verilmektedir. Dalga kılavuzu analizine yeni bir yaklaşım getiren bu modelleme ile dalga kılavuzunun mod kesim frekansları büyük bir doğrulukla tespit edilebilmektedir.

Dikdörtgen kesitli dalga kılavuzları mikrodalga bandındaki sinyalleri iletmek için kullanılan iletim hatlarıdır. 1 GHz'den 220 GHz'in üzerine kadar pek çok uygulamada yaygın olarak kullanılmaktadır [31]. Elektromanyetik dalgaların kılavuz içinde ilerleyebilmesi için mod frekansının kritik kesim frekansı f_c 'den büyük olması gerekir. Mod frekansı kesim frekansından daha düşük olduğunda, dalgalar kılavuz eksenine doğrultusunda hızla zayıflamaya uğrar ve enerji transferi gerçekleşmez. f_c kesim frekansından daha yüksek frekanslı elektromanyetik dalgalar, enine elektrik (TE) ve enine manyetik (TM) olmak üzere iki farklı moda sahip olabilir. Kılavuzun fiziksel boyutları her bir modun kesim frekansını belirler [32].

Kılavuz içindeki elektromanyetik alanların analizi için Maxwell denklemlerinin kılavuz duvarlarındaki sınır şartlarına göre çözülmesi gerekir. Kılavuz duvarları mükemmel iletken olduğu için sınır şartları gereği elektrik alanın duvarlara teğet bileşeni sıfıra eşittir. Maxwell denklemleri çözüldüğünde E_x , E_y , H_x ve H_y alan bileşenlerinin her biri, boyuna alan bileşenleri olan E_z ve H_z cinsinden tanımlanabilir. Yayılan dalganın iki temel moda ayrılmasıyla E_z ve H_z için iki bağımsız dalga denklemi elde edilebilir [33]. TE modunda kılavuz eksenine doğrultusunda herhangi bir elektrik alan bileşeni bulunmaz. Buna karşılık manyetik alanın hem eksen doğrultusunda hem de eksene dik bileşenleri bulunur ($E_z=0$, $H_z \neq 0$). TM modunda ise manyetik alanın kılavuz eksenine doğrultusunda bileşeni yoktur. Ancak elektrik alanın hem eksen doğrultusunda hem de eksene dik bileşenleri vardır ($H_z=0$, $E_z \neq 0$). Kılavuz uygun şekilde uyarılarak E_z ve H_z bileşenlerinden birini yok etmek mümkündür [34].

3.3.4.1. İçi Hava İle Dolu Dalga Kılavuzu

Şekil 3.28'de ölçüleri a ve b olan içi hava dolu dikdörtgen kesitli bir dalga kılavuzu görülmektedir. Analiz için kılavuz kesitinin düzgün olduğu, duvarların mükemmel iletken olduğu ve dalganın yayıldığı z yönünde sürekli olduğu yani kılavuzun sonsuz uzunlukta olduğu kabul edilmiştir.



Şekil 3.28 Dalga kılavuzunun ölçüleri

E_z için dalga denklemi,

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} + k_c^2 E_z = 0 \quad (3.51)$$

şeklindedir. (3.51) denklemi sınır şartları dikkate alınarak çözülürse, TM_{mn} modunun z yönündeki elektrik alan bileşeni,

$$E_z = E_0 \sin\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b} y\right) e^{j(\omega t - \beta z)} \quad (3.52)$$

olarak elde edilir. Dalga kılavuzunda ilerleyen TM modlu elektromanyetik dalganın E ve H bileşenleri ise,

$$E_x = -\frac{j\beta E_0}{k^2} \frac{m\pi}{a} \cos\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b} y\right) e^{j(\omega t - \beta z)} \quad (3.53)$$

$$E_y = -\frac{j\beta E_0}{k^2} \frac{n\pi}{b} \sin\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b} y\right) e^{j(\omega t - \beta z)} \quad (3.54)$$

$$H_x = \frac{j\omega\epsilon E_0}{k^2} \frac{n\pi}{b} \sin\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b} y\right) e^{j(\omega t - \beta z)} \quad (3.55)$$

$$H_y = -\frac{j\omega\epsilon E_0}{k^2} \frac{m\pi}{a} \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) e^{j(\omega t - \beta z)} \quad (3.56)$$

gibidir.

Benzer şekilde H_z için dalga denklemi,

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_z}{\partial y^2} + k_c^2 H_z = 0 \quad (3.57)$$

şeklinde yazılabilir. (3.57) denklemindeki kısmi diferansiyel denklem, $\delta H_z / \delta x = 0$ ve $\delta H_z / \delta y = 0$ sınır şartları ile çözümlerse, TE_{mn} modunun z yönündeki manyetik alan bileşeni,

$$H_z = H_0 \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) e^{j(\omega t - \beta z)} \quad (3.58)$$

şeklinde elde edilir. Dalga kılavuzunda ilerleyen TE modlu elektromanyetik dalganın E ve H bileşenleri ise,

$$E_x = \frac{j\omega\mu H_0}{k^2} \frac{n\pi}{b} \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) e^{j(\omega t - \beta z)} \quad (3.59)$$

$$E_y = -\frac{j\omega\mu H_0}{k^2} \frac{m\pi}{a} \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) e^{j(\omega t - \beta z)} \quad (3.60)$$

$$H_x = \frac{j\beta H_0}{k^2} \frac{m\pi}{a} \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) e^{j(\omega t - \beta z)} \quad (3.61)$$

$$H_y = \frac{j\beta H_0}{k^2} \frac{n\pi}{b} \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) e^{j(\omega t - \beta z)} \quad (3.62)$$

olarak yazılır. Dalga kılavuzunda iletilen enine elektrik ve enine manyetik modları için mod dereceleri m ve n indisleri ile gösterilmektedir. TE_{mn} ve TM_{mn} şeklindeki gösterimde m indisi, kılavuzun uzun kenarı doğrultusundaki alan dağılımındaki yarı periyotlar sayısını; n indisi ise kısa kenar doğrultusundaki alan dağılımındaki yarı periyotlar sayısını belirtmektedir [32].

Dalga kılavuzunun z yönündeki yayılım sabiti,

$$\gamma_{mn} = \sqrt{\left[\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2\right] - [\omega^2 \mu \epsilon]} \quad (3.63)$$

ifadesindeki gibi verilir. (3.63) denkleminde görüldüğü gibi γ_{mn} değeri, kılavuz boyutlarına, ω açısal frekansına, malzemenin ϵ ve μ parametrelerine ve mod numaralarını gösteren m ve n değerine bağlıdır.

(3.63) denkleminde kök içindeki ifade pozitif ise γ_{mn} reeldir, negatif ise imajinerdir. Bu iki durum arasındaki geçiş, $\omega = \omega_c$ açısal frekansında meydana gelir. Bu frekans, kesim frekansı olarak adlandırılır.

$\gamma_{mn} = 0$ için,

$$\omega_{c,mn}^2 \mu \epsilon = \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 \quad (3.64)$$

eşitliği yazılabilir. (3.64) denkleminde gerekli düzenlemeler yapılırsa, dikdörtgen kesitli dalga kılavuzunda iletilebilen TE ve TM modlarının kesim frekansı,

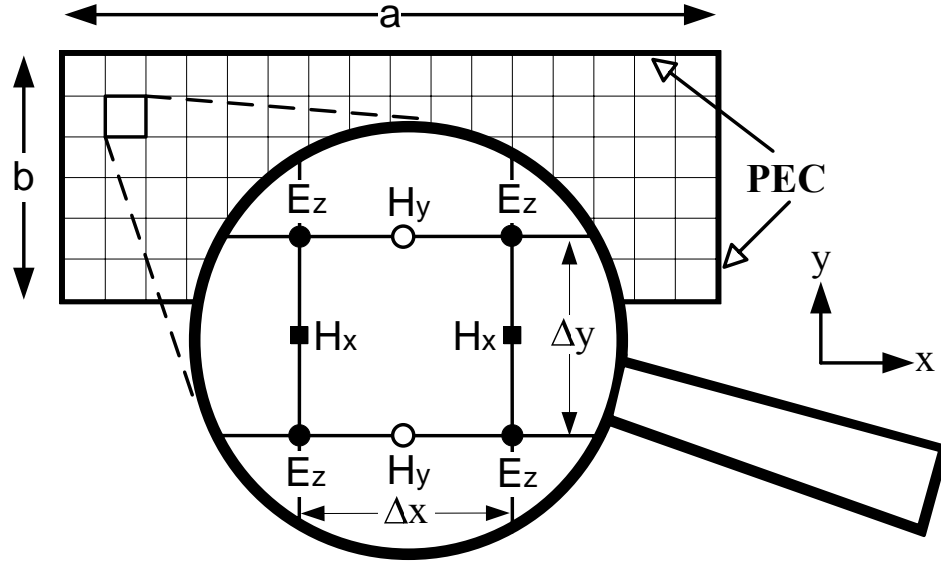
$$f_{c,mn} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\mu\epsilon}} \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2} \quad (3.65)$$

bağıntısındaki gibi elde edilir. Kılavuzun mod kesim frekansları (3.65) bağıntısı kullanılarak analitik olarak hesaplanabileceği gibi, 2 boyutlu FDTD simülasyonu yapılarak da elde edilebilir.

Dalga kılavuzunun FDTD metodu ile modellenebilmesi için öncelikle kılavuzun uygun boyutta ızgaralara ayrılması gerekir. Belirli bir frekans bandında kılavuzda iletilebilecek bütün modların kesim frekanslarını elde edebilmek için FDTD simülasyonunu TM ve TE modları için ayrı ayrı yapmak gerekir.

Aşağıda, boyutları 72.136 mm x 34.036 mm olan ve 2.6 GHz-3.95 GHz aralığındaki S bandında kullanılan WR284 adlı dikdörtgen kesitli dalga kılavuzunun FDTD analizi verilmiştir. Bu kılavuzun dominant mod frekansı (3.65) denkleminde göre hesaplanırsa 2.079 GHz değeri elde edilir. Kılavuzda yayılabilecek en düşük dereceli mod, $m=1$ ve $n=0$ durumu için olduğundan dominant mod TE_{10} modudur. Gerçekleştirilen FDTD simülasyonu ile kılavuzda iletilebilen bütün TM ve TE modlarının kesim frekanslarının elde edilmesi amaçlanmaktadır.

Şekil 3.29’da dikdörtgen kesitli dalga kılavuzunun TM moduna göre modellenmesini sağlayan ızgaralama yapısı görülmektedir. Şekilden görüldüğü gibi $a \times b$ boyutundaki kılavuzun dış kenarları mükemmel elektriksel iletken (PEC) ile kaplanmış ve problem uzayı $(\Delta x) \times (\Delta y)$ boyutunda çok sayıda Yee hücrene bölünmüştür. Hücre içerisinde sadece H_x , H_y ve E_z alan bileşenleri yer almaktadır.



Şekil 3.29 TM modunda alan bileşenlerinin yerleşimi

FDTD simülasyonu sırasında kaynak olarak darbe genişliği 165 ps olan Gauss darbesi kullanılmıştır. Kılavuz yatayda 40, düşeyde 20 adet olmak üzere toplam 800 adet hücreye bölünmüştür. Her bir hücre, $\Delta x=1.8034$ mm ve $\Delta y=1.7018$ mm boyutunda olup dikdörtgen şeklindedir. Zaman adımı,

$$\Delta t \leq \frac{1}{(c/\sqrt{\epsilon_r}) \cdot \sqrt{(1/\Delta x)^2 + (1/\Delta y)^2}} \quad (3.66)$$

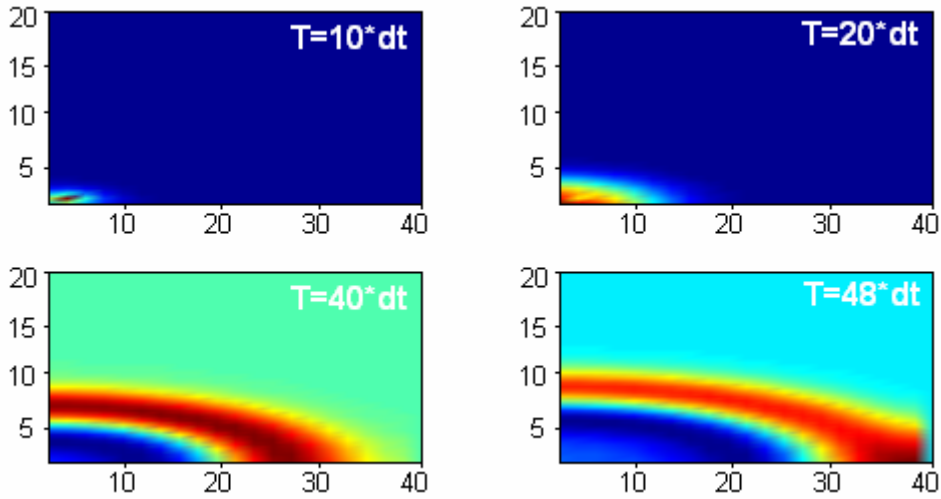
ifadesindeki Courant şartı gereğince 4.125 ps’den küçük olmak zorundadır. Bu şart dikkate alınarak zaman adımı 3 ps olarak seçilmiştir.

Simülasyon parametreleri toplu olarak Tablo 3.3’de görülmektedir.

Tablo 3.3 TM modu için simülasyon parametreleri

Gauss darbesinin genişliği	165 ps
x yönünde hücre boyu (Δx)	1.8034 mm
y yönünde hücre boyu (Δy)	1.7018 mm
x yönünde hücre sayısı (N_x)	40
y yönünde hücre sayısı (N_y)	20
Zaman adımı (Δt)	3 ps
Simülasyon süresi (T_{sim})	10000 Δt

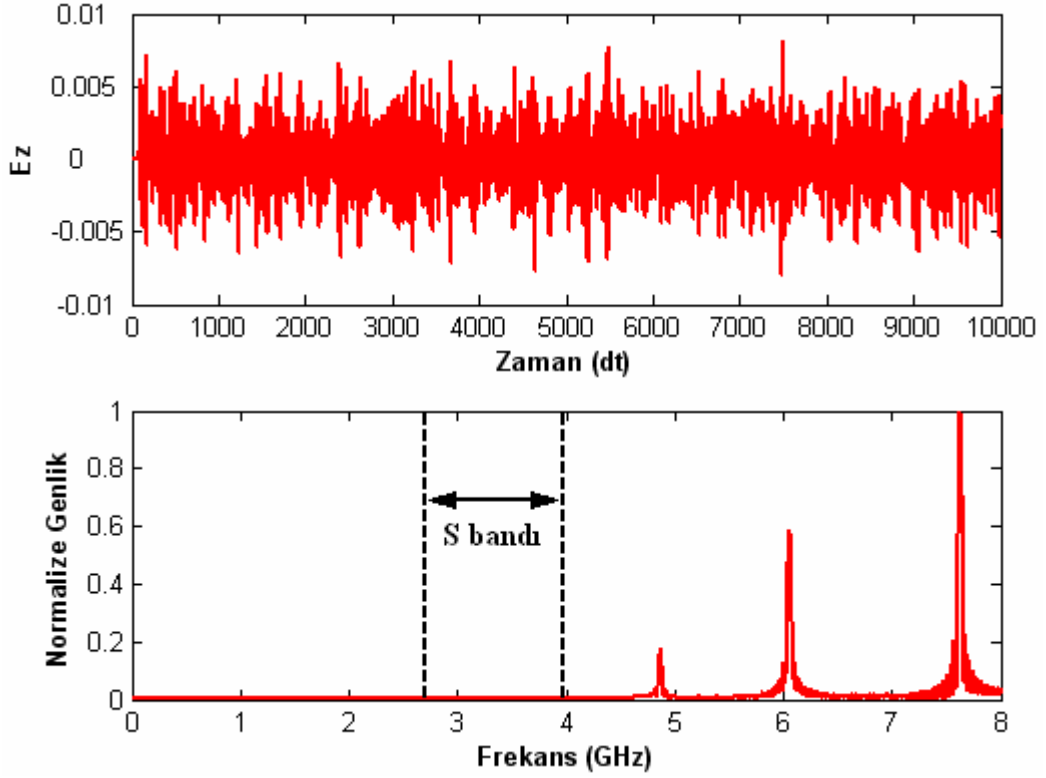
Simülasyon sırasında alan bileşenleri her bir zaman adımında iteratif olarak güncellenirken Gauss darbesi E_z bileşenine eklenmiştir. Kılavuz içinde seçilen uygun bir noktadan simülasyon süresince E_z bileşeninin değişimi gözlenmiştir. Şekil 3.30'da Gauss darbesinin kılavuz içerisindeki ilerleyişi görülmektedir.



Şekil 3.30 Gauss darbesinin çeşitli zaman adımları için konuma bağlı değişimi

TM moduna ait 2 boyutlu FDTD simülasyonu 10000 Δt süresi sonunda kesilmiş ve daha hassas frekans çözünürlüğü elde etmek için zaman cevabına ait sinyalin sonuna 30000 adet sıfır eklenmiştir. FFT işlemi, 40000 adet veriden oluşan zaman cevabı için gerçekleştirilmiştir. Böylece kısa süreli bir FDTD simülasyonu yapılarak daha iyi frekans cevabı elde edilebilmesi mümkün olmuştur.

Şekil 3.31'de TM moduna ait zaman cevabı ve 0-8 GHz aralığındaki frekans cevabı görülmektedir. Frekans cevabı üzerinde görülen darbe şeklindeki sivri işaretlerden her biri, dalga kılavuzunun mod kesim frekanslarını göstermektedir. Simülasyon sonuçlarına göre, kılavuzda S bandı içerisinde herhangi bir TM modu oluşmadığı açıkça görülmektedir.



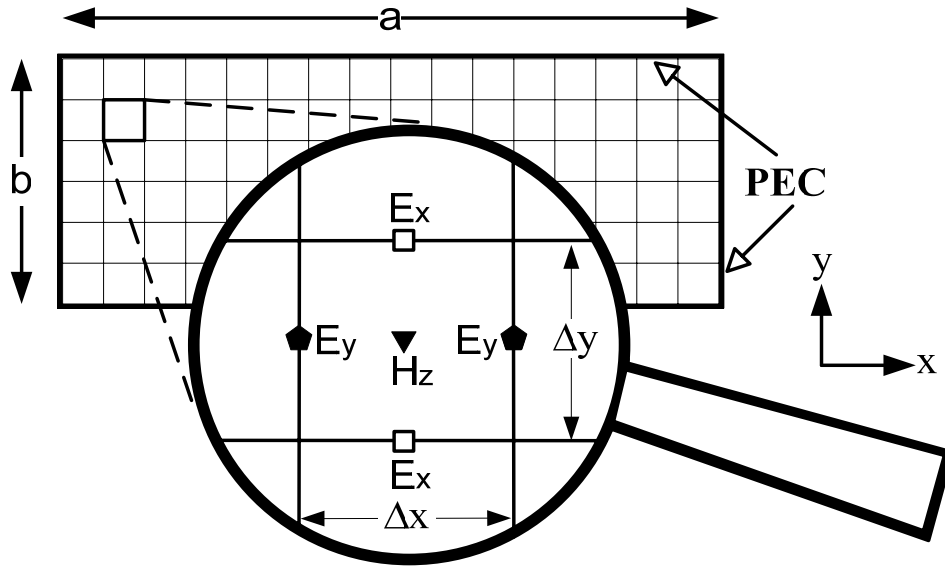
Şekil 3.31 TM modu için zaman ve frekans cevabı

Tablo 3.4’de 2 boyutlu FDTD simülasyonuna ait sonuçlar ile analitik sonuçlar karşılaştırılmıştır. Tablodaki değerlerden görüldüğü gibi simülasyon sonuçları ile teorik sonuçlar uyum içerisindedir ve hata miktarı %0.1 civarındadır.

Tablo 3.4 Analitik sonuçlar ve FDTD simülasyonu sonuçları

Modlar	Analitik sonuçlar (GHz)	FDTD sonuçları (GHz)	Hata (%)	Frekans kayması (MHz)
TM ₁₁	4.8730	4.8690	0.082	4
TM ₂₁	6.0596	6.0544	0.085	5.2
TM ₃₁	7.6379	7.6250	0.168	12.9

Dikdörtgen kesitli dalga kılavuzunun TE moduna göre modellenmesini sağlayan ızgaralama yapısı Şekil 3.32’de görülmektedir. Kılavuzun dış kenarları TM modunda olduğu gibi mükemmel elektriksel iletken (PEC) ile kaplanmış ve problem uzayı $(\Delta x) \times (\Delta y)$ boyutunda hücrelere bölünmüştür. Her bir Yee hücresi içerisinde E_x , E_y ve H_z alan bileşenleri bulunmaktadır.



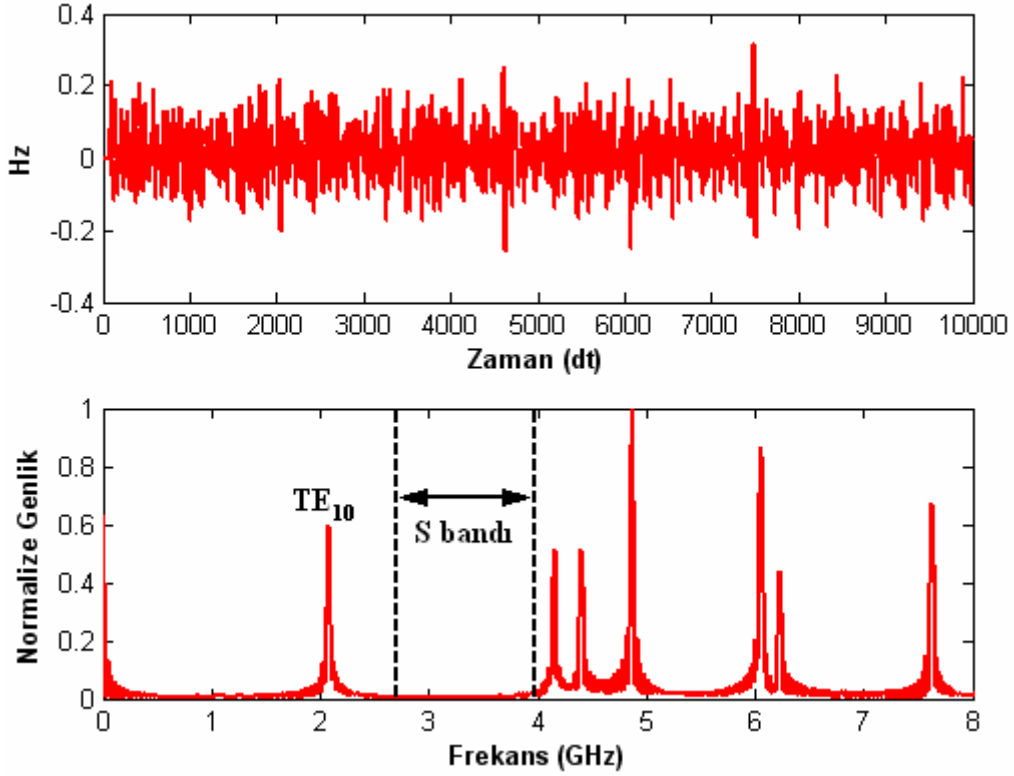
Şekil 3.32 TE modunda alan bileşenlerinin yerleşimi

TE moduna ait FDTD simülasyonu sırasında darbe genişliği 110 ps olan Gauss darbesi kullanılmıştır. Kılavuz 800 adet hücreye bölünmüştür. Hücre boyutları $\Delta x=1.8034$ mm ve $\Delta y=1.7018$ mm'dir. Zaman adımı önceki simülasyonda olduğu gibi 3 ps olarak seçilmiştir. Simülasyon parametreleri toplu olarak Tablo 3.5'de görülmektedir.

Tablo 3.5 TE modu için simülasyon parametreleri

Gauss darbesinin genişliği	110 ps
x yönünde hücre boyu (Δx)	1.8034 mm
y yönünde hücre boyu (Δy)	1.7018 mm
x yönünde hücre sayısı (N_x)	40
y yönünde hücre sayısı (N_y)	20
Zaman adımı (Δt)	3 ps
Simülasyon süresi (T_{sim})	10000 Δt

Simülasyon sırasında alan bileşenleri her bir zaman adımında iteratif olarak çözdürülmüştür. Kaynak olarak kullanılan Gauss darbesi FDTD döngüsü süresince kılavuzun sol alt köşesine yakın bir noktadaki H_z bileşenine eklenmiştir. H_z bileşeninin zamana bağlı değişimi, kılavuzun sağ üst köşesine yakın bir gözlem noktasından simülasyon süresi boyunca kaydedilmiştir. Şekil 3.33'de TE moduna ait zaman ve frekans cevabı görülmektedir.



Şekil 3.33 TE modu için zaman ve frekans cevabı

Kılavuza ait zaman cevabı incelendiğinde önceki simülasyon sonuçlarına göre belirgin bir fark olmadığı görülür. Fakat, alan bileşenine ait değerlerin simülasyon süresince kaydedilmesi kılavuza ait önemli bilgiler sağlamaktadır. Zaman cevabı içerisinde saklı vaziyetteki bu bilgiler FFT analizi sonucunda ortaya çıkmaktadır. Şekil 3.33'deki 0-8 GHz aralığındaki frekans cevabı incelendiğinde 7 adet rezonansın oluştuğu görülmektedir. Bu rezonans frekansları dalga kılavuzunda iletilebilecek TE modlarının kesim frekanslarına denk gelmektedir. Şekilden görüldüğü gibi S bandının gerisinde sadece 1 adet rezonans ortaya çıkmıştır. Şekil üzerinde TE_{10} olarak gösterilen bu rezonans, kılavuzda yayılabilen en düşük frekanslı moda ait olup, dominant modu temsil etmektedir.

