

ZAMAN DOMENİNDE SONLU FARKLAR METODU İLETEK BOYUTLU YAPILARDA ELEKTROMANYETİK DALGA YAYILIMININ SİMÜLASYONU

Yavuz EROL, Hasan H. BALIK

yerol@firat.edu.tr, balik@firat.edu.tr

Fırat Üniversitesi Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü 23119
ELAZIĞ

ÖZET

Bu çalışmada tek boyutlu yapılarda elektromanyetik dalgaların yayılmasını modellemek amacıyla zaman domeninde sonlu farklar (FDTD) metodu kullanılarak bir algoritma geliştirilmiştir. Bu amaçla analiz edilecek olan tek boyutlu yapı için FDTD metodu yardımıyla diferansiyel formdaki Maxwell denklemleri doğrudan zaman domeninde ayrıklaştırılacaktır. Elde edilen elektrik ve manyetik alana ait ayrıklaştırılmış denklemler bilgisayar ortamında iteratif olarak çözdürülecek ve yapı içerisinde elektromanyetik dalgaların yayılmasına ait bilgiler elde edilecektir.

1.GİRİŞ

Elektromanyetik problemlerin çözümünde analitik yöntemler, sayısal yöntemler ve deney sonuçları kullanılmaktadır. Bilgisayar hızlarının ve hafızalarının yeterli olmadığı yıllarda, analitik yöntemlere ağırlık verilmiş ve bir çok problem incelenmiştir. Analitik çözüm elde etmenin mümkün olmadığı yapılar için ise deneysel yöntemler ve ölçümler tercih edilmiştir.1980'lerde bilgisayar teknolojilerindeki gelişmelere paralel olarak karmaşık yapıların analizinde sayısal yöntemler kullanılmaya başlanmıştır. 1990'lardan itibaren, doğru, verimli ve hızlı çözümler üretebilecek algoritmalar geliştirmeye yönelik çalışmalar yapılmaktadır.

Elektromanyetik problemlerin çözümünde kullanılan pek çok sayısal yöntem bulunmaktadır. Bu yöntemlerden bazıları problemi zaman domeninde, bazıları da frekans