Kılavuzda sadece TE_{10} modunda iletim yapılabilmesi için elektromanyetik dalga frekansının, dominant modun kesim frekansının üzerinde ve diğer mod kesim frekanslarının altında olması gerekir. Bu durumda kılavuzda TE_{10} modlu dalgalar yayılırken yüksek dereceli modların tamamı yok olur [35]. Dalga kılavuzu teorisine ait bu fiziksel olaylar, geliştirilen 2 boyutlu FDTD modellemesi ile doğrulanmış olmaktadır.

Tablo 3.6'da FDTD simülasyonuna ait sonuçlar ile analitik sonuçlar karşılaştırılmıştır. Sonuçlardan görüldüğü gibi kılavuzun dominant modu %0.134'lük bir hata payıyla ve 2.8 MHz'lik bir hassasiyetle elde edilmiştir. Diğer mod kesim frekanslarının da analitik sonuçlar ile uyum içerisinde olduğu görülmektedir.

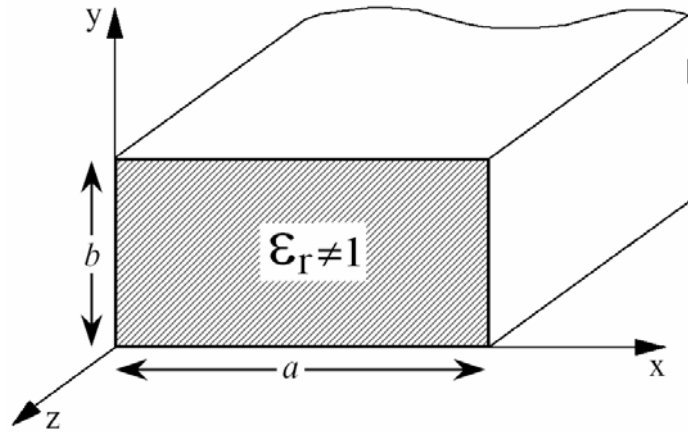
Tablo 3.6 Analitik sonuçlar ve FDTD simülasyonu sonuçları

Modlar	Analitik sonuçlar (GHz)	FDTD sonuçları (GHz)	Hata (%)	Frekans kayması (MHz)
TE ₁₀	2.0794	2.0766	0.134	2.8
TE ₂₀	4.1588	4.1492	0.230	9.6
TE ₀₁	4.4071	4.3992	0.179	7.9
TE ₁₁	4.8730	4.8669	0.125	6.1
TE ₂₁	6.0596	6.0524	0.118	7.2
TE ₃₀	6.2382	6.2218	0.262	16.4
TE ₃₁	7.6379	7.6250	0.168	12.9

3.3.4.2. İçi Dielektrik Malzeme İle Dolu Dalga Kılavuzu

Dikdörtgen kesitli dalga kılavuzunun iç kısmı boş olabileceği gibi, dielektrik sabiti boşluğunkinden farklı bir malzeme ile de dolu olabilir. Dielektrik malzeme kullanılması, yayılım sabitini, faz hızını ve mod kesim frekansı değerlerini etkiler.

Şekil 3.34’de, iç kısmında ϵ_r değeri 1’den farklı bir malzeme bulunan dikdörtgen kesitli dalga kılavuzu görülmektedir. Kılavuzun kesit ölçüleri a ve b olup, dış duvarları mükemmel iletken özelliktedir. Dalganın yayıldığı z yönünde kılavuzun sonsuz uzunlukta olduğu kabul edilmektedir.



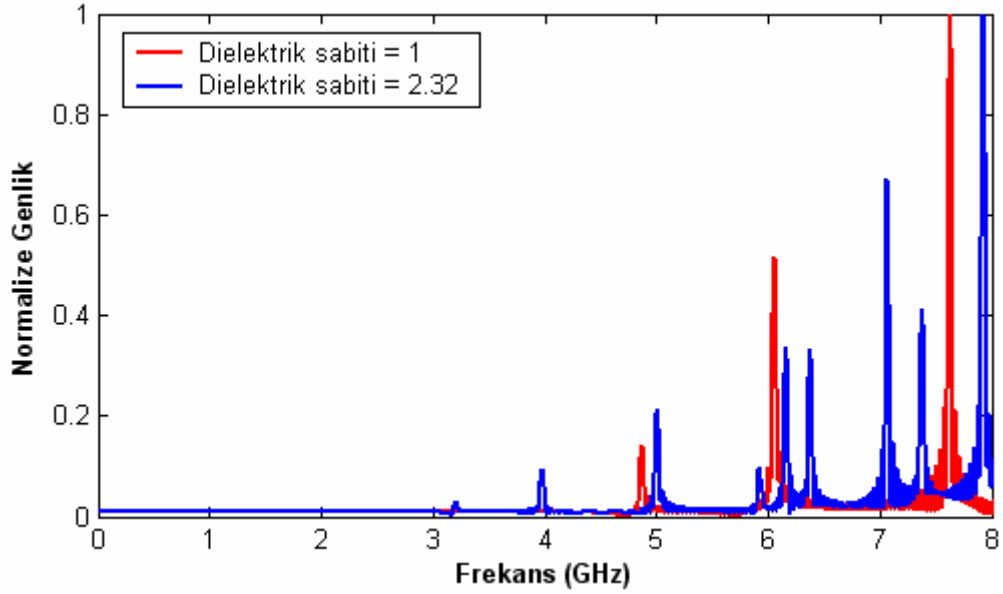
Şekil 3.34 Dielektrik dolgulu dalga kılavuzunun ölçüleri

Bu özelliklere sahip dalga kılavuzunun mod kesim frekanslarını analitik olarak hesaplamak için,

$$f_{c,mn} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\mu\epsilon_0\epsilon_r}} \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2} \quad (3.67)$$

denklemleri kullanılır.

Aşağıda, 2 boyutlu FDTD metodu ile dielektrik dolgulu dalga kılavuzunun modellenmesi verilmektedir. Kılavuzun iç kısmında bağıl dielektrik sabiti 2.32 olan PTFE (PolyTetraFluoroEthylene) malzemesi olduğu kabul edilmiştir. TM moduna ait frekans cevabı Şekil 3.35'deki gibidir. Dielektrik malzemenin etkisiyle, kılavuzda iletilebilecek mod sayısında artış meydana geldiği görülmektedir. FDTD simülasyonu sonuçları ile analitik sonuçlar Tablo 3.7'de karşılaştırılmıştır.

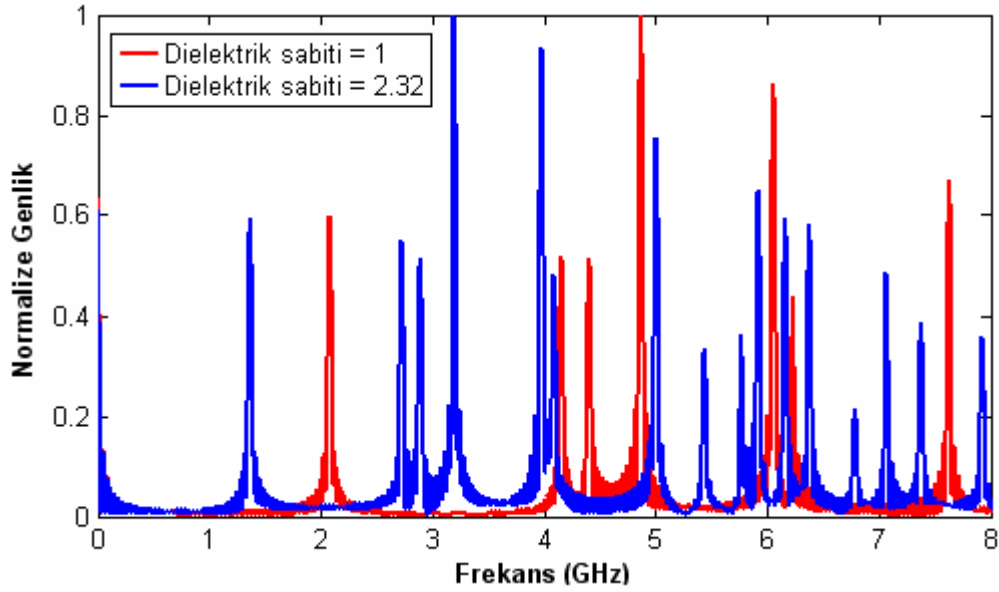


Şekil 3.35 2 farklı dielektrik sabiti için frekans cevapları (TM modu)

Tablo 3.7 Analitik sonuçlar ve FDTD simülasyonu sonuçları (GHz)

Modlar	$\epsilon_r = 1.0$			$\epsilon_r = 2.32$		
	Analitik	FDTD	Hata (%)	Analitik	FDTD	Hata (%)
TM ₁₁	4.8730	4.8690	0.082	3.1993	3.2046	0.165
TM ₂₁	6.0596	6.0544	0.085	3.9783	3.9748	0.087
TM ₃₁	7.6379	7.6250	0.168	5.0145	5.0071	0.147
TM ₁₂				5.9457	5.9214	0.408
TM ₄₁				6.1800	6.1593	0.334
TM ₂₂				6.3986	6.3770	0.337
TM ₃₃				7.0895	7.0685	0.296

TE moduna ait simülasyon sonucu ise Şekil 3.36’da görülmektedir. Kılavuz boş iken dominant modun kesim frekansı 2.079 GHz olduğu halde, kılavuz dielektrik sabiti 2.32 olan bir malzeme ile dolu iken dominant mod frekansı 1.3652 GHz olmuştur. Burada dielektrik malzeme kullanılmasıyla ortaya çıkan bir avantaj söz konusudur. Kılavuz içine yerleştirilen dolgu malzemesinin dielektrik sabiti ile oynanarak dominant mod frekansını değiştirmek mümkün olmaktadır. Böylece kılavuzun fiziksel ölçülerinde herhangi bir değişiklik yapmaya gerek kalmadan dominant mod frekansı ayarlanabilmektedir.



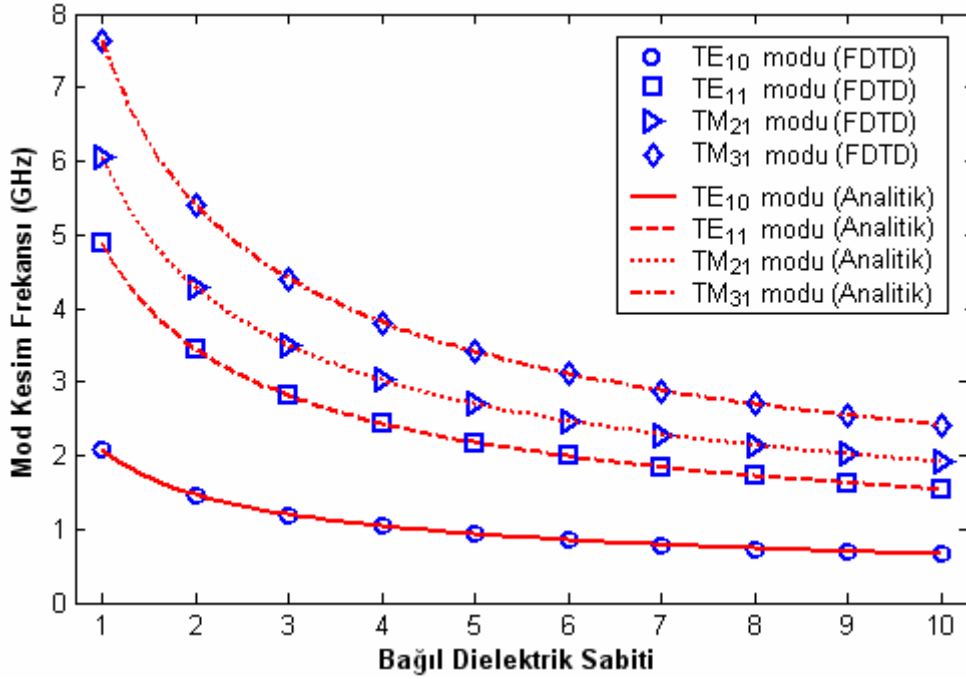
Şekil 3.36 2 farklı dielektrik sabiti için frekans cevapları (TE modu)

Tablo 3.8’de yapılan karşılaştırmalardan görüldüğü gibi simülasyon sonuçlarının doğruluk seviyesi oldukça yüksektir ve hata miktarı %0.1-0.2 civarındadır.

Tablo 3.8 Analitik sonuçlar ve FDTD simülasyonu sonuçları (GHz)

Modlar	$\epsilon_r = 1.0$			$\epsilon_r = 2.32$		
	Analitik	FDTD	Hata (%)	Analitik	FDTD	Hata (%)
TE ₁₀	2.0794	2.0766	0.134	1.3652	1.3669	0.124
TE ₂₀	4.1588	4.1492	0.230	2.7304	2.7218	0.314
TE ₀₁	4.4071	4.3992	0.179	2.8934	2.8911	0.079
TE ₁₁	4.8730	4.8669	0.125	3.1993	3.1976	0.053
TE ₂₁	6.0596	6.0524	0.118	3.9783	3.9718	0.163
TE ₃₀	6.2382	6.2218	0.262	4.0956	4.0847	0.266
TE ₃₁	7.6379	7.6250	0.168	5.0145	5.0040	0.209

Dielektrik sabitinin mod kesim frekanslarını ne ölçüde etkilediği Şekil 3.37'deki simülasyon sonuçlarından açıkça görülmektedir. Şekilde, farklı dielektrik sabitleri için TE₁₀, TE₁₁, TM₂₁ ve TM₃₁ modlarının kesim frekansları çizdirilmiştir. Dielektrik sabiti 1 ile 10 arasında değiştirildiğinde mod kesim frekansları teorik olarak 1 ile $1/\sqrt{10}$ oranında azalmaktadır. FDTD modellemesine ait sonuçlardan da görüldüğü gibi dielektrik sabiti arttıkça mod kesim frekansı değerleri düşmektedir.

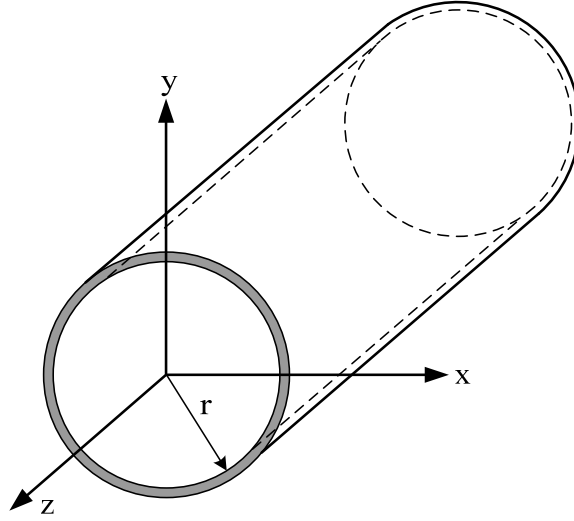


Şekil 3.37 Mod kesim frekanslarının bağıl dielektrik sabitine göre değişimi

3.3.5. Dairesel Kesitli Dalga Kılavuzu Modelleme

Dairesel kesitli dalga kılavuzları mikrodalga bandında pek çok uygulamada kullanılmaktadır. Bir daireli dalga kılavuzunun analizi, kılavuzun daireli kesitinde kutupsal koordinatlarda iki boyutlu Helmholtz denkleminin çözümünü gerektirir. Çözüm, Bessel fonksiyonlarını ve köklerini içerir [36]. Dairesel dalga kılavuzunun dominant modu TE₁₁ modudur ve dikdörtgen kesitli dalga kılavuzundaki TE₁₀ moduna karşılık gelir [37]. TM ve TE modu için silindirik koordinatlardaki enine alanlar, E_z ve H_z bileşenlerinden türetilir.

Şekil 3.38'de iç yarıçapı r olan daireli kesitli dalga kılavuzu görülmektedir. Analiz için kılavuzun iç kısmında kayıpsız bir malzeme ($\sigma=0$, $\rho=0$) olduğu ve dış duvarların mükemmel iletken olduğu kabul edilmiştir.



Şekil 3.38 Dairesel kesitli dalga kılavuzu

Maxwell denklemlerinin silindirik koordinatlardaki çözümü için aşağıdaki bağıntılar kullanılır.

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial E_z}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 E_z}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial z^2} = -\omega^2 \mu \epsilon E_z \quad (3.68)$$

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial H_z}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 H_z}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 H_z}{\partial z^2} = -\omega^2 \mu \epsilon H_z \quad (3.69)$$

Denklem (3.68) ve (3.69)'un çözümü için Bessel diferansiyel denklemini elde edilir ve gerekli düzenlemeler yapılırsa, $J_n(k_c \rho)$ şeklindeki Bessel fonksiyonlarını içeren bağıntılar,

$$H_z(\rho, \phi, z) = [A \sin(n\phi) + B \cos(n\phi)] J_n(k_c \rho) e^{-j\beta z} \quad (3.70)$$

$$E_z(\rho, \phi, z) = [A \sin(n\phi) + B \cos(n\phi)] J_n(k_c \rho) e^{-j\beta z} \quad (3.71)$$

şeklinde elde edilir. Dairesel kesitli dalga kılavuzunda ilerleyen elektromanyetik dalgaların mod kesim frekanslarını hesaplayabilmek için,

$$\gamma = \pm \sqrt{\left(\frac{k'_{nr}}{r}\right)^2 - \omega^2 \mu \epsilon} \quad (3.72)$$

yayılm sabitine ait formülasyon dikkate alınır. $\gamma = 0$ için mod kesim frekansları,

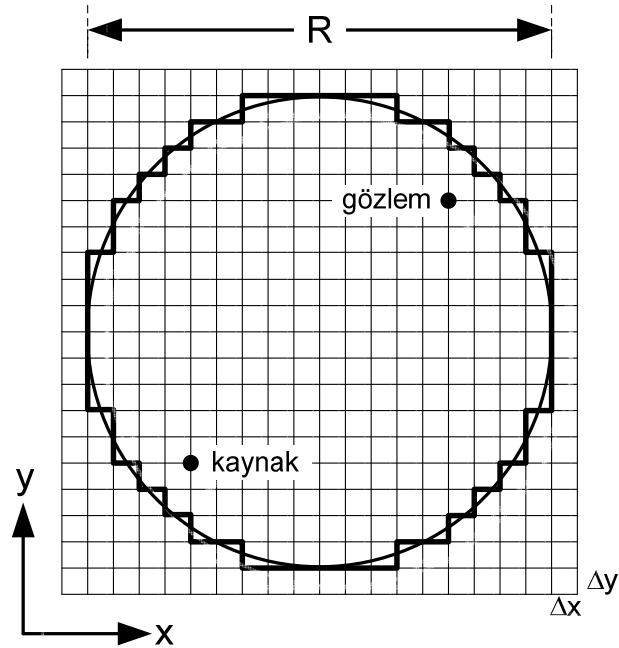
$$f_{c,TE} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\mu\epsilon}} \frac{k'_{nr}}{r} \quad (3.73)$$

$$f_{c,TM} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\mu\epsilon}} \frac{k_{nr}}{r} \quad (3.74)$$

şeklinde yazılır. Denklem (3.73) ve (3.74)'den görüldüğü gibi TM modu için kesim frekansı k_{nr} ile, TE modu için k'_{nr} ile orantılıdır [31]. Kılavuzda iletilebilecek elektromanyetik dalgaların mod kesim frekansları, kılavuzun yarıçapına, k_{nr} ve k'_{nr} katsayılarına bağlıdır. Mod kesim frekansları analitik olarak hesaplanabildiği gibi 2 boyutlu FDTD simülasyonu yapılarak da elde edilebilir.

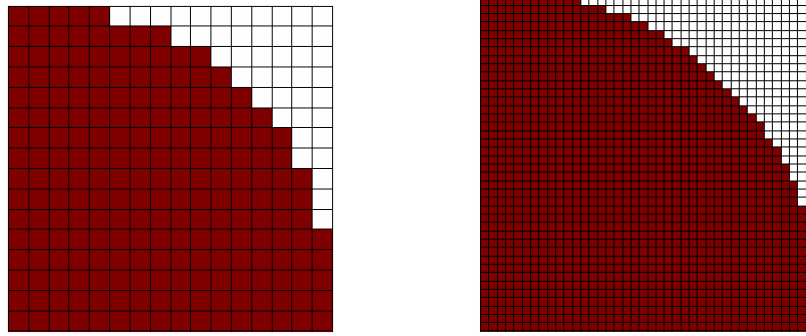
Aşağıda, yarıçapı 11.915 mm olan WC-94 adlı dairesel dalga kılavuzunun 2 boyutlu modellemesi gerçekleştirilmiştir. Bu dalga kılavuzu X bandında (8-12 GHz aralığında) kullanılmakta olup, kılavuzun dominant modu 7.377 GHz frekanslı TE_{11} modudur.

Şekil 3.39'da dairesel kesitli dalga kılavuzuna ait ızgaralarama yapısı görülmektedir.



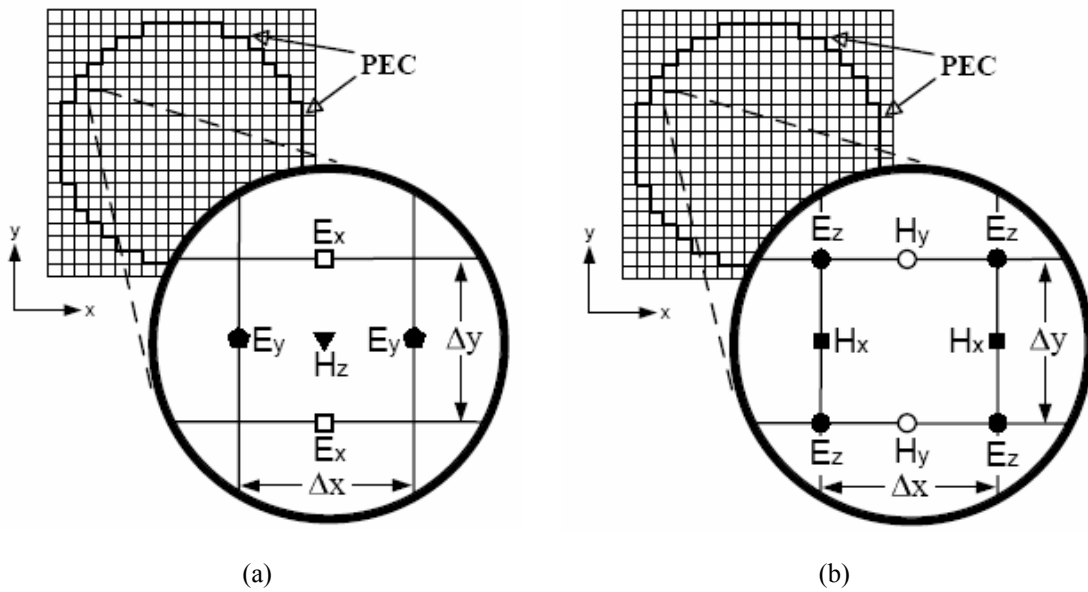
Şekil 3.39 Dairesel kesitli dalga kılavuzu

Şekil 3.39'dan görüldüğü her bir Yee hücresi $(\Delta x) \times (\Delta y)$ boyutunda hücrelerden oluşmaktadır. Kılavuzun dairesel kesiti bu hücreler yardımıyla oluşturulduğu için modellemede bazı hatalar ortaya çıkması doğaldır. Fakat Şekil 3.40'daki gibi FDTD modellemesi sırasında hücre sayısı yeterince fazla tutularak geometrik şeklin mümkün olduğunca daireye yaklaşması sağlanmaktadır. Ayrıca hücre boyutu ile en küçük dalga boyu arasındaki oran uygun şekilde seçilerek sayısal dağılım etkisi en aza indirilmektedir. Bu sayede yüksek doğruluk seviyesine sahip bir modelleme gerçekleştirilmek mümkündür.



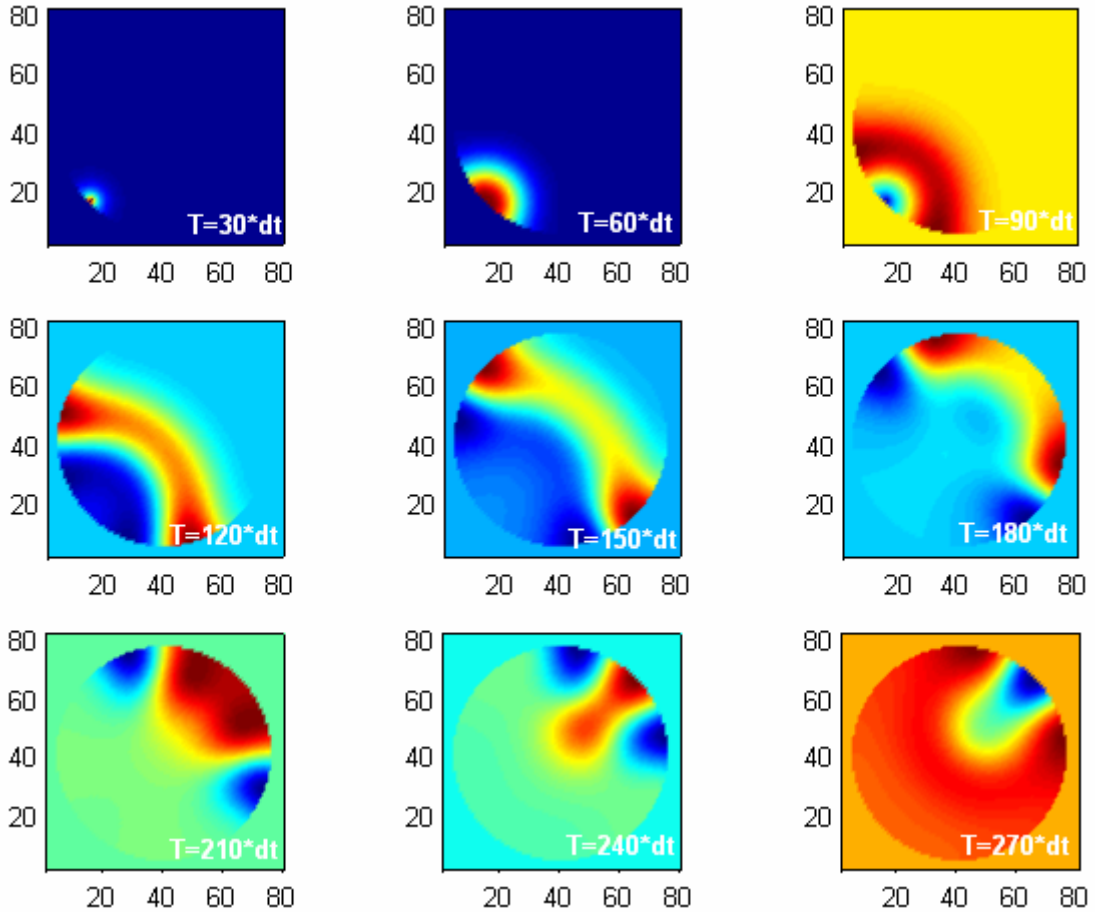
Şekil 3.40 Büyük ve küçük ızgaralama arasındaki fark

2 boyutlu modellemede alan bileşenlerinin yerleşimi TE ve TM modları için farklı olmaktadır. Şekil 3.41'da FDTD problem uzayının genel görünüşü ve alan bileşenlerinin hücre içerisindeki yerleşim planı görülmektedir. Dairesel kılavuzun dış kenarlarında elektrik alanın teğetsel bileşenlerinin sıfır olmasını sağlamak amacıyla kılavuzun dış duvarları mükemmel elektriksel iletken ile kaplanmıştır.



Şekil 3.41 Dairesel kılavuzda alan bileşenlerinin yerleşim planı (a) TE modu (b) TM modu

Dairesel kesitli kılavuzda Gauss darbesinin yayılımını gösteren FDTD simülasyonu sonuçları Şekil 3.42’de görülmektedir. Dalganın konuma bağlı değişimi çeşitli zaman adımları için verilmiştir. Bu simülasyonda problem uzayı x ve y yönünde 80’er adet olmak üzere toplam 6400 hücreye bölünmüştür. Gauss darbesinin genişliği 66 ps, hücre boyutları $\Delta x = \Delta y = 0.3309$ mm ve zaman adımı $\Delta t = 0.551$ ps’dir.

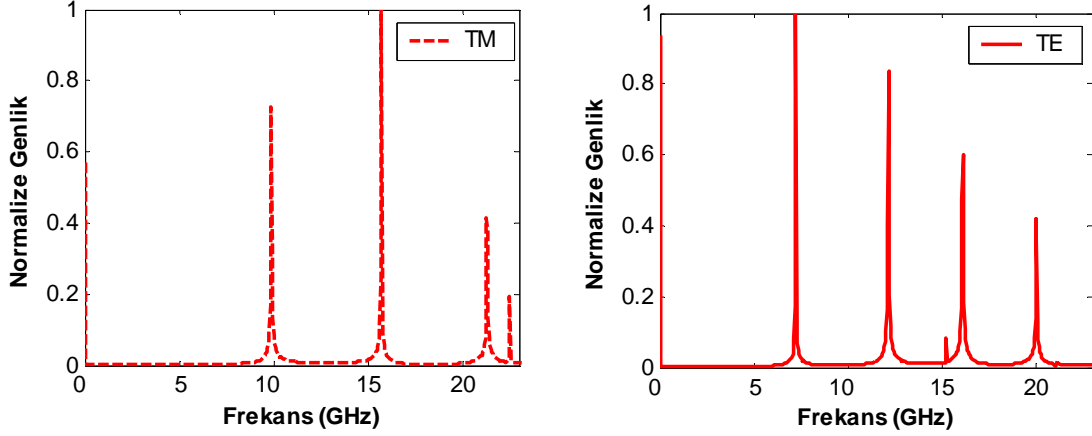


Şekil 3.42 Gauss darbesinin çeşitli zaman adımları için konuma bağlı değişimi

Şekil 3.42’deki çizimlerden görüldüğü gibi elektromanyetik dalga 120 zaman adımından sonra kılavuzun çeperlerinden geri yansımakta ve bu süreç simülasyon boyunca devam etmektedir. Yansımaların meydana geldiği süre boyunca kılavuz içerisinde seçilen bir gözlem noktasından E_z veya H_z bileşenine ait değerleri kaydetmek, kılavuza ait frekans davranışının elde edilmesini sağlamaktadır.

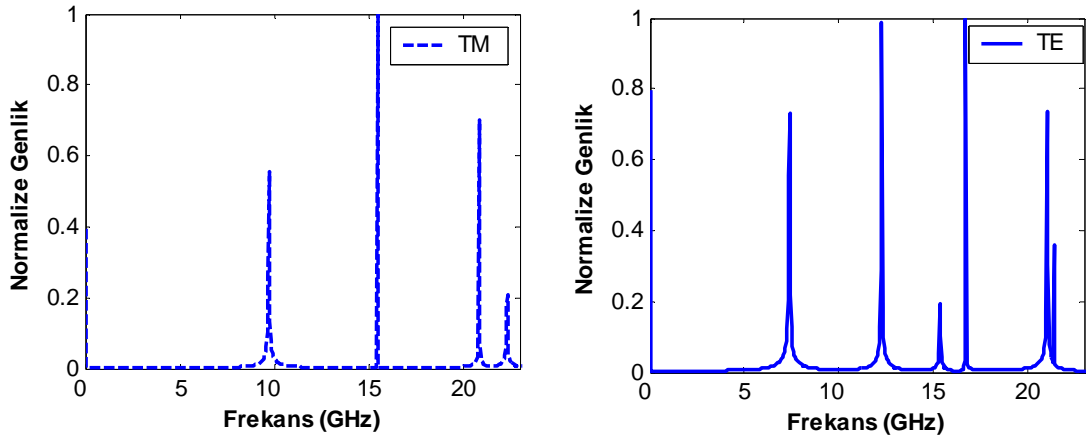
Dairesel kesitli dalga kılavuzunda iletilebilecek TM ve TE modlu elektromanyetik dalgaların mod kesim frekanslarını elde etmek için iki ayrı ızgaralama mantığı kullanılarak FDTD simülasyonu yapılmıştır. İlk simülasyonda problem uzayı 1.3238 mm boyutunda 20x20

hücreye bölünmüştür. Zaman adımı 2.206 ps seçilmiş ve simülasyon $10000\Delta t$ boyunca sürdürülmüştür. Bu simülasyonda hücre boyu, dalga boyunun yaklaşık dörtte birine eşittir. Şekil 3.43’de büyük ızgaralama durumu için simülasyon sonuçları verilmiştir. 0-23 GHz aralığındaki frekans cevaplarında TM ve TE modlarına ait rezonanslar görülmektedir.



Şekil 3.43 Büyük ızgaralama ($\Delta x \approx \lambda/4$) durumu için frekans cevapları

Daha küçük ızgaralama yapılan ikinci simülasyonda ise problem uzayı 80×80 hücreye bölünmüş ve zaman adımı 0.551 ps seçilmiştir. Zaman adımı önceki simülasyonun dörtte biri seviyesindedir. Zaman adımının azaltılmış olması FFT sonucuna ait frekans çözünürlüğünü azaltacağı için, FDTD simülasyonu $40000\Delta t$ süresince çalıştırılmıştır. Bu simülasyonda hücre boyu $\Delta x = \Delta y = 0.3309$ mm olup dalga boyunun yaklaşık $1/18$ 'ine eşittir. Şekil 3.44’de küçük ızgaralama durumuna ait frekans cevapları görülmektedir.



Şekil 3.44 Küçük ızgaralama ($\Delta x \approx \lambda/18$) durumu için frekans cevapları

Tablo 3.9 ve Tablo 3.10'da 2 boyutlu FDTD simülasyonu sonuçları ile analitik sonuçlar karşılaştırılmıştır. Tablolarda görülen k_{nr} ve k'_{nr} katsayıları sırasıyla $J_n(kr)=0$ ve $dJ_n(kr)/dr=0$ fonksiyonlarının kökleridir [33].

Tablo 3.9 Analitik sonuçlar ve FDTD simülasyonu sonuçları (TM modu)

TM modları	k_{nr}	Mod kesim frekansı (GHz) (Analitik)	Rezonans frekansı (GHz)	
			Büyük ızgaralama $\Delta x \approx \lambda/4$	Küçük ızgaralama $\Delta x \approx \lambda/18$
TM ₀₁	2.405	9.637	9.880	9.744
TM ₁₁	3.832	15.355	15.726	15.500
TM ₂₁	5.136	20.581	21.301	20.848
TM ₀₂	5.520	22.120	22.525	22.343

Tablo 3.10 Analitik sonuçlar ve FDTD simülasyonu sonuçları (TE modu)

TE modları	k'_{nr}	Mod kesim frekansı (GHz) (Analitik)	Rezonans frekansı (GHz)	
			Büyük ızgaralama $\Delta x \approx \lambda/4$	Küçük ızgaralama $\Delta x \approx \lambda/18$
TE ₁₁	1.841	7.377	7.251	7.387
TE ₂₁	3.054	12.238	12.191	12.282
TE ₀₁	3.832	15.355	15.228	15.364
TE ₃₁	4.201	16.834	16.134	16.723
TE ₄₁	5.317	21.306	20.032	21.029
TE ₁₂	5.331	21.362	21.120	21.392

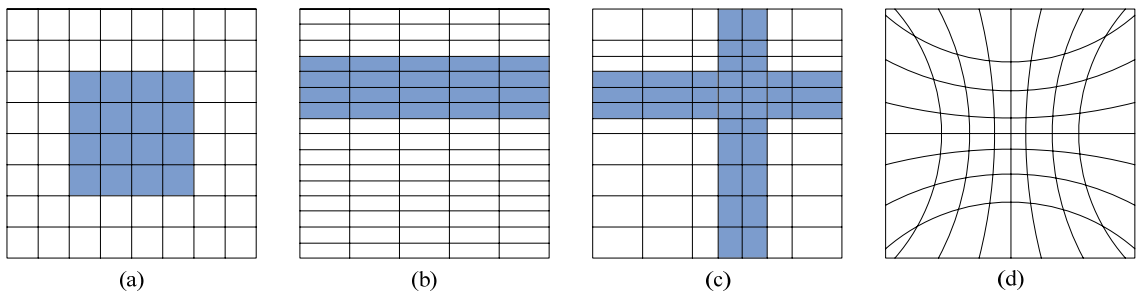
Tablodaki değerler incelendiğinde, hücre boyutunun en küçük dalga boyunun yaklaşık 4'te birine eşit olduğu büyük ızgaralama durumunda FDTD sonuçlarının analitik sonuçlara yakın olduğu görülmektedir. Hücre boyutunun en küçük dalga boyunun yaklaşık 18'de birine eşit olduğu küçük ızgaralama durumunda ise dairenin eğrisel kısımları daha hassas modellendiğinden çok daha doğru sonuçlar elde etmek mümkün olmuştur. Örneğin, kılavuzun dominant modu olan TE₁₁ modu için kesim frekansı büyük ızgaralama ile %1.7 hatalı hesaplanırken, küçük ızgaralama ile hata oranı %0.135 gibi düşük seviyelerde kalmıştır.

4. IZGARALAMA TEKNİKLERİ

4.1. Giriş

Standart FDTD metodu, elektromanyetik probleme ait geometrik ayrıntıları modellemede bazen yetersizdir. Çünkü hücrelerin dikdörtgen şeklindeki yapısı nedeniyle silindirik ya da küresel geometrilerde basamak etkisi oluşur ve eğrisel yapıya sahip yüzeyler ancak yaklaşık olarak modellenebilir. Bu yaklaşım, bu tarz geometriye sahip problemlerde önemli derecede hatalara sebep olur. FDTD metodunun doğruluğu ve verimliliği, hesap uzayında kullanılan hücre sayısı ile doğrudan ilgilidir. Hata miktarını azaltmak için hesap uzayının tamamında hücre boyutunun küçültülmesi doğru modelleme yöntemlerinden biridir, fakat hesap yükünü çok arttırması ve fazla bilgisayar kaynaklarına ihtiyaç duyması nedeniyle pratik değildir. Çünkü hücre boyutunun küçültülmesi, problem uzayı içerisindeki toplam hücre sayısını çok fazla arttırır. Aynı zamanda Courant kararlılık kriterini sağlamak için zaman adımını da küçültmek gerekir. Bunun sonucu olarak simülasyon süresi önemli derecede uzar [38].

FDTD metodunun verimliliğini arttırmak için literatürde çeşitli yöntemler kullanılmaktadır. Örneğin, düzgün olmayan ızgaralama (non-uniform meshing), alt hücre algoritması (sub-cell algorithm), dikgen olmayan ızgaralama (non-orthogonal meshing) ve alt ızgaralama (subgridding) bu yöntemlerden birkaçıdır. Şekil 4.1’de çeşitli ızgaralama örnekleri görülmektedir. Bu ızgaralama yapıları sırasıyla kartezyen koordinatlarda standart ızgaralama, düzgün eksenli ızgaralama, derecelendirilmiş eksenli ızgaralama ve eğrisel koordinatlarda ızgaralama olarak adlandırılır.



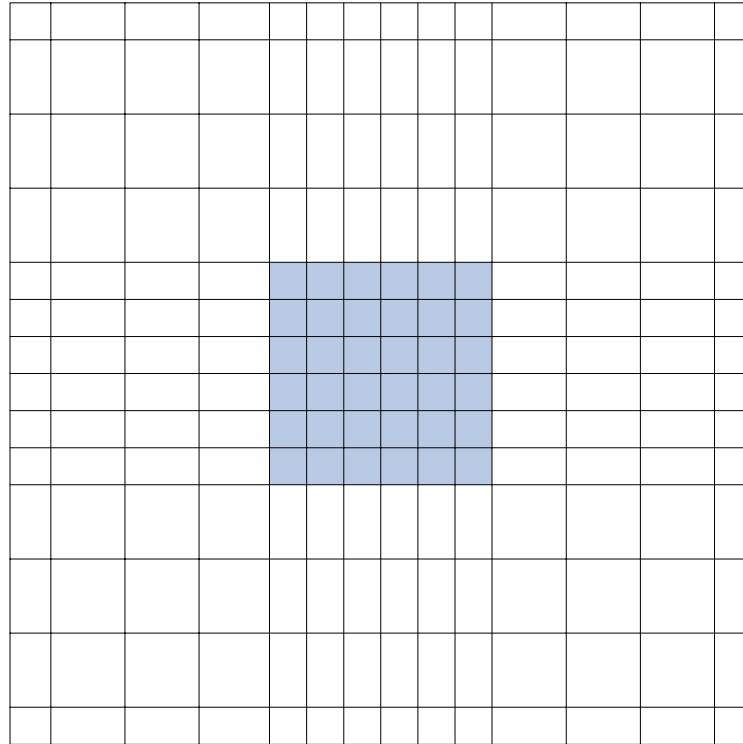
Şekil 4.1 (a) Standart (b) Düzgün eksenli (c) Derecelendirilmiş eksenli (d) Eğrisel ızgaralama

FDTD metodunun ilk ortaya atıldığı Yee’nin orijinal yayınında [4], Şekil 4.1’de görülen standart ızgaralama yapısı kullanılmıştır. Düzgün olmayan ızgaralama kullanılmasının asıl

avantajı, düzgün ızgaralamaya göre daha esnek oluşu ve hesaplama verimliliğinin daha fazla olmasıdır. Ayrıca, metal kenarlar ve dielektrik sınırlar gibi hızlı alan değişiminin olduğu bölgelerde iyi bir alan netliği ve yüksek bir doğruluk elde etmek için daha fazla hücre kullanılabilir. Alan değişimlerinin daha yavaş olduğu yerlerde ise hücreler arası boşluk büyük tutulabilmekte ve sonuçta toplam hücre sayısının az olması sağlanmaktadır.

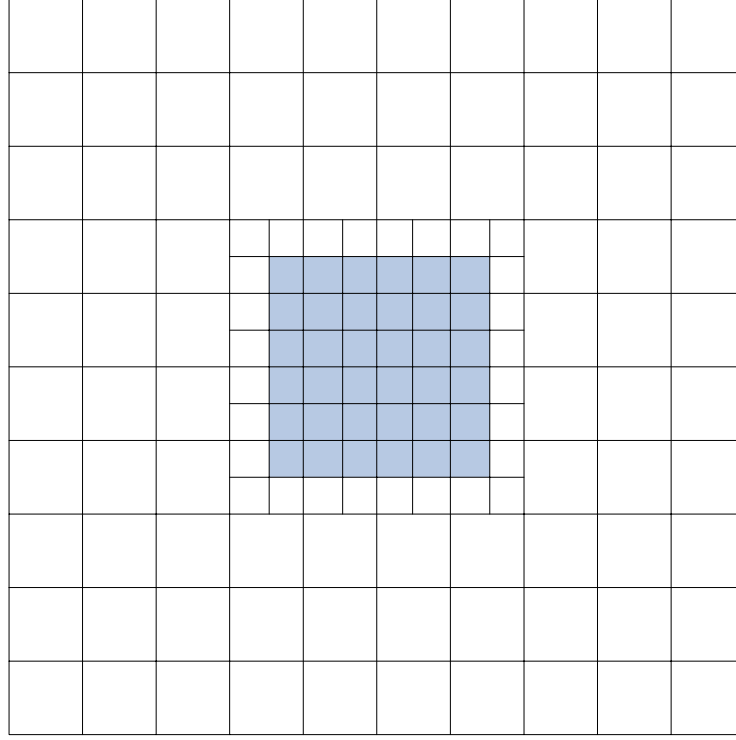
FDTD metodunun çözünürlüğünü arttırmak için homojen olmayan veya derecelendirilmiş ızgaralama tekniklerinin kullanılmasının bazı olumsuz etkileri de vardır. Her ne kadar derecelendirilmiş ızgaralama, yerel çözünürlüğü iyileştirse de; hassas hesaplama gerekmeyen bölgelerde de çözünürlüğü arttırdığından sistem kaynaklarının gereksiz yere kullanılmasına neden olur [39].

Şekil 4.2’de dielektrik blok içeren derecelendirilmiş ızgaralama yapısı görülmektedir.



Şekil 4.2 Derecelendirilmiş ızgaralama örneği

Derecelendirilmiş ızgaralama standart ızgaralamadan daha fazla hesaplama verimliliğine sahip olduğu halde, Şekil 4.2’den görüldüğü gibi hesap uzayında gereksiz yere küçük ızgaralanmış bölgeler içerir. Bu sorunu çözmek için daha verimli bir yöntem olarak alt ızgaralama tekniği kullanılabilir. Bu durumda sadece hesap uzayının belirli bir bölgesinde küçük ızgaralama yapıldığından sistem kaynakları daha verimli kullanılmış olur. Şekli 4.3’de alt ızgaralama yapısı görülmektedir.



Şekil 4.3 Alt ızgaralama örneği

Alt ızgaralama tekniğinin avantaj ve sınırlamaları aşağıdaki gibi listelenebilir.

Avantajlar

- Zamanda ve konumda yerel olarak arttırılmış çözünürlük
- İhtiyaç duyulmayan bölgelerde hesap yükü arttırılmadığı için sistem kaynaklarından tasarruf
- Uygulamaya özgü esnek modelleme
- Ayrıntılı sonuç gerektiren yapılarda geliştirilmiş modelleme yeteneğine sahip olma

Sınırlamalar

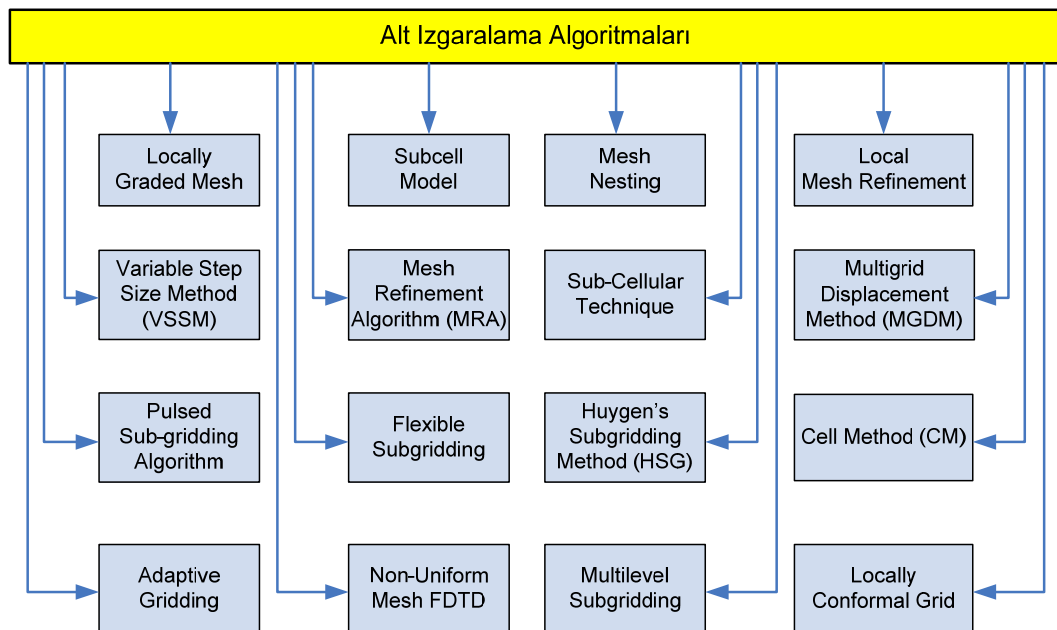
- Kullanılan algoritmaya bağlı olarak azalan kararlılık
- Farklı boyutlu ızgaralar arasındaki ani geçişler nedeniyle sınırlarda oluşan yansımalar
- Ara yüz bölgesindeki malzeme farklılıkları nedeniyle oluşan hatalar
- Tahmin algoritmasından gelen hatalar

4. 2. Alt Izgaralama

Literatürde çok sayıda alt ızgaralama algoritması bulunmaktadır. Mevcut yöntemlerin çoğunda, alt ızgaralama ara yüzünde bir interpolasyon (ara değerlendirme) kullanılmaktadır. Alt ızgaralamanın temel fikri, büyük ve küçük ızgaralama ara yüzünde yer alan hücrelerdeki hatalı alan değerlerini tahmin etmek için ana ızgara üzerindeki bilinen alan değerlerini interpolasyon veya ekstrapolasyon (dış değerlendirme) işlemine tabi tutmaktır. Ardından alt ızgara yapılan kısımdaki alan değerlerini kullanarak ana ızgaraya yakın noktadaki alan değerlerini güncellemektir. Ana ızgaradan alt ızgaraya olan geçişin yumuşak bir şekilde olması için çeşitli yöntemler kullanılabilir [38].

Kararlı bir alt ızgaralama algoritması üretilmesi, FDTD metoduna çok kullanışlı bir özellik katılması anlamına gelir. Çünkü sadece yerel bir bölgede küçük ızgaralama yapılmakta ve hesap karmaşıklığı çok fazla artmadan sonuçların iyileştirilmesi mümkün hale getirilmektedir. Alt ızgaralama tekniğindeki asıl sorun, simülasyonun ilerleyen zamanlarında ortaya çıkan kararsızlık sorunudur. Diğer önemli bir nokta da doğruluktur. Alt ızgaralama tekniğinin, yapının tamamında küçük ızgaralama kullanılan modelleme ile aynı seviyede doğruluk sağlayamayacağı da unutulmamalıdır [5].

Alt ızgaralama konusundaki ilk yayın 1981 yılında yayımlanmıştır [40]. Aradan geçen süre boyunca FDTD literatürüne onlarca yeni algoritma katılmıştır. Şekil 4.4’de literatürdeki alt ızgaralama algoritmaları orijinal adları ile verilmektedir.



Şekil 4.4 Alt ızgaralama algoritmaları

Bu tekniklerin en önemli aşaması büyük ve küçük ızgaralar arasındaki bağlantının doğru şekilde sağlanmasıdır. Bazı araştırmacılar büyük ve küçük ızgaralar arasındaki sınırdaki bulunan alan bileşenlerini hesaplamak için zamanda ve konumda lineer interpolasyon tekniğini kullanmıştır [41-43]. Monk, parça parça sabit interpolasyon tekniğini kullanarak alt ızgaralamanın hata analizini yapmıştır [44]. Zivanoviç ve arkadaşları ızgara sınırındaki alanları elde etmek için dalga denkleminin ayrıklaştırılmış formunu kullanmıştır [45]. Prescott ve Shuley, Zivanoviç'in uyguladığı tekniği geliştirecek ilaveler yapmıştır [46]. 1997 yılında White ve arkadaşları [47], bu tekniğin 3 boyutlu problemlere uygulanması ile ilgili ayrıntılı bir çalışma yapmıştır. Aynı yıl, Okoniewski ve arkadaşları sınırdaki alanları elde etmek için konuma ve zamana bağlı interpolasyon ile zamana bağlı ekstrapolasyon kullanan bir alt ızgaralama tekniği sunmuştur [48]. Chevalier ve arkadaşları büyük ve küçük ızgara arasındaki sınırdaki manyetik olmayan veya mükemmel iletken malzeme olması durumunu incelemiştir [49]. Farklı bir alt ızgaralama tekniği ise Kunz ve Simpson tarafından ortaya atılmıştır [50]. Bu teknikte iki ayrı hesaplama işlemi yapılmaktadır. İlkinde problem uzayının tamamında büyük ızgaralama durumu için hesap yapılırken, ikincisinde sadece küçük ızgaralama bölgesinde hesap yapılmaktadır. Sınırdaki alan değerleri, büyük ızgaralama simülasyonunda hesaplanan değerler kullanılarak elde edilmektedir. Yee'nin çalışmasının ardından [51], Umashankar ve arkadaşları [52] ile Taflove ve arkadaşları [53] alt-hücreli (sub-cellular) tekniği için uygun güncelleme denklemleri türetmişlerdir. Bu denklemler Faraday yasasının diferansiyel formu yerine integral formundan elde edilmiştir [26].

Bu bölümde literatürdeki birkaç alt ızgaralama tekniği hakkında bilgi verilecektir.

4.2.1. Düzgün Olmayan ızgaralama Tekniği

Standart FDTD metodunda hücreler arası boşluk problem uzayının tamamında birbirine eşit seçilir. Bu ızgaralama şekli, kartezyen koordinatlarda düzgün ızgaralama olarak da adlandırılır. Maxwell denklemlerindeki 1. dereceden türev ifadeleri için merkezi sonlu farklar yaklaşımı kullanıldığı için konumda ve zamanda 2. derece doğruluk elde edilir. Bu hata, türev işleminden kaynaklanır ve hücre boyutunun azaltılması ile hata seviyesi azalır [7].

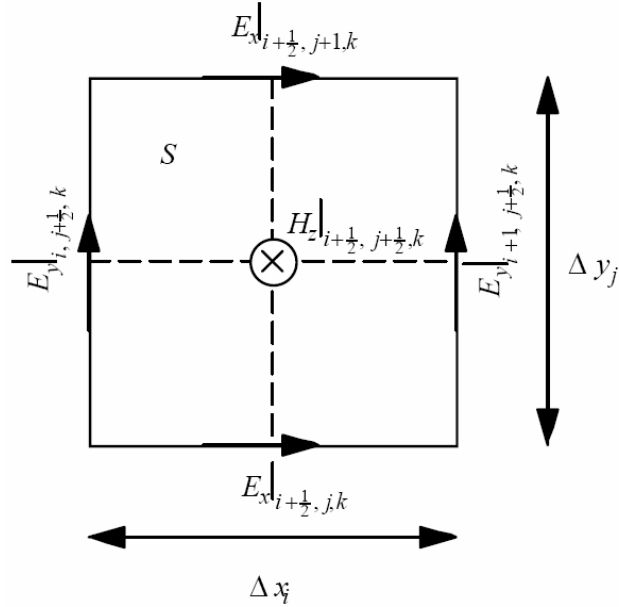
Yee hücrendeki alan bileşenlerinin yerleşim planı dikkate alınır, elektrik alan bileşenlerinin hücrenin kenarlarının üzerinde, manyetik alan bileşenlerinin ise yüzeylerin merkezinde olduğu görülür. Standart FDTD alan güncelleme mantığına göre, manyetik alan bileşenleri, komşu 4 elektrik alan bileşeni dikkate alınarak hesaplanır. Yani, elektrik alan bileşenleri manyetik alan bileşenlerinin hesabında kullanılırken, manyetik alan bileşenleri de elektrik alan bileşenlerinin hesabında kullanılır. Bu özellik, fiziksel olarak elektrik alan ile manyetik alan arasındaki enerji dönüşümünün devamlılığını sağlar [38].

Düzgün olmayan FDTD algoritması, integral formdaki Maxwell denklemlerinin ayrıklaştırılmasına dayanır. Faraday ve Amper yasaları, sırasıyla;

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = -\frac{\partial}{\partial t} \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{s} - \iint_S \vec{M} \cdot d\vec{s} \quad (4.1)$$

$$\oint_{C'} \vec{H} \cdot d\vec{\ell} = \frac{\partial}{\partial t} \iint_{S'} \vec{D} \cdot d\vec{s} + \iint_{S'} \sigma \vec{E} \cdot d\vec{s} + \iint_{S'} \vec{J} \cdot d\vec{s} \quad (4.2)$$

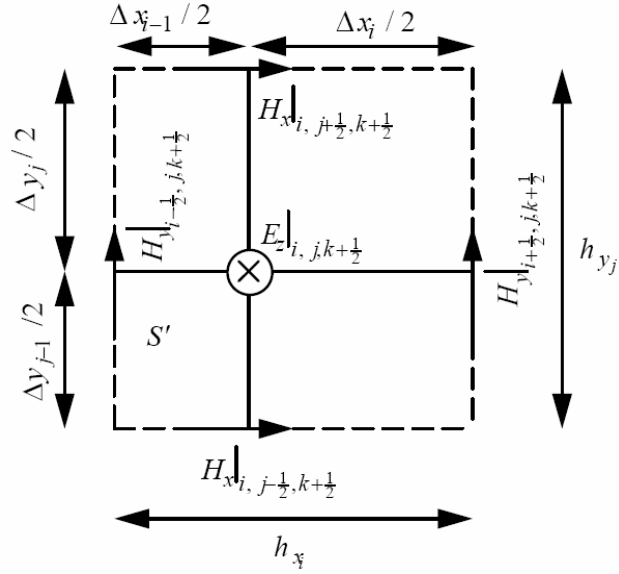
olarak yazılır. (4.1) denklemindeki yüzeyel integral, Şekil 4.5'deki FDTD hücresinin yüzeyi dikkate alınarak hesaplanır. Aynı şekilde eğrisel integral için de hücre yüzeyini sınırlayan kenarlar göz önüne alınır.



Şekil 4.5 Hücre kenarları tarafından sınırlanmış hücre yüzeyi (Hz için)

Denklem (4.2)'deki yüzeyel ve eğrisel integral hesabı için Şekil 4.6'daki ızgara yapısı kullanılır. Düzgün olmayan ızgaralama için elektrik ve manyetik alanların ayrıklaştırılmış formu,

$$E_{x_{i+\frac{1}{2},j,k}}^n \approx E_x(x_{i+\frac{1}{2}}, y_j, z_k, n\Delta t) \quad , \quad H_{x_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}}^{n+\frac{1}{2}} \approx H_x(x_i, y_{j+\frac{1}{2}}, z_{k+\frac{1}{2}}, (n+\frac{1}{2})\Delta t) \quad (4.3)$$



Şekil 4.6 Hücre kenarları tarafından sınırlanmış hücre yüzeyi (E_z için)

$$E_{y_{i,j+\frac{1}{2},k}}^n \approx E_y(x_i, y_{j+\frac{1}{2}}, z_k, n\Delta t) \quad , \quad H_{y_{i+\frac{1}{2},j,k+\frac{1}{2}}}^{n+\frac{1}{2}} \approx H_y(x_{i+\frac{1}{2}}, y_j, z_{k+\frac{1}{2}}, (n+\frac{1}{2})\Delta t) \quad (4.4)$$

$$E_{z_{i,j,k+\frac{1}{2}}}^n \approx E_z(x_i, y_j, z_{k+\frac{1}{2}}, n\Delta t) \quad , \quad H_{z_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k}}^{n+\frac{1}{2}} \approx H_z(x_{i+\frac{1}{2}}, y_{j+\frac{1}{2}}, z_k, (n+\frac{1}{2})\Delta t) \quad (4.5)$$

şeklinde bulunur. (4.1) ve (4.2) denklemlerindeki zamana bağlı türev işlemleri için merkezi sonlu farklar açılımı kullanılır ve ayrıklaştırma yapılırsa,

$$\left[E_{x_{i+\frac{1}{2},j+1,k}}^n \Delta x_i - E_{x_{i+\frac{1}{2},j,k}}^n \Delta x_i - E_{y_{i+1,j+\frac{1}{2},k}}^n \Delta y_j + E_{y_{i,j+\frac{1}{2},k}}^n \Delta y_j \right] = \left[\mu_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k} \frac{H_z^{n+\frac{1}{2}}{}_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k} - H_z^{n-\frac{1}{2}}{}_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k}}{\Delta t} + M_z^{n+\frac{1}{2}}{}_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k} \right] \Delta x_i \Delta y_j \quad (4.6)$$

$$\left[\begin{array}{l} H_{x_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}}^{n+\frac{1}{2}} h_{x_i} - H_{x_{i,j-\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}}^{n+\frac{1}{2}} h_{x_i} - H_{y_{i+\frac{1}{2},j,k+\frac{1}{2}}}^{n+\frac{1}{2}} h_{y_j} + H_{y_{i-\frac{1}{2},j,k+\frac{1}{2}}}^{n+\frac{1}{2}} h_{y_j} \\ \varepsilon_{i,j,k+\frac{1}{2}} \frac{E_z^{n+1} - E_z^n}{\Delta t} + \frac{\sigma_{i,j,k+\frac{1}{2}}}{2} \frac{E_z^{n+1} + E_z^n}{\Delta t} + J_z^{n+\frac{1}{2}} \end{array} \right] h_{x_i} h_{y_j} \quad (4.7)$$

elde edilir. Bu denklemlerde $\varepsilon_{i,j,k+\frac{1}{2}}$, $\sigma_{i,j,k+\frac{1}{2}}$ ve $\mu_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k}$ sırasıyla ortalama elektriksel geçirgenlik, iletkenlik ve manyetik geçirgenliktir. (4.6) ve (4.7) denklemlerinde gerekli düzenlemeler yapılırsa,

$$H_z^{n+\frac{1}{2}} = H_z^{n-\frac{1}{2}} - \frac{\Delta t}{\mu_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k}} \left[\frac{1}{\Delta y_j} \left(E_{x_{i+\frac{1}{2},j+1,k}}^n - E_{x_{i+\frac{1}{2},j,k}}^n \right) - \frac{1}{\Delta x_i} \left(E_{y_{i+1,j+\frac{1}{2},k}}^n - E_{y_{i,j+\frac{1}{2},k}}^n \right) + M_z^{n+\frac{1}{2}} \right] \quad (4.8)$$

$$E_z^{n+1} = \left(\frac{2\varepsilon_{i,j,k+\frac{1}{2}} - \Delta t\sigma_{i,j,k+\frac{1}{2}}}{2\varepsilon_{i,j,k+\frac{1}{2}} + \Delta t\sigma_{i,j,k+\frac{1}{2}}} \right) E_z^n + \left(\frac{2\Delta t}{2\varepsilon_{i,j,k+\frac{1}{2}} + \Delta t\sigma_{i,j,k+\frac{1}{2}}} \right) \cdot \left[\frac{1}{h_{y_j}} \left(H_{x_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}}^{n+\frac{1}{2}} - H_{x_{i,j-\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}}^{n+\frac{1}{2}} \right) - \frac{1}{h_{x_i}} \left(H_{y_{i+\frac{1}{2},j,k+\frac{1}{2}}}^{n+\frac{1}{2}} - H_{y_{i-\frac{1}{2},j,k+\frac{1}{2}}}^{n+\frac{1}{2}} \right) - J_z^{n+\frac{1}{2}} \right] \quad (4.9)$$

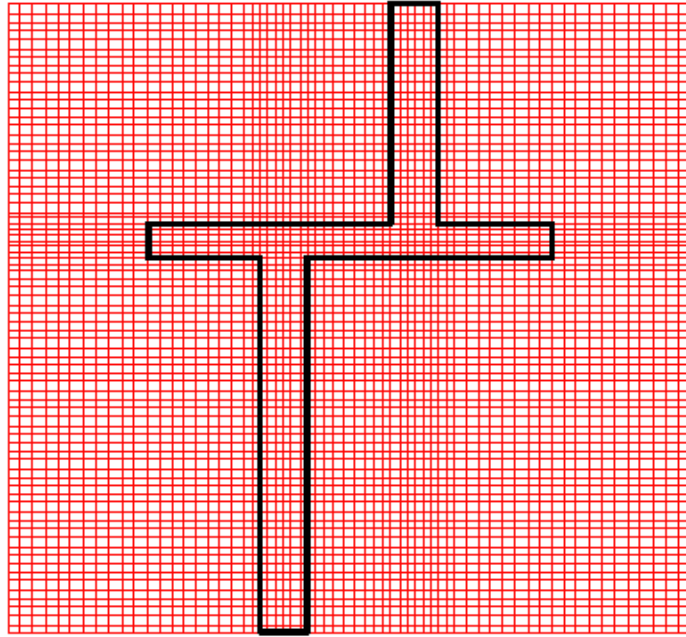
bulunur. Çözümün kararlı olabilmesi için simülasyon zaman adımı,

$$\Delta t < \frac{1}{c \sqrt{\frac{1}{(\Delta x_{i_{\min}})^2} + \frac{1}{(\Delta y_{j_{\min}})^2} + \frac{1}{(\Delta z_{k_{\min}})^2}}} \quad (4.10)$$

şartına uygun olarak seçilmelidir. Burada Δx_i , Δy_j ve Δz_k değerleri, sırasıyla düzgün olmayan ızgaranın x, y ve z yönündeki en küçük kenar uzunluklarıdır.

Manyetik alana ait (4.8) denklemi, konumda ve zamanda ikinci dereceden doğruluğa sahip olduğu halde, elektrik alana ait (4.9) denklemi konumda birinci dereceden doğruluğa sahiptir. Bu durum, düzgün olmayan ızgaralama bölgesindeki hatanın birinci dereceden olacağını gösterir [7]. Bununla birlikte, düzgün olmayan ızgaralamanın yerel olarak 1. dereceden hataya neden olmasına karşın, modellenmenin geneli itibarı ile 2. dereceden doğruluğa sahip olduğu Monk tarafından teorik olarak kanıtlanmıştır [54, 55].

Şekil 4.7’de alçak geçiren bir filtre olarak tasarlanmış bir mikroşerit devrenin düzgün olmayan ızgaralama tekniği ile nasıl modellendiği görülmektedir.



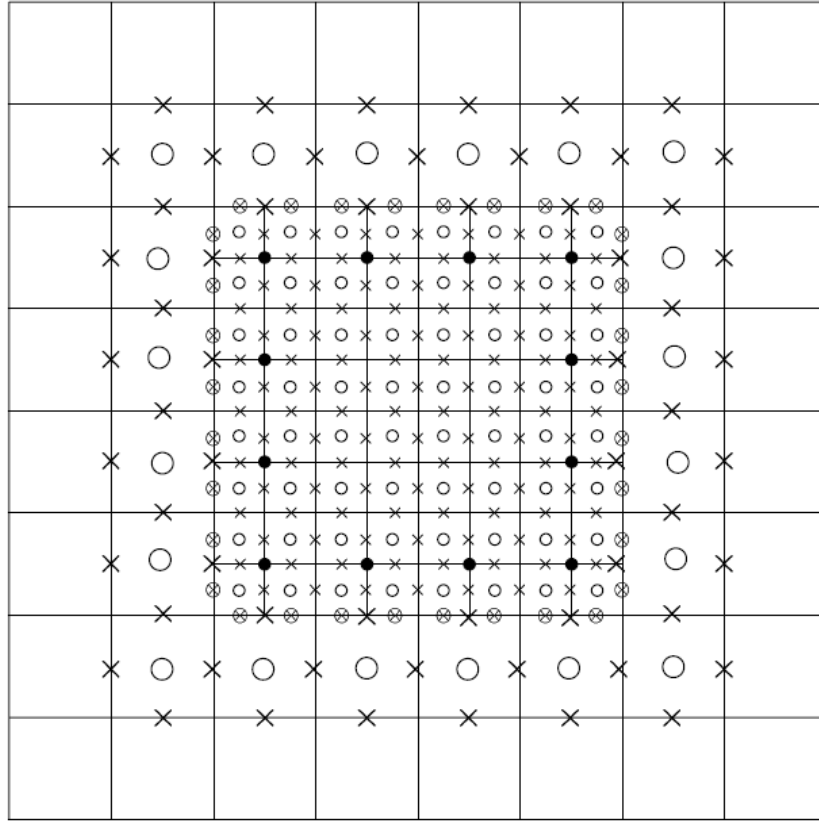
Şekil 4.7 Düzgün olmayan ızgaralama yapılmış FDTD hesap uzayı

Düzgün olmayan ızgaralamaya sahip FDTD metodu, Şekil 4.7’deki probleme benzer düzlemsel mikrodalga devrelerin analizi için son derece uygundur. Bu tür devrelerdeki geometrik ayrıntılar genellikle elektriksel olarak küçüktür ve modelleme için çok küçük hücre boyutu kullanılması gerekir. Ayrıca, mikrodalga devreler çoğu zaman sınırsız bir ortam içinde bulunur. Bu nedenle modelleme sırasında fiziksel olmayan yansımaları önlemek için yutucu sınırlar, devreden yeterince uzakta seçilmelidir. Bu şartlar dikkate alındığında düzgün ızgaralamanın verimli olmadığı görülür. Düzgün olmayan ızgaralama yapıldığında mikrodalga devrenin kenar ve köşelerine yakın yerlerde küçük hücre boyutu kullanılır. Alan çözünürlüğünün hassas olmasının gerekmediği yerlerde ise büyük hücreler kullanılır. En büyük hücre boyutunun $\lambda_{\min}/15$ seviyesinde olması gerektiği de göz önünde tutulmalıdır [7].

4.2.2. Değişken Adım Boyu Metodu

Zivanoviç ve arkadaşları [56] tarafından sunulan VSSM (Variable Step Size Method) yönteminde problem uzayının tamamı büyük ızgaralara bölüdüğü halde, süreksizlik olan bölgelerin çevresinde küçük ızgaralama yapılır. Simülasyon zaman adımı, sayısal dağılımı önlemek için büyük hücre ile küçük hücre arasındaki oran dikkate alınarak seçilir. Büyük ve küçük ızgaralama yapılan bölgelerde standart FDTD denklemleri kullanıldığı halde, büyük-küçük ızgara sınırındaki teğetsel elektrik alanı hesaplamak için zamanda ve konumda bir interpolasyon kullanılır. Bu metodun fazladan bir sayısal hataya neden olmadan kararlı olduğu bildirilmiştir.

Şekil 4.8'de, teğetsel elektrik alan ve normal manyetik alan bileşenlerinin konumu, hesap uzayının bir kesiti üzerinde gösterilmektedir.



Şekil 4.8 VSSM metodu için alan bileşenlerinin yerleşimi

X ve O ile gösterilen semboller sırasıyla büyük ızgaradaki elektrik ve manyetik alana aittir. \otimes sembolü, konumda ve zamanda interpolasyon yapılarak elde edilen küçük ızgara

sınırındaki elektrik alanı gösterir. • sembolü ise küçük ızgarada 4 komşu alan bileşeninin konum ve zamanda ortalaması alınarak elde edilen manyetik alan için başlangıç değerlerini gösterir.

Büyük ve küçük ızgaranın iç kısmında standart FDTD denklemleri kullanılarak × ile gösterilen yerdeki elektrik alan ve o ile gösterilen yerdeki manyetik alan değerleri hesaplanır. Küçük ızgara sınırındaki ⊗ değerleri ise × ile gösterilen yerdeki elektrik alan değerlerinin konum ve zamanda interpolasyonu ile elde edilir. Ayrıca, her bir Δt zaman adımının başlangıcında • ile gösterilen yerdeki manyetik alan değerleri, küçük ızgarada aynı anda hesaplanmış olan komşu 4 alan bileşeninin konum ve zamanda ortalaması ile değiştirilir.

Büyük hücre boyutu küçük hücrenin 3 katı olduğu durumda metodun doğruluğu artmaktadır. Fakat küçük ızgara sınırındaki teğetsel elektrik alanların, çevredeki alanların ortalaması alınarak elde edilmesi artık uygun değildir. Bunun yerine, ikinci dereceden dalga denklemi kullanılarak hesap yapılır. Homojen olarak ilerleyen dalga denklemi,

$$\nabla^2 E - \frac{1}{c_m^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0 \quad (4.11)$$

olarak yazılır. Burada c_m değeri ortamdaki ışığın hızı olup,

$$c_m = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}} \quad (4.12)$$

değerine eşittir. Denklem (4.11)'de verilen dalga denklemi, her bir alan bileşeni için 2. dereceden sonlu fark denklemi (SOFDE) yardımıyla yaklaşım işlemine tabi tutulursa, elde edilen diferansiyel denklem,

$$\begin{aligned} E^{n+1}(i, j, k) = & 2E^n(i, j, k) - E^{n-1}(i, j, k) + \\ & c_m^2 \Delta t^2 \left[\frac{E^n(i+1, j, k) - 2E^n(i, j, k) + E^n(i-1, j, k)}{\Delta x^2} \right. \\ & + \frac{E^n(i, j+1, k) - 2E^n(i, j, k) + E^n(i, j-1, k)}{\Delta y^2} \\ & \left. + \frac{E^n(i, j, k+1) - 2E^n(i, j, k) + E^n(i, j, k-1)}{\Delta z^2} \right] \end{aligned} \quad (4.13)$$

şeklinde yazılır. (4.13) denklemini küçük ızgara sınırlarındaki teğetsel elektrik alanlarını çözmek için kullanılmaktadır [56].

Küçük ızgaradaki zaman adımı 3 kat azaltıldığı için büyük ızgarada FDTD hesaplamalarının yapıldığı her zaman adımında, küçük ızgarada 3 kez hesaplama yapılmaktadır. Küçük ızgaralama bölgesindeki hücre boyutunun azaltılması durumunda bilgisayar belleği gereksiniminde küçük bir artış olmasına karşın tekniğin doğruluğu iyileşmektedir. Fakat bu artış hâlâ, düzgün küçük ızgaralara bölünmüş standart FDTD'nin gerektirdiği bellek ihtiyacının altındadır.

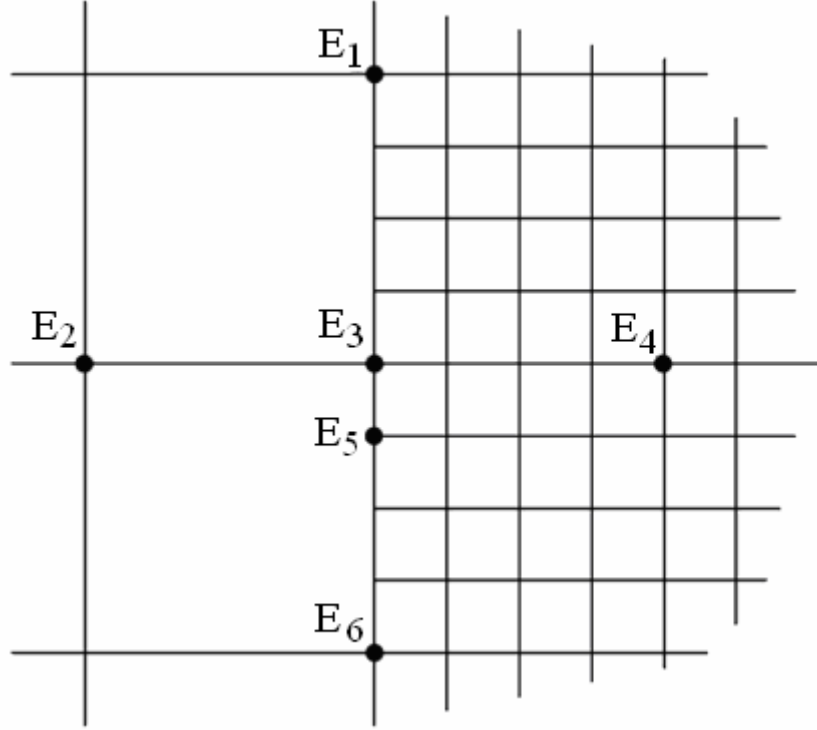
4.2.3. Ağ Küçültme Algoritması

Prescott ve Shuley [57] tarafından geliştirilen MRA (Mesh Refinement Algorithm) yöntemi, süreksizliklerin olduğu bölgenin çevresinde küçük ızgaralama yapılması mantığına dayanır. Bu teknik, farklı boyutlu hücreler arasındaki sınırdaki yer alan teğetsel elektrik alanları, değişken adım boyu ile hesaplamak için kullanılır. Bir önceki yöntemden tek farkı sınırdaki alan bileşenlerini hesaplamak için kullanılan diferansiyel denklemin elde edilmiş şeklidir. Büyük hücrelere bölünmüş ağ sınırındaki teğetsel elektrik alanı değerlerini hesaplamak için 2. derece sonlu fark denklemleri kullanılmıştır. VSSM tekniğinin değiştirilmiş şekli olan bu teknik ile benzer doğruluk seviyesi elde edilmektedir.

FDTD'nin doğruluğunu etkileyen durumlardan biri, modelde kullanılan konum artımlarının boyudur. Keskin süreksizlik içeren bölgelerde konum artımı, fazla düzgün olmayan alan dağılımını doğru bir şekilde modellemeye yetecek kadar küçük seçilmelidir. Ağ hücre boyunun küçültülmesiyle hesaplama zamanı ve hafıza gereksinimleri düşmektedir. Ancak çoğu yapılarda alanların yavaşça ve düzgünce değiştiği geçiş bölgeleri bulunduğu için bu bölgelerde küçültülmüş hücre boyu kullanılması gerçek bir avantaj sağlamaz. Sadece yerel bir bölgede küçük ızgaralama kullanılması, gerekli bilgisayar kaynaklarının miktarında önemli bir artışa neden olmadan doğruluğun iyileştirilmesini sağlayacaktır.

FDTD algoritması, çoklu hücre boyutu içerecek şekilde gerçekleştirildiğinde, sadece büyük ve küçük ızgaralar arasındaki ara yüzde bulunan teğetsel elektrik alanları için standart FDTD denklemleri kullanılmaz. Basitlik için MRA algoritması 2 boyutlu durum için verilmiştir. $\Delta x = \Delta t$ seçilerek sadece (E_y , H_x , H_z) alan bileşenleri olan TE dalga yayılımı varsayılmıştır. Şekil 4.9'da görüldüğü gibi 4'lü ağ küçültme çarpanı kullanılmıştır. FDTD algoritmasında kullanılan zaman artımları, büyük ve küçük ağ bölgeleri için sırasıyla Δt_c ve Δt_f şeklinde sembolize edilmiştir. Burada $\Delta t_c = 4 \cdot \Delta t_f$ 'dir. Yalnızca büyük-küçük ağ ara yüzündeki E_y alan bileşenlerinin

hesaplanması göz önüne alınmıştır. Çünkü diğer alanların hepsi normal FDTD denklemleri kullanılarak hesaplanabilmektedir.



Şekil 4.9 Büyük-küçük ızgara ara yüzündeki alanları hesaplamak için kullanılan bölge

Öncelikle Şekil 4.9’da görülen her bir büyük hücre için D_i olarak belirtilen 2. dereceden özel fark denklemleri hesaplanır. Bu hesap, 3 nolu düğüm için yapılırsa,

$$D_3 = E_2 + E_4 + E_1 + E_6 - 4E_3 \quad (4.14)$$

elde edilir. Ardından, büyük ızgara sonuçları üzerinde standart interpolasyon teknikleri kullanılarak, küçük ızgaralar için 2. derece farklar bulunur. Örneğin 5 nolu düğüm için,

$$D_5 = D_3 + \frac{D_6 - D_1}{8} + \frac{D_6 + D_1 - 2D_3}{32} \quad (4.15)$$

eşitliği yazılır [57]. Bu farklar, bir sonraki büyük ızgara zaman adımı için alan değerlerini hesaplamada kullanılmaktadır.

$t=n+\delta t_f$ anında sınırdaki bütün alanlar $\Delta t=\delta t_f$ ile 2. derece sonlu fark denklemleri kullanılarak hesaplanmaktadır. Şekil 4.9'da 5 noktasındaki alan,

$$E_5^{n+\delta t} = 2E_5^n - E_5^{n-\delta t_f} + \frac{c_m^2 \delta t^2}{\Delta x^2} D_5 \quad (4.16)$$

şeklinde hesaplanır. Bu işlem her bir zaman artımı için $t=n+\Delta t_c$ büyük-ızgara iterasyon döngüsü tamamlanıncaya kadar tekrar edilir.

MRA tekniği ile VSSM tekniği arasındaki farklılık, 2. derece farkların hesaplanma biçimlerindeki yaklaşımdır. VSSM tekniğinde 2. derece farklar, konumda interpolate edilmiş alan değerlerinden hesaplanırken, bu metodda 2.derece farklar önce hesaplanıp sonra konumda interpolasyon yapılır. Hesaplamaların ters çevrilmesi sayesinde hafıza ve hesap gereksinimleri VSSM metoduyla karşılaştırıldığında azalmaktadır. VSSM tekniğinde 1:4'lük ızgara oranı uygulandığında, sınırdaki tek bir büyük hücre için 15 adet interpolate edilmiş alan değerine ihtiyaç duyulduğu halde, MRA tekniğinde 4 adet ikinci dereceden fark yeterli olmaktadır. Büyük ızgaradan küçük ızgaraya geçiş esnasında yansıyan alan miktarını tespit etmek ve doğruluğu görmek amacıyla Prescott ve Shuley [57] tarafından 2 boyutlu bir dalga kılavuzu modellenmesi gerçekleştirilmiştir. Hata miktarının %1'den küçük olduğu görülmüştür.

4.2.4. Yerel Ağ Küçültme Algoritması

Bu teknikte, büyük ve küçük ızgara bölgelerinde eşzamanlı olarak hesap yapılmaktadır. İki bölge arasındaki sınır şartları yumuşak bir geçiş sağlayacak şekilde uygulanmaktadır. Yöntemin doğruluğunu ve verimliliğini test etmek için Kim ve Hofer [43] tarafından dikdörtgen kesitli dalga kılavuzu içerisine metalik bir süreksizlik yerleştirilmiştir. Elde edilen sonuçlar düzgün ızgaralama yapılan simülasyon sonuçları ile kıyaslanmıştır. Geliştirilen algoritma için 2 boyutta TE modu yayılımı dikkate alınmıştır.

Ayrıklaştırılmış Maxwell denklemleri,

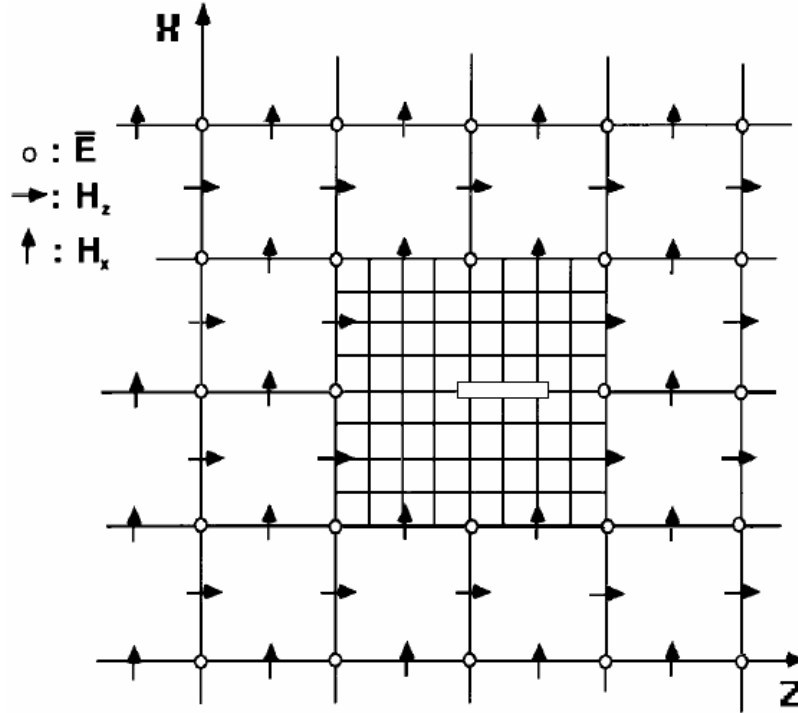
$$H_x^{n+1/2}(i, k + \frac{1}{2}) = H_x^{n-1/2}(i, k + \frac{1}{2}) + \frac{c\Delta t}{Z_0\Delta z} [E_y^n(i, k + 1) - E_y^n(i, k)] \quad (4.17)$$

$$H_z^{n+1/2}(i + \frac{1}{2}, k) = H_z^{n-1/2}(i + \frac{1}{2}, k) - \frac{c\Delta t}{Z_0\Delta x} [E_y^n(i + 1, k) - E_y^n(i, k)] \quad (4.18)$$

$$E_y^{n+1}(i, k) = E_y^n(i, k) + \frac{Z_0 c\Delta t}{\Delta z} \left[H_x^{n+1/2}(i, k + \frac{1}{2}) - H_x^{n+1/2}(i, k - \frac{1}{2}) \right] - \frac{Z_0 c\Delta t}{\Delta x} \left[H_z^{n+1/2}(i + \frac{1}{2}, k) - H_z^{n+1/2}(i - \frac{1}{2}, k) \right] \quad (4.19)$$

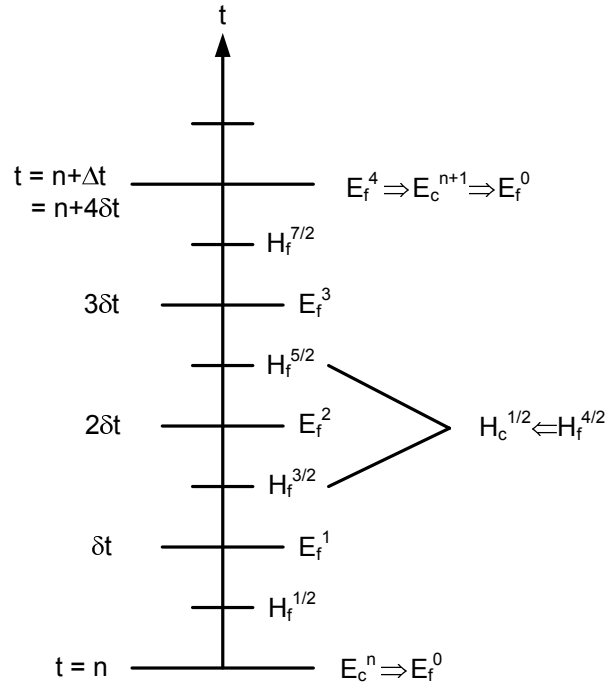
şeklinde yazılabilir.

TE modu için hesap alanına ait hücre yerleşim planı Şekil 4.10'da görülmektedir. Küçük hücre boyutu, büyük hücre boyutunun dörtte biri oranında seçilmiştir.



Şekil 4.10 İki boyutta 1:4 oranlı ağ küçültme planı

Maxwell denklemleri için yerel ağ küçültme algoritmasının temel mantığı, büyük ve küçük ızgaralar arasındaki ara yüzde alanların sürekliliğinin sağlanmasıdır. Bu metod, Şekil 4.11'deki zaman akışını gösteren çizim yardımıyla üç önemli adımda özetlenebilir.



Şekil 4.11 Zaman eksenini boyunca 1:4 ağ küçültme planı

- Başlangıçta küçük-büyük ızgara sınırındaki alan değerleri $E_c^n = E_f^0$ ve $E_c^{n+1} = E_f^4$ ile belirlenir. Küçük ızgaradaki sınır değerleri, büyük ızgarada interpolate edilen değerler tarafından hesaplanır.
- $H_c^{n+1/2} = H_f^{4/2}$ işlemi yapılır. $E_c^{n+1/2}$ değerini elde etmek için $H_f^{5/2}$ ve $H_f^{3/2}$ nin zamanda ve konumda ortalaması ile E_c^n ve E_c^{n+1} in zamanda ortalaması alınır.
- Küçük ızgaradaki çözümler, büyük ızgaraya uyarlanarak alan bileşenleri güncellenir.

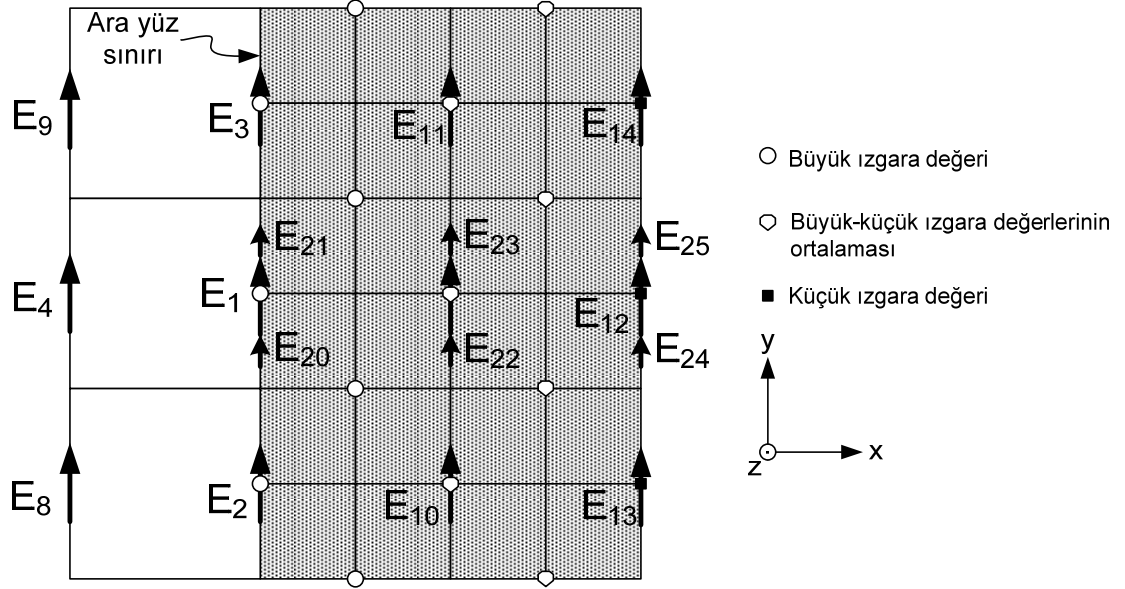
Yukarıda verilen bu üç adım, Şekil 4.10'da görülen her bir büyük zaman adımı için tekrarlanır. Bu metod, Zivanoviç tarafından sunulan çift sayı ağ oranına benzer. Fakat, farklı olarak manyetik alan değerleri, komşu 4 bileşenin ortalaması alınarak bulunmaz. Bu tekniğin 2 boyutlu versiyonunun kararlı olduğu bildirilmiştir. Bununla birlikte, 3 boyutlu simülasyonda kararsızlık gözlenmiştir [43].

4.2.5. Çoklu Iızgaralama Metodu

Bu metod, MRA (ağ küçültme) algoritmasının geliştirilerek 3 boyuta uyarlanmış halidir. Simülasyon iki ayrı ızgaralama bölgesi için yürütülür: büyük ızgaralama bölgesi ve ilgilinin yapının çevresini saran küçük ızgaralama bölgesi. Çoklu ızgaralama metodu, MRA

algoritmasından farklı olarak küçük ızgaradan güncelleme yoluyla elde edilmiş daha fazla büyük ızgara düğümü içerir.

Şekil 4.12’de hesap alanının kesiti üzerinde teğetsel elektrik alanların yerleşim planı görülmektedir.



Şekil 4.12 Büyük ve küçük ızgara bölgesindeki elektrik alanlar

Şekil 4.12’den görüldüğü gibi, E₁-E₁₄ ile belirtilen alan değerleri büyük ızgarada, E₂₀-E₂₅ olarak belirtilen alan değerleri ise küçük ızgarada bulunmaktadır. E₁ ve E₂₀ alanları, iki bölge arasındaki ara yüz sınırındaki teğetsel elektrik alanları göstermektedir. Büyük ızgaradaki bütün alan değerleri standart FDTD algoritmasına göre güncellenmektedir. Ara yüz sınırındaki küçük ızgaralama bölgesinde elektrik alanları güncellemek için hem VSSM hem de MRA algoritması kullanılmaktadır. Ayrıklaştırılmış dalga denklemleri yazılırsa,

$$E_f^{m+1} = 2E_f^m - E_f^{m-1} + c_\epsilon^2 \Delta t_f^2 D_f^m \quad (4.20)$$

elde edilir. Denklem (4.20)’deki “m” karakteri, küçük ızgara bölgesindeki zaman adımını, c_ε ortamdaki ışık hızını, D_f^m ise küçük ızgara bölgesindeki elektrik alanların konumsal farkını göstermektedir. Bununla birlikte, küçük ızgara bölgesine ait elektrik alan değerleri, bu bölgenin dışında mevcut olmadığından, konumsal farkların elde edilmesi kolay değildir. VSSM metodunda, küçük ızgara bölgesi hesaplamalarında ihtiyaç duyulan elektrik alan değerleri, büyük ızgaradaki elektrik alan değerlerinin interpolasyonu ile elde edilmektedir. Ardından,

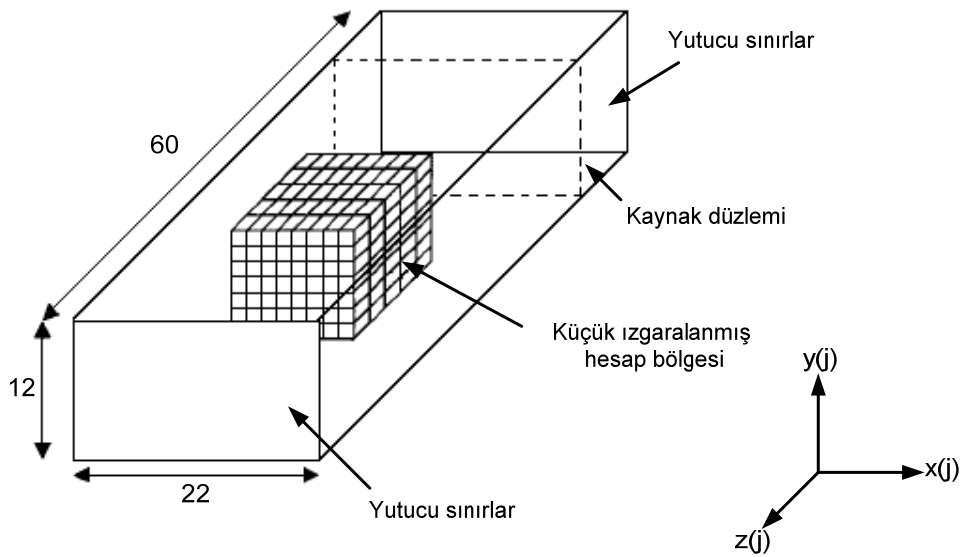
interpole edilmiş alan değerleri kullanılarak konumsal farklar hesaplanmaktadır. MRA metodunda ise, büyük ızgara elektrik alanlarının bulunduğu yerdeki (küçük ızgara elektrik alanlarına bitişik olan) konumsal farklar, büyük ızgara konumsal farklarının interpolasyonu ile elde edilmektedir. 3 boyutlu modelleme için Şekil 4.12’de E_1 ile gösterilen nokta için konumsal fark,

$$D_1^n = \frac{E_2^n + E_3^n + E_4^n + E_5^n + E_6^n + E_7^n - 6E_1^n}{\Delta \ell_c^2} \quad (4.21)$$

şeklinde yazılır. Hesaplamalarda kararlılığa destek olması için aşağıda verilen yaklaşımlar göz önüne alınır.

- Ortak bölgenin iç tarafındaki ilk hücrenin büyük ızgara elektrik alanları değişmeksizin kalır.
- Ortak bölgenin iç tarafındaki ikinci hücrenin büyük ızgara elektrik alanları, küçük ızgaradan hesaplanan değerlerle büyük ızgaradan hesaplanan değerlerin ortalaması alınarak hesaplanır.
- Ortak bölgenin iç tarafındaki bütün büyük ızgara elektrik alanları, küçük ızgaradan hesaplanmış değerlerle güncellenir.

Mevcut algoritmayı VSSM tekniği ile karşılaştırmak için White ve arkadaşları [47] tarafından bir modelleme gerçekleştirilmiştir. Modelleme için Şekil 4.13’deki TE_{10} modu ile uyarılan 9.26 GHz’de çalışan bir dalga kılavuzu kullanılmıştır.



Şekil 4.13 Modellemede kullanılan dalga kılavuzu

Simülasyon için hücre boyutu 2.16 mm seçilmiştir. Bu değer, dalga boyunun 15'de birine denk gelmektedir. Problem uzayı 42×22×60 hücreden oluşmaktadır. İki ayrı küçük ızgara bölgesi olduğu varsayılmıştır. Birincisi 4×4×4 hücreden, ikincisi ise 8×8×8 hücreden oluşmaktadır. Bu iki bölge n=2,3,4,5,7,8'lik küçültme oranları ile simüle edilmiştir. Hata seviyesi,

$$e_{\text{genlik}} = \left| \frac{E_{\text{düzgün}} - E_{\text{mg}}}{E_{\text{düzgün}}} \right| \times 100 \quad (4.22)$$

bağıntısına göre tahmin edilmiştir. Denklem (4.22)'deki $E_{\text{düzgün}}$ değeri, modellemede tamamen küçük ızgaralama kullanılması durumu için hesaplanan alan genliğidir. E_{mg} ise çoklu ızgaralama tekniği kullanılarak elde edilen elektrik alan genliğidir. Faz hatası hesabı için de,

$$e_{\text{faz}} = \left| \frac{\Delta t}{T} \right| \times 180^\circ \quad (4.23)$$

eşitliği kullanılır. Bu tekniğin, VSSM tekniğine göre hesap süresini önemli ölçüde azalttığı belirtilmiştir [47].

4.2.6. Alt-Hücreyel Tekniği

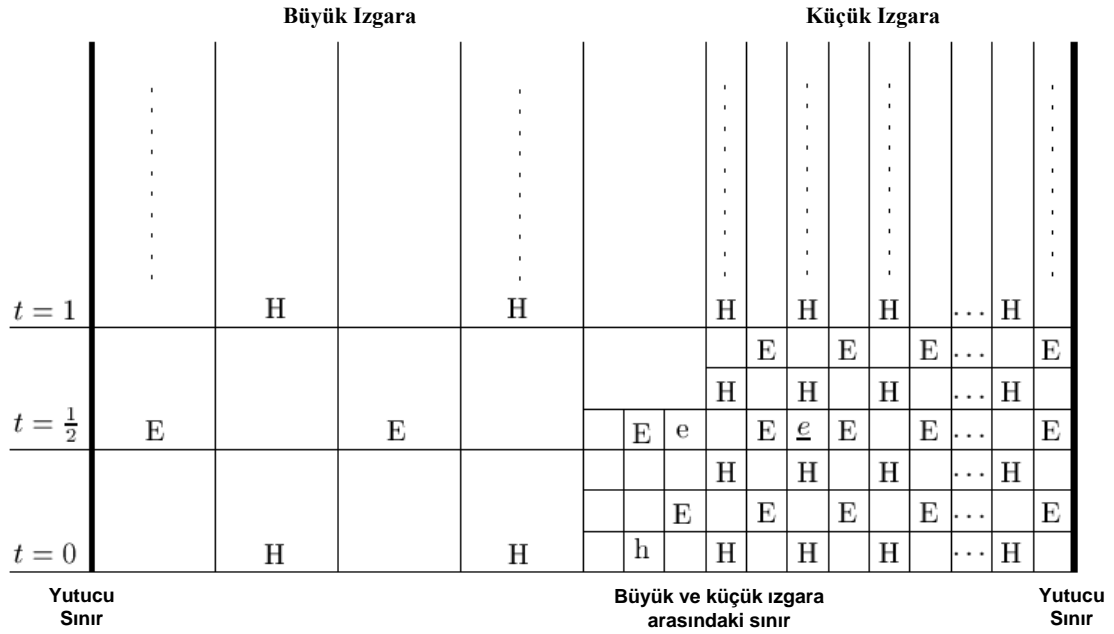
Bu teknik, dalga kılavuzlarında kullanılan ince rezistif şeritlerin ve entegre devrelerde kullanılan dielektrik veya metalik şeritlerin analiz edilmesinde kullanılmaktadır [59]. Alt-hücreyel tekniği uygulanırken sistem iki veya daha fazla bölgeye bölünür ve her bir bölgede farklı hücre boyutları göz önüne alınır. Sınır üzerindeki ve çevresindeki alanlar interpolasyon teknikleri ile hesaplandığı halde, diğer bölgelerdeki alanlar standart FDTD ile hesaplanır.

Elektrik ve manyetik alanların x bileşeni için örnek FDTD denklemleri,

$$E_x(i, j, k)^{n+1} = \frac{1 - \frac{\sigma_{i,j,k} \Delta t}{2\varepsilon_{i,j,k}}}{1 + \frac{\sigma_{i,j,k} \Delta t}{2\varepsilon_{i,j,k}}} \cdot E_x(i, j, k)^n + \frac{\frac{\Delta t}{\varepsilon_{i,j,k}}}{1 + \frac{\sigma_{i,j,k} \Delta t}{2\varepsilon_{i,j,k}}} \cdot \left[H_z(i, j + 0.5, k)^{n+0.5} - H_z(i, j - 0.5, k)^{n+0.5} + H_y(i, j, k - 0.5)^{n+0.5} - H_y(i, j, k + 0.5)^{n+0.5} \right] \quad (4.24)$$

$$H_x(i, j, k)^{n+0.5} = \frac{1 - \frac{\rho_{i,j,k} \Delta t}{2\mu_{i,j,k}}}{1 + \frac{\rho_{i,j,k} \Delta t}{2\mu_{i,j,k}}} \cdot H_x(i, j, k)^{n-0.5} + \frac{\frac{\Delta t}{\mu_{i,j,k}}}{1 + \frac{\rho_{i,j,k} \Delta t}{2\mu_{i,j,k}}} \cdot \left[E_z(i, j - 0.5, k)^n - E_z(i, j + 0.5, k)^n + E_y(i, j, k + 0.5)^n - E_y(i, j, k - 0.5)^n \right] \quad (4.25)$$

şeklinde verilmektedir. Şekil 4.14’de elektrik ve manyetik alan bileşenlerinin yerleşim planı görülmektedir.



Şekil 4.14 FDTD metodunda alt-hücresele tekniğinin uygulanması

Şekil 4.14’de e ve e sembolleri, interpolasyon kullanılarak hesaplanan elektrik alanları göstermektedir. Benzer şekilde, h sembolü interpolasyon yoluyla hesaplanan manyetik alanı göstermektedir. Alanların hesabı için aşağıda verilen 15 adımlı iteratif yöntem kullanılmaktadır.

Bu adımlar sırası ile;

1. Büyük ızgaradaki H alanlarını güncelle
2. Küçük ızgaradaki H alanlarını güncelle

3. h alanlarını $h=0.4H_c+0.6H_b$ interpolasyonu yoluyla hesapla. Burada H_c sınırın hemen yakınındaki büyük ızgaraya ait H manyetik alanıdır. H_b ise sınır üzerindeki manyetik alandır.
4. Sınırdan hemen önceki büyük ızgarada yer alan E alanını ve küçük ızgara üzerindeki bütün E alanlarını güncelle
5. Küçük ızgara üzerindeki ve sınırdaki H alanlarını güncelle
6. Büyük ızgara üzerindeki E alanlarını güncelle
7. Küçük ızgara üzerindeki E alanlarını güncelle
8. e ve \underline{e} ile gösterilen E alanlarını $e=0.67E_c+0.33E_f$ interpolasyonu ile hesapla. Burada E_c sınırdan hemen önceki büyük ızgara üzerindeki E alanını, E_f ise sınırdan hemen sonraki küçük ızgara üzerindeki E alanını göstermektedir. Benzer şekilde $\underline{e}=0.5(E_n+E_{fr})$ hesabını yap. Burada, E_n ve E_{fr} sırasıyla küçük ızgaranın solundaki ve sağındaki alanları göstermektedir.
9. İnterpole edilmiş e alanını ve küçük ızgara üzerindeki ilk güncellenen E alanını kullanarak sınırdaki H alanını güncelle
10. Küçük ızgara üzerindeki diğer H alanlarını, güncellenmiş E alanlarını kullanarak güncelle
11. Küçük ızgara üzerindeki E alanlarını güncelle
12. Büyük ızgara üzerindeki H alanlarını güncelle
13. Sınırdan hemen önceki E alanlarını ve interpolate edilmiş \underline{e} alanını kullanarak, büyük-küçük ızgara arasındaki sınır üzerinde bulunan H alanını güncelle
14. Küçük ızgaradaki H alanlarını güncelle
15. 3. adıma dön

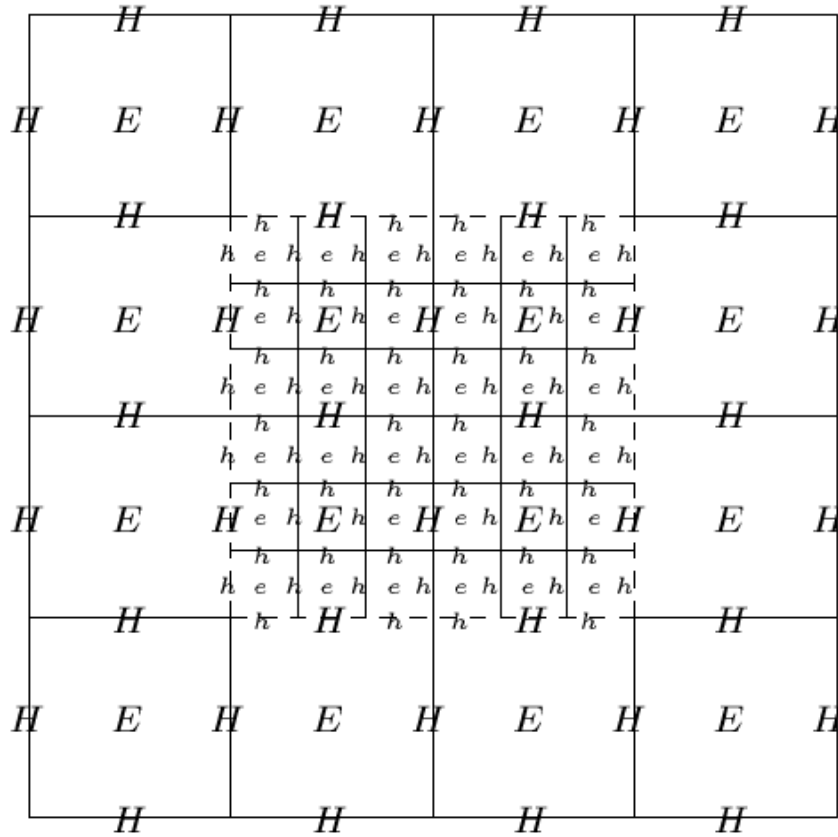
Bu yöntemin hesap zamanı açısından standart FDTD algoritmasına göre %30 tasarruf sağladığı ve kararlı olduğu belirtilmiştir [59].

4.2.7. Yerel Iızgaralama Metodu

FDTD yöntemi ile modellemede çoğu zaman problem uzayının sınırlı bir bölgesinde daha fazla çözüm hassasiyeti gerekir. Bu gibi durumlarda yerel bir bölge içerisinde küçük ızgaralama yapılır. Fakat büyük ızgara ile küçük ızgara ara yüzünde dielektrik bir malzeme olması durumunda özel bir dikkat gösterilmesi gerekir. Çünkü literatürde alt ızgaralama ara yüzünün homojen olmayan bir bölge ile çakışması durumunda algoritmanın kararsızlığa neden

olabileceği belirtilmiştir [47, 48, 59, 60]. Yerel ızgaralama metodu, sınır bölgesinde dielektrik veya iletken bir malzeme olması halinde kararlı bir çözüm elde edilmesini sağlar [49].

İnterpolasyon işleminde bazı avantajlar sağladığı için bu methoda tek sayılı hücre oranı kullanılmıştır. Bu durumda büyük hücrenin küçük hücreye oranı 3 veya 5 olabilmektedir. Yerel ızgaradaki alanları hesaplamak için her bir yerel zaman adımında ara yüz sınırındaki ve yakınındaki alan değerlerine ihtiyaç duyulmaktadır. Şekil 4.15’de 1:3 oranlı yerel ızgaralama metoduna ait ızgaralama yapısı görülmektedir. Ana ızgaralama bölgesindeki alanlar standart Yee algoritması ile hesaplanmaktadır. Yee denklemleri, sınır üzerindeki ana ızgara manyetik alanlarını hesaplamak için kullanıldığında, ana ızgaradaki elektrik ve manyetik alanlara ihtiyaç duyulmaktadır. Sınıra yakın ve ana ızgara alanları ile yan yana yerleştirilmiş yerel ızgara içindeki elektrik alanlar, ana ve yerel ızgara Yee denklemleri sonuçlarının ağırlaştırılmış ortalaması alınarak elde edilmektedir.



Şekil 4.15 Yerel ızgaralamanın 2 boyutlu görünüşü

Yerel ızgaralama metodunun alan güncelleme mantığı için Şekil 4.15’deki sınırda yer alan yan yana yerleştirilmiş durumdaki manyetik alanlar göz önüne alınmıştır. H^n ve $E^{n-1/2}$

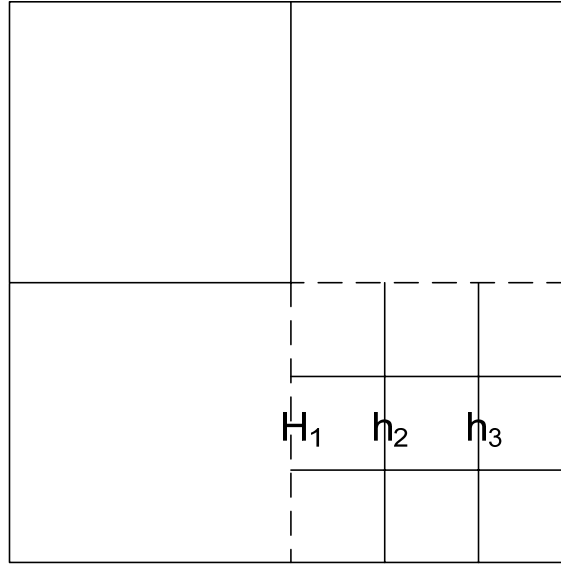
değerlerinin bilindiği varsayılırsa, bir zaman adımı sonra H^{n+1} ve $E^{n+1/2}$ değerleri hesaplanabilir. Büyük ızgara sınırındaki h alanlarının hesabı için quadratik interpolasyon yapılırsa,

$$H^{n+\ell} = H^n + A\ell + \frac{B\ell^2}{2} \quad (4.26)$$

elde edilir. Burada ℓ değeri, yerel ızgara zaman artımını göstermekte olup 1/3, 2/3 veya 1 değerini alabilir. A ve B katsayıları ise,

$$A = \frac{H^{n+1} - H^{n-1}}{2}, \quad B = H^{n+1} + H^{n-1} - 2H^n \quad (4.27)$$

şeklindedir.



Şekil 4.16 Büyük-küçük ızgara sınırına yakın h_2 manyetik alanı

Yerel ızgara sınırının haricinde lineer interpolasyon kullanılır. Kararlılığı arttırmak için Şekil 4.16'da görülen h_2 alanı, komşu alanların değeri dikkate alınarak,

$$h_2 = 0.95h_2 + 0.05 \frac{H_1 + h_3}{2} \quad (4.28)$$

şeklinde yazılır.

0.95 ve 0.05 katsayıları, Chevalier ve arkadaşları [49] tarafından yapılan sayısal deneyler sonucunda elde edilmiştir. Büyük ızgaradaki E_2 alanını ve küçük ızgaradaki e_2 alanını yeniden hesaplamak için,

$$E_2 = 0.8E_2 + 0.2e_2 \quad (4.29)$$

$$e_2 = 0.2E_2 + 0.8e_2 \quad (4.30)$$

eşitlikleri kullanılır. Yerel ızgaralama metoduna ait 6 adımlı algoritma şöyledir [49]:

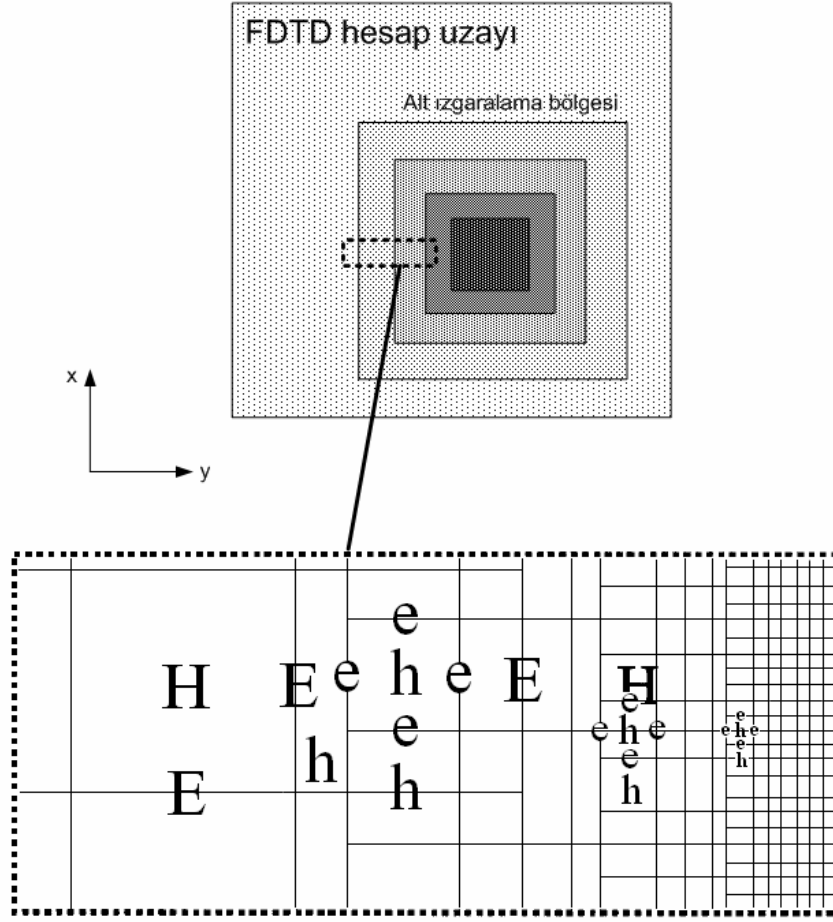
1. H^{n+1} ve $E^{n+1/2}$ değerlerini elde etmek için büyük ızgaranın tamamında standart FDTD denklemleri çöz
2. $e^{n+3/6}$ ve $h^{n+4/6}$ değerlerini elde etmek için 2 yerel zaman adımı boyunca yerel bölgenin tamamında FDTD denklemlerini çöz. Ara yüzdeki h alanını elde etmek için (4.26) denklemini, yerel ızgaranın bir hücreindeki h alanını elde etmek için (4.28) denklemini kullan
3. Ara yüze yakın $E^{n+1/2}$ ve $e^{n+3/6}$ alan değerlerini elde etmek için (4.29) ve (4.30) denklemlerini kullan
4. $e^{n+5/6}$ ve h^{n+1} alanlarını elde etmek için 1 yerel zaman adımı boyunca yerel ızgara bölgesinin tamamında FDTD denklemlerini uygula
5. Bütün küçük ızgara h alanlarını büyük ızgaraya transfer et
6. n değerini 1 arttır ve adım 1'e dön

4.2.8. İç İçe Ağ Metodu

Bir alt ızgaralama tekniği geliştirmedeki en büyük zorluk kararlılıktır [44]. Alan bileşenlerinin kısmen hatalı olduğu büyük-küçük ızgara ara yüzünde Yee algoritması kullanılamadığından Courant, Freidrichs ve Lewy şartları (CFL) yeterli olmaz. Hatalı bileşenleri iyileştirmek için genellikle interpolasyon teknikleri kullanılır. Literatürde tanımlanmış alt ızgaralama tekniklerinin çoğu, şartlı olarak kararlıdır ve bir kararlılık kriterine uymazlar. Bu durumda asıl amaç, ana ve yerel ızgaralar arasındaki ara yüzde ortaya çıkan hataları sınırlamaktır.

Yüksek bir küçültme oranı sağlayan iç içe ağ metodunun genel görünüşü Şekil 4.17'de görülmektedir.

Bu metodda, birbiri içine yerleştirilmiş çok sayıda yerel ızgara bulunur. Her bir yerel ızgara sayesinde 2 katlık küçültme oranı sağlanır.



Şekil 4.17 İç içe ağ planı

Metodun 7 adımlı algoritması şöyledir [61]:

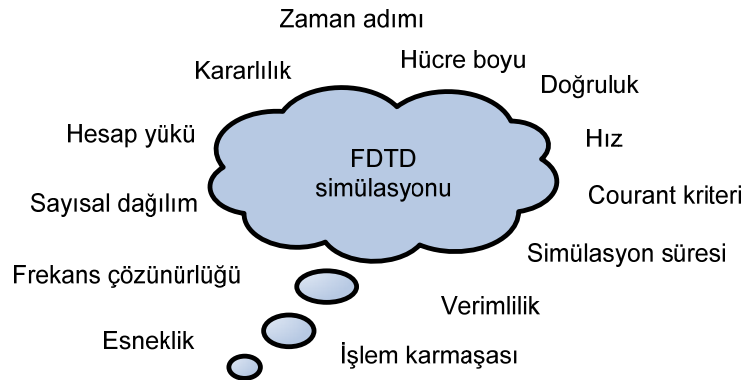
- | | |
|--|-----------|
| 1. E alanını güncelle | $t=n$ |
| 2. H alanını güncelle | $t=n+1/2$ |
| 3. e alanını güncelle ve en yakın E'yi kullanarak sınırdaki hatalı teğetsel e'yi konumda interpolate et | $t=n$ |
| 4. h alanını güncelle ve sınır değerleri sakla | $t=n+1/4$ |
| 5. e'yi güncelle | $t=n+1/2$ |
| 6. h'ı güncelle ve $t=n+1/2$ 'deki H ile $t=n-1/4$ 'deki h'ı kullanarak sınırdaki hatalı teğetsel h'ı zamanda interpolate et | $t=n+3/4$ |
| 7. $t=n+1/4$ ve $t=n+3/4$ 'deki h'ı kullanarak teğetsel H'ı konumda ve zamanda interpolate et | $t=n+1/2$ |

Bu algoritma, basit bir lineer interpolasyon ile düşük yansıma katsayısı oluşturmak için seçilmiştir. Algoritmanın performansını test etmek için 30x30x30 hücreli büyük bir ızgara içine 20x20x20 hücreden oluşan yerel bir ızgara yerleştirilmiştir. Yerel ızgara TE modlu bir düzlem dalga ile uyarılmıştır. Mevcut algoritma 60000 zaman adımının üzerine kadar test edildiğinde kararlı olduğu bildirilmiştir [61].

4.3. Bu Çalışmada Kullanılan Alt Izgaralama Metodu

Elektromanyetik problemlerin modellenmesinde yüksek doğruluğa sahip, verimli ve kararlı bir FDTD algoritması üretilmesi için özel çaba gösterilmesi gerekir. İyi bir modelleme için, basit tekniklerin hızına ve tam dalga tekniklerin doğruluğuna sahip algoritmalar üretilmesi hedeflenmelidir. Modellemelerde standart FDTD metodunun kullanılması çoğu elektromanyetik problemin analizinde yetersiz kalır. Çünkü gerçek hayatta karşılaşılan elektromanyetik problemler, geometrik yapılarının karmaşıklığı nedeniyle elektriksel ve manyetik olarak pek çok fiziksel olaya sahne olur. Hassas çözüm gereken bu tür simülasyonlarda iki seçenek söz konusudur. Birincisi, problem uzayının tamamında hücre boyutunun ve zaman adımının çok küçük seçilmesidir. Ki bu durumda aşırı hesap yükü ortaya çıkar ve simülasyon süresi son derece uzun olur. İkincisi ise yukarıda bahsedilen alt ızgaralama tekniklerinin kullanılmasıdır. Bu sayede hafıza ihtiyacı ve simülasyon zamanı önemli ölçüde azalır ve verimlilik yükselir.

FDTD metodu ile modellemede hücre boyunun ve zaman adımının seçimi simülasyonun doğruluğu üzerinde son derece etkilidir. Hassas bir modelleme için hücre boyu, minimum dalga boyundan onlarca hatta yüzlerce kat daha küçük seçilmelidir. Aksi halde sayısal dağılım etkisi oluşur. Zaman adımı da Courant kararlılık kriteri dikkate alınarak seçilmelidir. Çünkü bu şarta uyulmadığı takdirde belirli bir zaman adımından sonra kararsızlık ortaya çıkar.



Şekil 4.18 FDTD simülasyonunda dikkate alınan parametreler

Şekil 4.18'den görüldüğü gibi FDTD simülasyonunda dikkate alınması gereken pek çok parametre vardır. Örneğin, hücre boyutunun küçültülmesi, zaman adımının da küçültülmesini gerektirdiği için simülasyon süresi uzar. Ayrıca FDTD hesap uzayının tamamında küçük ızgaralama yapılması doğruluğun artmasını sağlar fakat hesap yükünün önemli derecede artmasına neden olur. Modelleme yapan teknik eleman, simülasyon parametrelerinin ne şekilde seçileceğine karar verirken doğruluk, hesap yükü ve simülasyon süresi gibi hususları öncelikle göz önüne almak durumundadır.

5. bölümde standart FDTD metodunun verimliliğini arttıracak bir alt ızgaralama tekniği sunulacaktır. Zamanda ve konumda interpolasyon yapılarak geliştirilen bu alt ızgaralama algoritmasının doğruluğu ve verimliliği tek boyutlu bir modelleme üzerinde gösterilecektir.

5. ALT IZGARALAMA TEKNİĞİ İLE MODELLEME

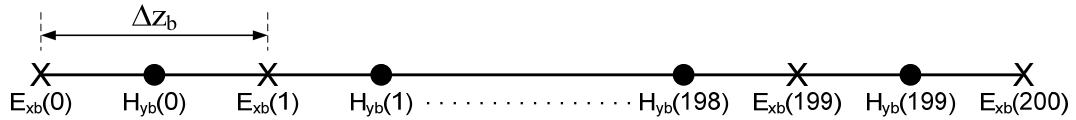
5. 1. Giriş

Bu tezde geliştirilen alt ızgaralama algoritmasının sağladığı avantajları daha iyi görebilmek için öncelikle tamamen büyük ve tamamen küçük ızgaralamadan oluşan iki ayrı simülasyon yapılacaktır. Bu sayede, simülasyon zamanı, hafıza gereksinimi, alan çözünürlüğü ve doğruluk gibi parametreleri kıyaslamak mümkün olacaktır. Bu iki simülasyonun ardından alt ızgaralama modellemesi gerçekleştirilerek, metodun hangi düzeyde doğruluğa sahip olduğu karşılaştırmalı olarak gösterilecektir.

5. 2. Serbest Uzayda Tek Boyutlu Simülasyon

5.2.1. Tamamen Büyük Izgaralama İle FDTD Simülasyonu

Doğrusal, yön bağımsız ve kayıpsız bir ortamda tek boyutlu standart FDTD simülasyonu için 200 adet büyük hücre kullanılmıştır. Şekil 5.1’de alan bileşenlerinin yerleşim planı görülmektedir.

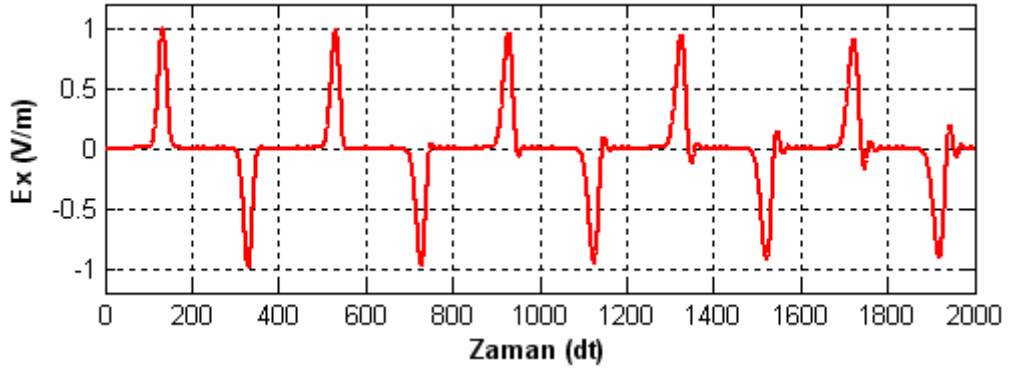


Şekil 5.1 Tamamen büyük ızgaralama

Hücre boyu (Δz_b), dalga boyunun 10’da birine eşit seçilmiştir. Zaman adımı ise Courant kararlılık kriteri dikkate alınarak,

$$\Delta z_b = \frac{\Delta t_b}{2c} \quad (5.1)$$

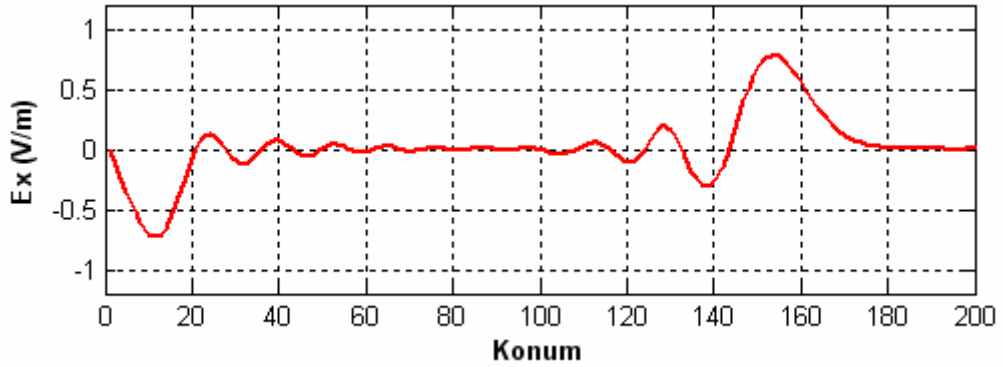
seçilmiştir. $\exp(-(t-t_0)^2/T^2)$ formundaki Gauss darbesi, tek boyutlu yapının merkezindeki elektrik alan bileşenine uygulanmış ve 50 nolu gözlem noktasından 2000 zaman adımı boyunca elektrik alan bileşeninin değerleri kaydedilmiştir. Şekil 5.2’de elektrik alan bileşeninin zamana bağlı değişimi görülmektedir.



Şekil 5.2 Tamamen büyük ızgaralama için E_x 'in zamana bağlı değişimi

Şekil 5.2'den açıkça görüldüğü gibi, 1000 zaman adımından sonra sinyalin dalga şeklinde bozulmalar ortaya çıkmaktadır. Ayrıca, zaman ilerledikçe sinyal genliğinde bir düşüş gözlenmektedir. Bu durumlar, simülasyonda büyük ızgaralama kullanılmasından ve merkezi sonlu farklar yaklaşımı yapılırken ortaya çıkan sayısal hatalardan kaynaklanmaktadır.

Alan bileşeninin konuma bağlı değişimi ise Şekil 5.3'de görülmektedir. FDTD simülasyonu 5000 zaman adımı boyunca çalıştırıldıktan sonra elektrik alanın x bileşeninin konuma bağlı değişimi çizdirilmiştir. Simülasyon süresi, tek boyutlu yapının her iki ucundaki sınırlardan çok sayıda yansıma meydana gelecek kadar uzun seçilmiştir.



Şekil 5.3 Tamamen büyük ızgaralama için E_x 'in konuma bağlı değişimi

Konuma bağlı değişim incelendiğinde, belirgin şekilde osilasyonlar oluştuğu ve sinyalin Gauss darbesi formundan uzaklaştığı görülmektedir. Bu sonuçlara göre, simülasyonda tamamen büyük ızgara kullanılmasının doğruluk ve alan çözünürlüğü açısından yetersiz kaldığı söylenebilir.

Gerçekleştirilen tek boyutlu standart FDTD simülasyonunun, bilgisayar belleğinde ne kadar yer işgal ettiği Tablo 5.1'de görülmektedir. MATLAB programı, "double" olarak seçilen her bir değişken için bellekte 8 byte'lık bir yer ayırmaktadır. Tabloda sadece elektrik ve

manyetik alana ait tek boyutlu birer dizi ile gözlem yapılan değerleri hafızada saklayan bir değişken dikkate alınmıştır.

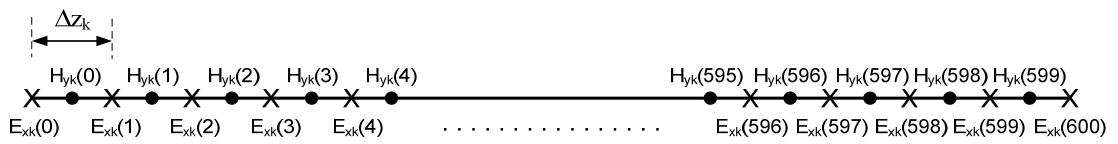
Tablo 5.1 Değişkenlerin bellekte işgal ettikleri alan (büyük ızgaralama)

Değişken adı	Dizi boyutu	İşgal edilen alan (byte)
E_{xb} dizisi	1x201	1608
H_{yb} dizisi	1x200	1600
Gözlem adlı değişken	1x5000	40000
Toplam :	1x5401	43208 byte

Tablo 5.1'deki sonuçlardan görüldüğü gibi tamamen büyük ızgaralama yapılan simülasyon için bellekte yaklaşık 42 kB'lık yer ayrılmaktadır. 5000 zaman adımı boyunca gerçekleştirilen simülasyonun CPU tarafından işleme süresi 1.2 saniye civarındadır. Bu süre, Pentium 4 Celeron 2.4 GHz işlemcili, 480 MB RAM'e sahip bir bilgisayar için elde edilmiştir.

5.2.2. Tamamen Küçük Izgaralama İle FDTD Simülasyonu

Küçük ızgaralama yapılan tek boyutlu simülasyonda hücre boyutu 3 kat azaltılmıştır. Yani Δz_k değeri Δz_b değerinin üçte birine eşittir. Bu durumda tek boyutlu yapıdaki toplam hücre sayısı 600 olmaktadır. Şekil 5.4'de alan bileşenlerinin yerleşim planı görülmektedir.



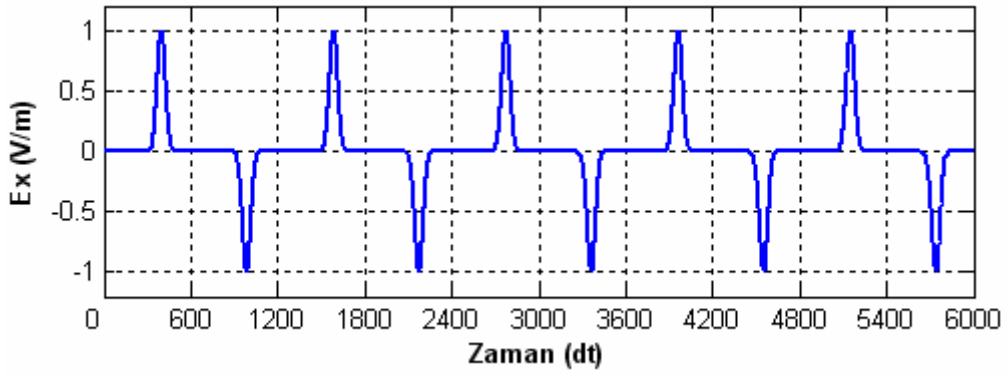
Şekil 5.4 Tamamen küçük ızgaralama

Kararsızlığa neden olmamak için zaman adımı 3 kat küçültülmüştür. Sonuçların büyük ızgaralama simülasyonu ile karşılaştırılabilmesi için, küçük ızgaralamaya ait simülasyon süresi 3 kat uzun tutulmuştur. Gauss darbesi, tek boyutlu yapının merkezindeki elektrik alan bileşenine uygulanmış ve 148 nolu gözlem noktasından 6000 zaman adımı boyunca elektrik alan bileşeninin değerleri kaydedilmiştir. Tablo 5.2'de büyük ve küçük ızgaralama simülasyonunun parametreleri arasındaki farklılıklar toplu olarak listelenmiştir.

Tablo 5.2 Simülasyon parametrelerindeki farklılıklar

	Hücre boyu	Zaman adımı	Simülasyon süresi	Gözlem noktası
Büyük ızgaralama	Δz_b	Δt_b	$2000\Delta t_b$	50
Küçük ızgaralama	$\Delta z_k = \Delta z_b/3$	$\Delta t_k = \Delta t_b/3$	$6000\Delta t_k$	$3 \times 50 - 2 = 148$

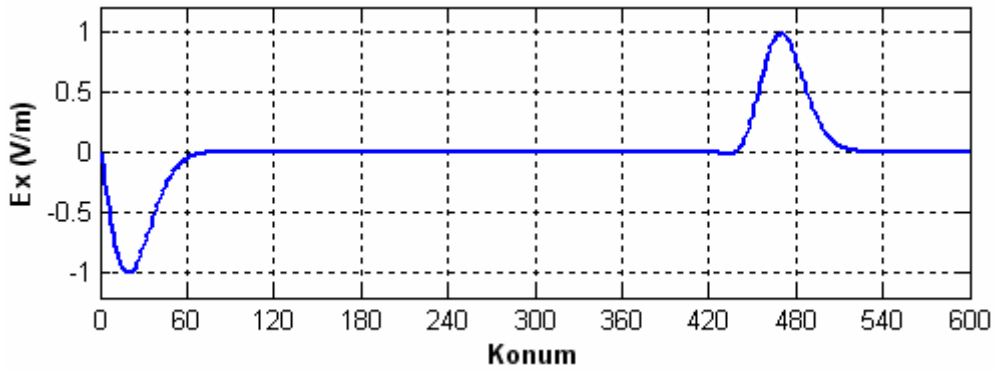
Şekil 5.5’de elektrik alan bileşeninin zamana bağlı değişimi görülmektedir.



Şekil 5.5 Tamamen küçük ızgaralama için E_x 'in zamana bağlı değişimi

Simülasyon sonuçları incelendiğinde, 6000 zaman adımı süresince sinyalin dalga şeklinde herhangi bir bozulma oluşmadığı görülmektedir. Simülasyon doğruluğunun artmasının nedeni, hücre boyunun, dalga boyunun 30’da biri kadar küçük seçilmiş olmasıdır. Zaman adımının da 3 kat küçük seçilmesi sayesinde büyük ızgaralama simülasyonunda görülen olumsuz durumlar gözlenmemiştir.

Alan bileşeninin konuma bağlı değişimini görmek için FDTD simülasyonu 15000 zaman adımı boyunca çalıştırılmıştır. Şekil 5.6’da elektrik alanın x bileşeninin konuma bağlı değişimi görülmektedir.



Şekil 5.6 Tamamen küçük ızgaralama için E_x 'in konuma bağlı değişimi

Konuma bağılı değişim incelendiğinde, Şekil 5.3'deki sonuçlardan daha düzgün bir sinyal elde edildiği açıkça görülmektedir. 15000 zaman adımı sonrasında bile herhangi bir osilasyon oluşmamıştır. Bu sonuçlara göre, FDTD simülasyonunda küçük ızgara kullanılmasının, doğruluğu oldukça iyileştirdiği ve alan çözünürlüğünü arttırdığı söylenebilir.

Gerçekleştirilen tek boyutlu standart FDTD simülasyonu için bilgisayar belleğinde işgal edilen alan Tablo 5.3'de listelenmiştir.

Tablo 5.3 Değişkenlerin bellekte işgal ettikleri alan (küçük ızgaralama)

Değişken adı	Dizi boyutu	İşgal edilen alan (byte)
E_{xk} dizisi	1x601	4808
H_{yk} dizisi	1x600	4800
Gözlem adlı değişken	1x15000	120000
Toplam :	1x16201	129608 byte

Tablo 5.3'deki sonuçlardan görüldüğu gibi tamamen küçük ızgaralama yapılan simülasyon için bellekte 126.5 kB'lık yer ayrılmaktadır. Bu değer, büyük ızgaralama simülasyonuna ait değerin 3 katıdır. 15000 zaman adımı boyunca gerçekleştirilen simülasyonun CPU tarafından işleme süresi 10 saniye civarındadır. Bu süre, büyük ızgaralama yapılan simülasyona göre 8 kat daha uzundur.

5.2.3. Geliştirilen Alt İzgaralama Tekniği İle FDTD Simülasyonu

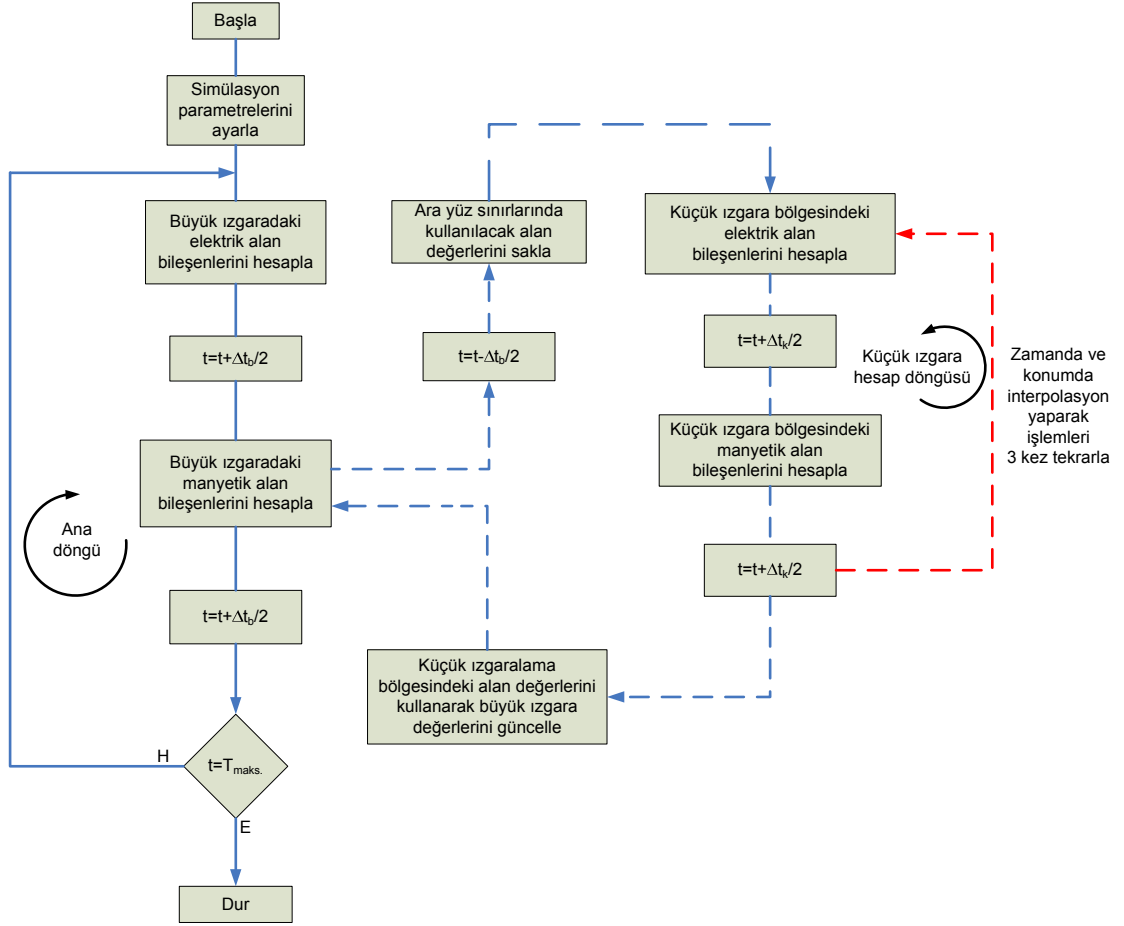
Alt ızgaralama tekniği kullanılarak yapılan simülasyon sayesinde küçük ızgara simülasyonunun doğruluğuna ve büyük ızgara simülasyonunun hızına yakın sonuçlar elde edilmesi hedeflenmektedir. Şekil 5.7'de alt ızgaralama yapılan tek boyutlu yapının genel görünüşü verilmiştir.



Şekil 5.7 Tek boyutlu yapıda alt ızgaralama

Büyük ve küçük ızgaraların komşu olduğu ara yüz sınırlarında alan hesabı yapılırken dikkatli olunması gerekir. Aksi halde sınırlardan önemli miktarda yansıma meydana gelir.

Alt ızgaralama tekniğine ait genel akış diyagramı Şekil 5.8’de görülmektedir.



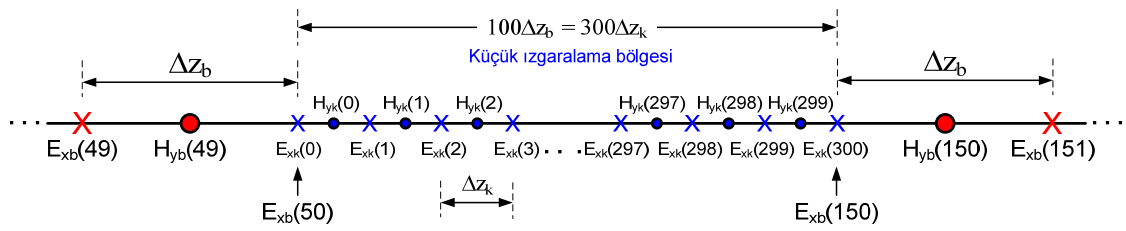
Şekil 5.8 Alt ızgaralama için akış diyagramı

Akış diyagramında iki adet hesap döngüsü bulunmaktadır. Ana döngü bir kez çalıştığında küçük hesap döngüsü 3 kez çalışmaktadır. Yani, küçük ızgaralama bölgesindeki alan değerleri büyük ızgaralama bölgesindekilere kıyasla daha hassas şekilde hesaplanmaktadır. Büyük ve küçük ızgaralama yapılan bölgelerde alan bileşeni değerleri standart FDTD denklemleri ile hesaplandığı halde, ara yüz sınırında ve çevresinde interpolasyon teknikleri kullanılarak alan değerleri hesaplanmaktadır. Bu sayede ara yüz sınırından geriye dönebilecek yansımalar en düşük seviyede tutulmaktadır.

Simülasyon ilk başlatıldığında büyük ızgaralara bölünmüş hesap uzayının tamamında elektrik ve manyetik alan değerleri hesaplanmaktadır. Bu hesaplamalar arasında yarım zaman adımı fark bulunmaktadır. Ardından, simülasyon zamanı bir adım geri alınarak alt ızgaralama

simülasyonuna geçilmektedir. Bu simülasyonda sadece küçük ızgaralara bölünmüş kısımdaki alan değerleri ve ara yüz sınırındaki değerler hesaplanmaktadır. İşlemlerin tamamlanması için hesap döngüsünün 3 kez çalıştırılması gerekmektedir. Küçük ızgaralanmış bölgede hassas şekilde hesaplanan bu alan değerleri kullanılarak, büyük ızgaradaki hatalı hesaplanmış alan değerleri güncellenmektedir.

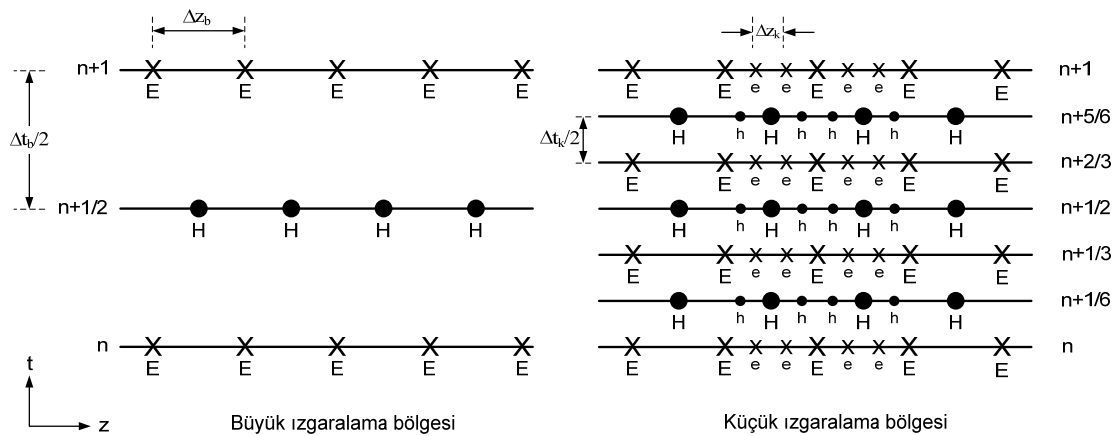
Alt ızgaralama simülasyonunda 200 adet büyük hücreden oluşan tek boyutlu yapı göz önüne alınmıştır. Tek boyutlu yapının 50 ile 150 nolu hücreleri arasında küçük ızgaralama yapılmıştır. Büyük hücre boyutunun küçük hücre boyutuna oranı 3'dür. Şekil 5.9'da alan bileşenlerinin yerleşim planı görülmektedir.



Şekil 5.9 Tek boyutlu alt ızgaralamada alan bileşenlerinin yerleşim planı

Şekil 5.9'dan görüldüğü gibi, FDTD hesap uzayının $100\Delta z_b$ kadarlık bölümünde 300 adet küçük hücre bulunmaktadır. Büyük ve küçük ızgara ara yüzündeki alan değerleri ortaktır. Örneğin, büyük ızgaradaki 50 ve 150 nolu hücreler, sırasıyla küçük ızgaradaki 0 ve 300 nolu hücreler ile çakışmaktadır.

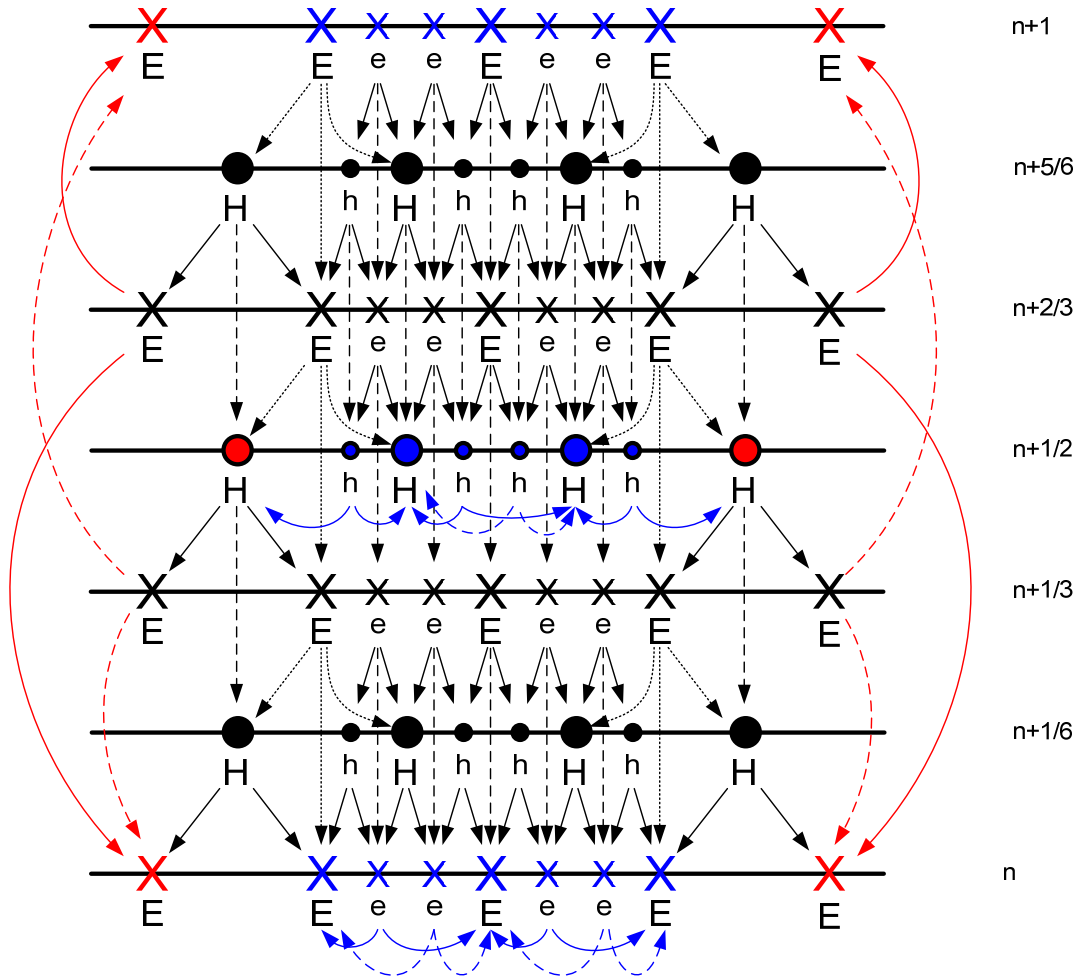
FDTD hesaplamalarında zamana bağlı olarak hangi bileşenlerinin kullanıldığı Şekil 5.10'da gösterilmiştir. Büyük ve küçük ızgaralama bölgelerindeki alan bileşenlerinin yerleşim planı yan yana halde verilmiştir.



Şekil 5.10 Büyük ve küçük ızgaralama bölgesine ait alan bileşenleri

Şekil 5.10'dan açıkça görüldüğü gibi, büyük ızgaralama bölgesinde elektrik alan değerleri n ve $n+1$ anlarında hesaplanmaktadır. Manyetik alan hesabı ise elektrik alana göre yarım zaman adımı farkla yani $n+1/2$ anında yapılmaktadır. Küçük ızgaralama bölgesinde ise, elektrik alan hesabı n , $n+1/3$, $n+2/3$ ve $n+1$ anlarında yapılırken; manyetik alan hesabı $n+1/6$, $n+1/2$ ve $n+5/6$ anlarında yapılmaktadır.

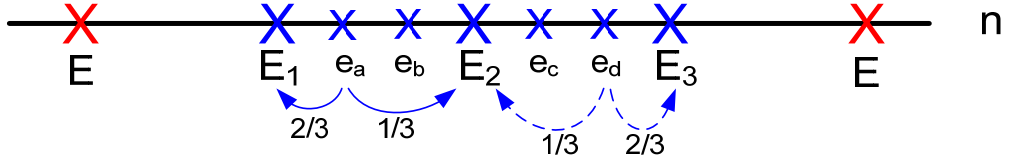
Bu tezde geliştirilen alt ızgaralama algoritmasının temel hesap mantığı Şekil 5.11'de verilmiştir.



Şekil 5.11 Alt ızgaralama hesap mantığı

Şekil 5.11 dikkatle incelendiğinde, bazı alan değerlerinin standart FDTD mantığı ile hesaplandığı, bazılarının da zamanda ve konumda interpolasyon yapılarak elde edildiği görülmektedir. Örneğin n anındaki e değerleri, büyük ızgaraya ait E değerleri kullanılarak konumda interpolasyon yapılarak elde edilmektedir. Benzer şekilde $n+1/2$ anındaki h değerleri, büyük ızgaraya ait H değerlerinden konumda interpolasyon yapılarak hesaplanmaktadır. Ara yüz sınırında yer alan E değerleri için zamanda interpolasyon işlemi uygulanmaktadır.

Konumda interpolasyon yapılırken Şekil 5.12’de görülen katsayılar dikkate alınmıştır.



Şekil 5.12 Konumda interpolasyon mantığı

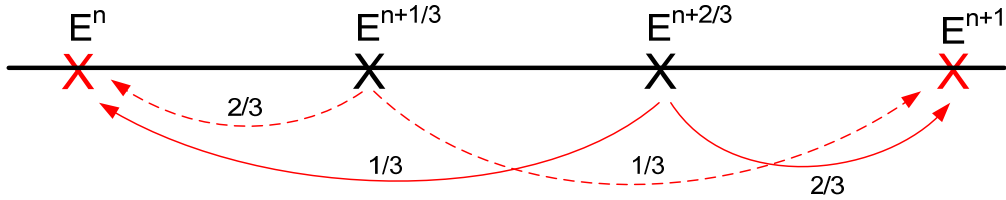
Büyük ızgaraya ait bilinen E değerleri yardımıyla küçük ızgaraya ait bilinmeyen e değerlerini tahmin etmek için,

$$e_a = \frac{2}{3}E_1 + \frac{1}{3}E_2 \quad (5.2)$$

$$e_d = \frac{1}{3}E_2 + \frac{2}{3}E_3 \quad (5.3)$$

denklemleri kullanılmıştır.

Benzer şekilde zaman interpolasyonu Şekil 5.13’deki çizim göz önüne alınarak yapılmıştır.



Şekil 5.13 Zamanda interpolasyon mantığı

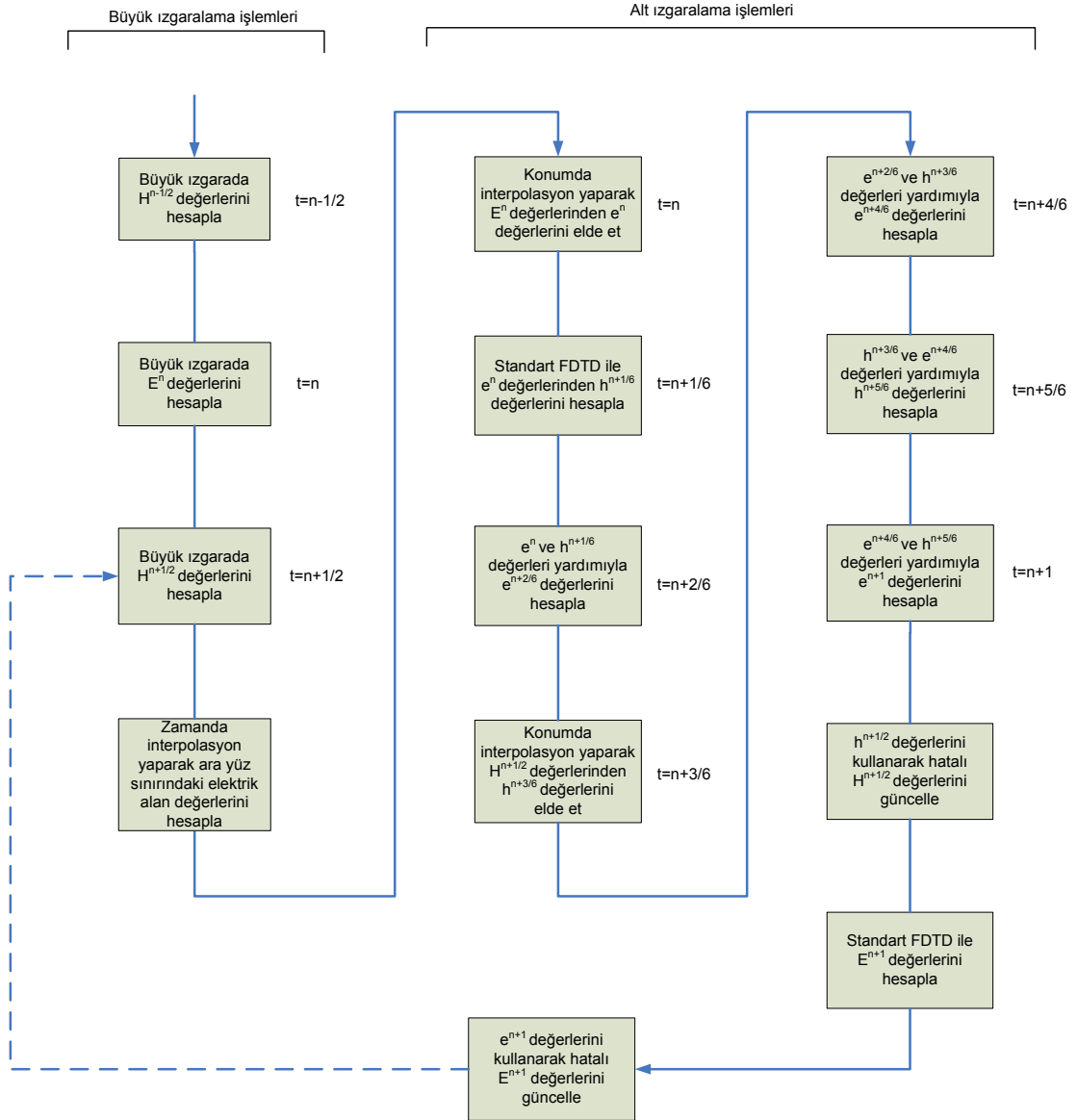
n ve n+1 anındaki mevcut E değerleri yardımıyla n+1/3 ve n+2/3 anlarındaki ara yüz elektrik alan değerlerini hesaplamak için,

$$E^{n+1/3} = \frac{2}{3}E^n + \frac{1}{3}E^{n+1} \quad (5.4)$$

$$E^{n+2/3} = \frac{1}{3}E^n + \frac{2}{3}E^{n+1} \quad (5.5)$$

denklemleri kullanılmıştır.

Geliştirilen alt ızgaralama algoritmasına ait ayrıntılı akış diyagramı Şekil 5.14'de görülmektedir.



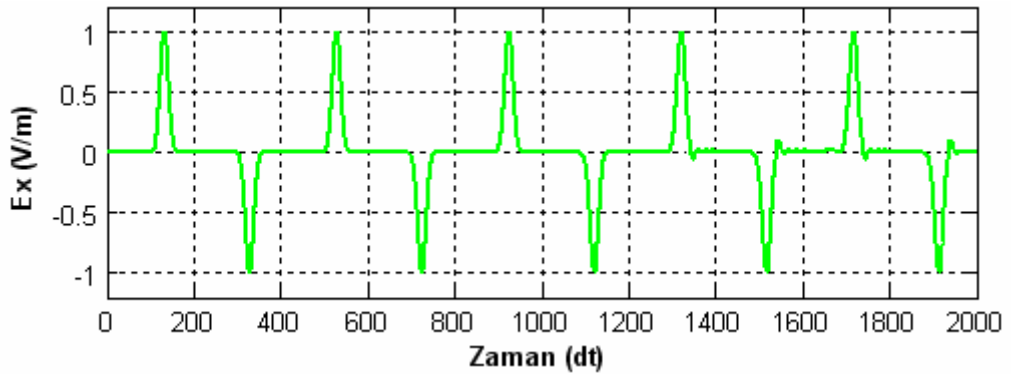
Şekil 5.14 Alt ızgaralama hesabı için akış diyagramı

23 adımlı alt ızgaralama algoritması aşağıdaki gibidir.

1. Simülasyon parametrelerini ayarla
2. Bütün alan bileşenlerini başlangıçta sıfıra eşitle
3. Büyük ızgaradaki manyetik alan değerlerini hesapla (alt ızgaralama yapılacak bölgenin her iki ucundaki manyetik alan değerlerini sakla)

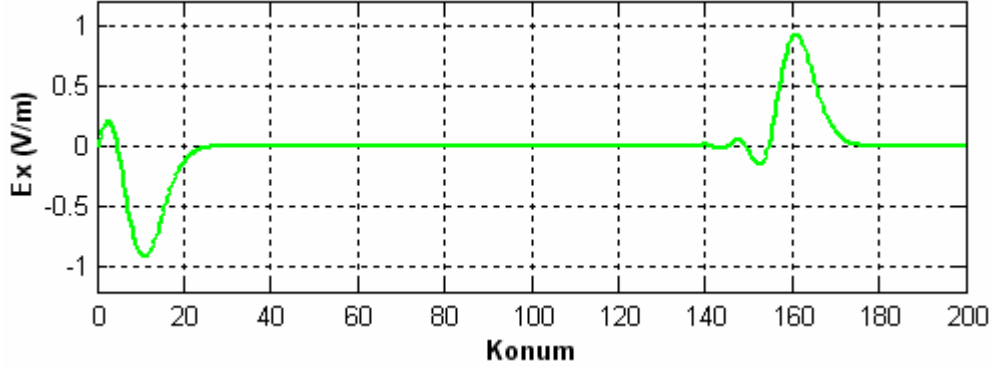
4. Büyük ızgaradaki elektrik alan değerlerini hesapla
5. Zaman adımını Δt_b kadar arttır
6. Gauss darbesini uygula
7. Büyük ızgaradaki manyetik alan değerlerini hesapla
8. Alt ızgaralama bölgesine denk gelen elektrik ve manyetik alan değerlerini geçici bir dizide sakla
9. Zaman adımını bir adım geri al
10. Konumda interpolasyon yaparak alt ızgaralama bölgesinde e değerlerini hesapla
11. $n+1/6$ anındaki h manyetik alan değerlerini standart FDTD ile hesapla
12. Zaman adımını Δt_k kadar arttır
13. $n+1/3$ anındaki e elektrik alan değerlerini standart FDTD ile hesapla
14. Konumda interpolasyon yaparak alt ızgaralama bölgesindeki h değerlerini hesapla
15. Zaman adımını Δt_k kadar arttır
16. $n+2/3$ anındaki e elektrik alan değerlerini standart FDTD ile hesapla
17. $n+5/6$ anındaki h manyetik alan değerlerini standart FDTD ile hesapla
18. Zaman adımını Δt_k kadar arttır
19. $n+1$ anındaki e elektrik alan değerlerini standart FDTD ile hesapla
20. h değerlerini kullanarak hatalı hesaplanmış H değerlerini güncelle
21. $n+1$ anındaki E elektrik alan değerlerini standart FDTD ile hesapla
22. e değerlerini kullanarak hatalı hesaplanmış E değerlerini güncelle
23. 5. adıma dön ve simülasyon süresi tamamlanıncaya kadar işlemleri tekrarla

Şekil 5.15’de alt ızgaralama simülasyonuna ait zaman cevabı görülmektedir.



Şekil 5.15 Alt ızgaralama için E_x 'in zamana bağlı değişimi

Simülasyon sonuçlarına göre, sinyalin dalga şeklinde pek fazla bozulma olmadığı ve küçük ızgaralama simülasyonuna yakın bir zaman cevabının elde edildiği görülmektedir. Elektrik alan bileşeninin konuma bağlı değişimi ise Şekil 5.16'daki gibidir.



Şekil 5.16 Alt ızgaralama için E_x 'in konuma bağlı değişimi

Elde edilen simülasyon sonuçlarına göre, geliştirilen alt ızgaralama algoritmasının kabul edilebilir bir seviyede doğruluğa sahip olduğu söylenebilir.

Gerçekleştirilen tek boyutlu alt ızgaralama simülasyonu için bilgisayar belleğinde işgal edilen alan Tablo 5.4'de listelenmiştir.

Tablo 5.4 Değişkenlerin bellekte işgal ettikleri alan (alt ızgaralama)

Değişken adı	Dizi boyutu	İşgal edilen alan (byte)
E_{xb} dizisi	1x201	1608
H_{yb} dizisi	1x200	1600
E_{xk} dizisi	1x301	2408
H_{yk} dizisi	1x300	2400
E_{xb} için geçici dizi	1x101	808
H_{yb} için geçici dizi	1x100	800
Gözlem adlı değişken	1x5000	40000
Toplam :	6203	49624 byte

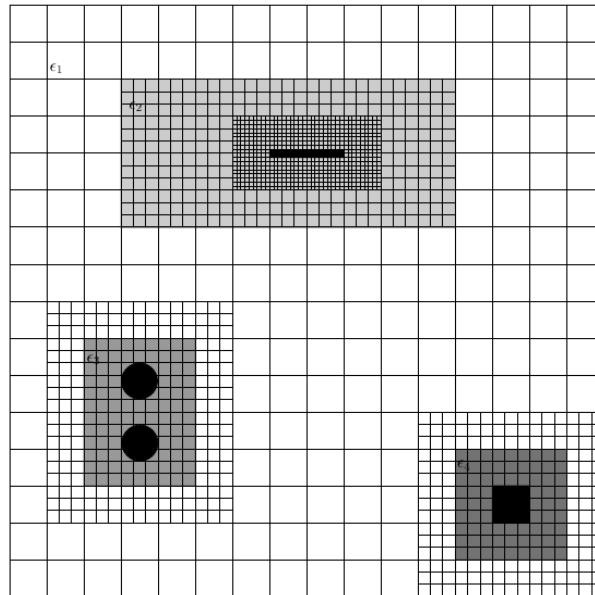
Tablodaki değerlerden görüldüğü gibi, alt ızgaralama için bellekte işgal edilen alan, küçük ızgaralama simülasyonuna göre oldukça düşük seviyededir. 5000 zaman adımı için simülasyonun 3.8 saniye sürdüğü de göz önüne alınırsa, geliştirilen algoritmanın verimli olduğu anlaşılmaktadır.

6. SONUÇ VE GELECEKTE YAPILACAK ÇALIŞMALAR

Bu tez çalışmasında FDTD metodunun doğruluğunu ve verimliliğini iyileştiren bir alt ızgaralama algoritması sunulmuştur. Büyük ve küçük ızgara ara yüzündeki alan bileşenlerinin hesabı için zamanda ve konumda interpolasyon teknikleri kullanılarak 23 adımlı bir hesap algoritması geliştirilmiştir. Simülasyonlar tek boyutlu durum için yapılmıştır. Geliştirilen algoritmanın doğruluğu ve performansı büyük ızgaralama ve küçük ızgaralama simülasyonlarının sonuçları ile ayrı ayrı karşılaştırılmıştır. Karşılaştırma yapılırken simülasyonun işleme süresi ve hesap için bilgisayar belleğinde işgal edilen alanın boyutu dikkate alınmıştır. Geliştirilen alt ızgaralama tekniğinin büyük ızgaralama simülasyonunun hızına ve küçük ızgaralama simülasyonunun doğruluğuna sahip olduğu gösterilmiştir. Tezde sunulan algoritma, fazladan bilgisayar kaynaklarına ihtiyaç olmadan FDTD metodunun doğruluğunu ve verimliliğini iyileştirmektedir.

Tezde ayrıca, standart FDTD algoritması kullanılarak dalga kılavuzu modellemesine yeni bir yaklaşım sunulmuştur. Dikdörtgen ve dairesel kesitli dalga kılavuzlarının mod kesim frekanslarını elde etmeyi sağlayan 2 boyutlu FDTD modellemeleri gerçekleştirilmiştir. Analitik sonuçlar ile yapılan karşılaştırmalar neticesinde, FDTD simülasyonuna ait sonuçlarının %0.1 civarında bir hataya sahip olduğu görülmüştür.

FDTD ile 2 boyutlu alt ızgaralama ve dinamik bellek kullanımı gibi konular gelecekte yapılacak çalışmalarda ele alınacaktır. Bu çalışmalar ile Şekil 6.1’de görülen 2 boyutlu yapıların verimli bir şekilde modellenmesi düşünülmektedir.



Şekil 6.1 2 boyutlu alt ızgaralama için modelleme örnekleri

KAYNAKLAR

- [1] Chew, W.C., Jin, J.M., Michielssen, E., Song, J., 2001, *Fast and Efficient Algorithms in Computational Electromagnetics*, Artech House, Norwood, MA, 931p.
- [2] Sevgi, L., 2003, *Complex Electromagnetic Problems and Numerical Simulation Approaches*, IEEE Press - John Wiley and Sons Co., New Jersey, 381p.
- [3] Balık, H., 1997, Passive open planar microwave circuit analysis by enhanced spectral domain method, PhD Thesis, University of Bristol.
- [4] Yee, K.S., 1966, Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations, IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol.14, no.3, 302-307.
- [5] Kunz, K.S. and Luebbers, R.J., 1993, *The Finite-Difference Time-Domain Method for Electromagnetics*, CRC Press, Boca Raton, FL., 448p.
- [6] Shlager, K.L. and Schneider, J.B., 1999, A survey of the finite-difference time-domain literature, 1-26.
- [7] Taflove, A., 1995, *Computational Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method*, Artech House, Boston, MA., 599p.
- [8] Sevgi, L., 1999, *Elektromanyetik Problemler ve Sayısal Yöntemler*, Birsen Yayınevi, İstanbul, 214s.
- [9] Chari, M.V.K. and Salon S.J., 2000, *Numerical Methods in Electromagnetism*, Academic Press, USA, 767p.
- [10] Sadiku, M.N.O., 2000, *Numerical Techniques in Electromagnetics*, CRC Press, 743p.
- [11] Krishnaiah, K.M., 1997, Novel stable subgridding algorithm in finite difference time domain method, PhD Thesis, University of Bristol.
- [12] Christ, A., 2003, Analysis and improvement of the numerical properties of the FDTD algorithm, PhD Thesis, Swiss Federal Institute of Technology Zurich.
- [13] Mur, G., 1981, Absorbing boundary conditions for the finite-difference time-domain electromagnetic-field equations, IEEE Trans. Electromagn. Compat., vol. EMC-23, 377-382.
- [14] Higdon, R.L., 1986, Absorbing boundary conditions for difference approximations to the multi-dimensional wave equation, Math. Comput., vol.47, 437-459.
- [15] Higdon, R.L., 1987, Numerical absorbing boundary conditions for the wave equation, Math. Comput., vol.49, 65-90.
- [16] Akleman, F., 1998, Zamanda sonlu farklar yöntemi ve yutucu sınır koşulları, Yüksek lisans tezi, İTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü.

- [17] Berenger, J., 1994, A perfectly matched layer for the absorption electromagnetic waves, *J Comput. Phys.*, vol.114, no.1, 185-200.
- [18] Shorthouse, D., 1992, The CAD and analysis of passive monolithic microwave integrated circuits by finite difference time domain technique, PhD Thesis, University of Bristol.
- [19] Yu, Z., 1998, A bandpass source technique for the FDTD analysis of waveguide discontinuity, *Microwave And Optical Technology Letters*, vol. 17, no. 2, 132-135.
- [20] Montoya, T.P., 2006, Improved 1-D FDTD modeling of parallel and series RLC loads in a lossless transmission line, *IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium (9-14 July 2006)*, 1583 – 1586.
- [21] Ajengui, A., Chatta, R., Zghal, M., Banech, P., Morand, A., Attia, R., 2004, Behaviour of propagation through one dimension photonic crystal, *IEEE International Conference on Industrial Technology ICIT '04 (8-10 Dec. 2004)*, vol. 1, 277 – 280.
- [22] Guilin S. and Trueman, C.W., 2004, Some fundamental characteristics of the one-dimensional alternate-direction-implicit finite-difference time-domain method, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol.52, no.1, 46-52.
- [23] Ho, M., 2005, One-dimensional simulation of reflected EM pulses from objects vibrating at different frequencies, *Progress In Electromagnetics Research*, 239–24.
- [24] Sullivan, D.M., 2000, *Electromagnetic Simulation Using The FDTD Method*, IEEE Press, New York, 162p.
- [25] Luebbers, R., Kunz, K. S., Chamberlin, K. A., 1990, An interactive demonstration of electromagnetic wave propagation using time domain finite differences, *IEEE Transactions on Education*, vol. 33, no. 1, 60-68.
- [26] Schneider, J.B. and Shlager, K., 1995, A selective survey of the finite-difference time-domain literature, *IEEE Ant. And Prop. Mag.*, vol. 37, 39-56.
- [27] Tsakmakidis, K.L., Hermann, C., Klaedtke, A., Jamois, C., Hess, O., 2005, Systematic modal analysis of 3-D dielectric waveguides using conventional and high accuracy nonstandard FDTD algorithms, *IEEE Photonics Technology Letters*, vol.17, no.12, 2598-2600.
- [28] Olivier, J.C. and McNamara, D.A., 1990, Analysis of edge slots in rectangular waveguide using finite-difference time-domain method, *Electronics Lett*, vol.26, no.15, 1135-1136.
- [29] Xiao, S., Vahldieck, R., Jin, H., 1992, Full-wave analysis of guided wave structures using a novel 2-D FDTD, *IEEE Microwave Guided Wave Lett.*, vol. 2, 165-167.
- [30] Werthen, M., Rittweger, M., Wolff, I., 1994, FDTD simulation of waveguide junctions using a new boundary condition for rectangular waveguides, *24th European Microwave Conf. (Cannes, France)*, 1715-1719.
- [31] Pozar, D.M., 1998, *Microwave Engineering*, John Wiley & Sons, USA, 716p.

- [32] Kraus, J. and Fleisch, D., 1999, *Electromagnetics with Applications*, McGraw-Hill, Singapur, 336p.
- [33] Benson, F.A. and Benson, T.M., 1991, *Fields, Waves and Transmission Lines*, Chapman&Hall, USA, 354p.
- [34] Aydemir, T., Afacan, E., Nakiboğlu, C., 2000, *Teori ve Problemlerle Elektromanyetik*, Ankara, 329s.
- [35] Johnk, C., 1975, *Engineering Electromagnetic Fields and Waves*, New York- Wiley, 655p.
- [36] Inan, U.S. and Inan, A.S., 2000, *Electromagnetic Waves*, Prentice Hall, USA, 556p.
- [37] Şeker, S. ve Çerezci, O., 1996, *Mühendislik Elektromagnetiğinin Temelleri*, İzmir, 384s.
- [38] Xiao, K., Pommerenke, D.J., Drewniak, J.L., 2004, A three-dimensional FDTD subgridding algorithm based on interpolation of current density, International Symposium on Electromagnetic Compatibility EMC 2004 (9-13 Aug. 2004), vol.1, 118- 123.
- [39] Chavannes, N. and Kuster, N., 2001, Advantages and limitations of FDTD subgrid schemes for EM transmitters embedded within highly complex environments, 16th International Conference on Applied Electromagnetics and Communications (1-3 October 2001).
- [40] Holland, R. and Simpson, L., 1981, Finite-difference analysis EMP coupling to thin struts and wires, IEEE Trans. Electromagn. Compat., EMC-23(2), 88-97.
- [41] Yee, K. S., 1987, A subgridding method for the finite difference time domain algorithm to solve Maxwell's equations,, Tech. Rep. UCRL-96772, Lawrence Livermore National Laboratory.
- [42] Kasher, J. C. and Yee, K. S., 1987, A numerical example of a 2-D scattering problem using a subgrid, Applied Comp. Electromag. Soc. J. and Newsletter, vol. 2, no. 2, 75–102.
- [43] Kim, I. S. and Hoefer, W. J. R., 1990, A local mesh refinement algorithm for the time domain-finite difference method using Maxwell's curl equations, IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. 38, 812–815.
- [44] Monk, P., 1996, Sub-gridding FDTD schemes, ACES Journal, vol.11, no.1, 37-46.
- [45] Zivanovic, S. S., Yee, K. S., Mei, K. K., 1991, A subgridding method for the time-domain finite-difference method to solve Maxwell's equations, IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. 39, 471–479.
- [46] Prescott, D. T. and Shuley, N. V., 1992, A method for incorporating different sized cells into the finite-difference time-domain analysis technique, IEEE Microwave Guided Wave Lett., vol. 2, 434–436.
- [47] White, M. J. and Iskander, M. F., 1997, Development of a multigrid FDTD code for three dimensional applications, IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. 45, 1512–1517.

- [48] Okoniewski, M., Okoniewska, E., Stuchly, M. A., 1997, Three-dimensional subgridding algorithm for FDTD, *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 45, 422–429.
- [49] Chevalier, M. W., Luebbers, R. J., Cable, V. P., 1997, FDTD local grid with material traverse, *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 45, pp. 411–421.
- [50] Kunz, K. S. and Simpson, L., 1981, A technique for increasing the resolution of finite-difference solutions of the Maxwell's equation, *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, vol. EMC-23, 419–422.
- [51] Yee, K. S., 1987, Numerical solution to Maxwell's equations with non-orthogonal grids, Tech Rep. UCRL-93268, Lawrence Livermore National Laboratory.
- [52] Umashankar, K. R., Taflove, A., Beker, B., 1987, Calculation and experimental validation of induced currents on coupled wires in an arbitrary shaped cavity, *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 35, 1248–1257.
- [53] Taflove, A., Umashankar, K. R., Beker, B., Harfoush, F., Yee, K. S., 1988, Detailed FDTD analysis of electromagnetic fields penetrating narrow slots and lapped joints in thick conducting screens, *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 36, 247–257.
- [54] Monk, P., Suli, E., 1994, A Convergence Analysis of Yee's Scheme on Nonuniform Grids, *SIAM Journal on Numerical Analysis*, vol. 31, no. 2, 393-412.
- [55] Monk, P., Suli, E., 1994, Error estimates for Yee's method on nonuniform grids, *IEEE Trans. Magnetics*, vol 30, 3200-3203.
- [56] Zivanovic, S.S., Yee, K.S., Mei, K.K., 1991, A Subgridding Method for the Time-Domain Finite-Difference Method to Solve Maxwell's Equations, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 39, 471-479.
- [57] Prescott, D. T. and Shuley, N. V., 1992, A method for incorporating different sized cells into the finite-difference time-domain analysis technique, *IEEE Microwave and Guided Wave Letters*, vol. 2, no. 11, 434-436.
- [58] Kapoor, S., 1997, Sub-Cellular Technique for Finite-Difference Time-Domain Method, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 45, no. 5, 673-677.
- [59] White, M.J., Iskander, M.F., Huang, Z., Kimrey, H.D., 1996, A three dimensional multi-grid FDTD code for modeling microwavesintering of materials, *Antennas and Propagation Society International Symposium*, vol.1, 120-123.
- [60] Okoniewski, M., Okoniewska, E., Stuchly, M.A., 1995, 3D Sub-Gridding Algorithm for FDTD, *IEEE Antennas and Propagation Symposium*, New York, USA, 232-235.
- [61] Chaillou, S., Wiart, J., Tabbara, W., 1999, A subgridding scheme based on mesh nesting for the FDTD method, *Microwave and Optical Technology Letters*, vol.22, no.3, 211-214.

ÖZGEÇMİŞ

Yavuz EROL

yerol@firat.edu.tr

1979 Elazığ doğumluyum. Fırat Üniversitesi Elektrik-Elektronik Mühendisliği bölümünden 1999 yılında mezun oldum. 2000 yılından bu yana aynı bölümde Telekomünikasyon anabilim dalında araştırma görevlisi olarak çalışmaktayım. İlgi alanlarım arasında analog, dijital ve mikro denetleyici tabanlı elektronik devre tasarımı, tıbbi ve sanayi amaçlı elektronik cihaz tasarımı ve imalatı, RF kontrollü sistem tasarımı, profesyonel baskı devre kartı (PCB) çizimi gibi konular yer alır. Arçelik A.Ş.'nin 2005 yılında düzenlediği "Yeni Bir Fikrim Var" adlı proje yarışmasında yenilikçi teknoloji kategorisinde "Cep telefonları için pilsiz şarj cihazı" adlı proje ile 2.'lik ödülü aldım. TÜBİTAK'ın aylık olarak yayınladığı "Bilim ve Teknik" dergisinde, "Kendimiz Yapalım" adlı köşede 2004 yılından beri elektronik projeler ile ilgili teknik içerikli yazılar yazmaktayım.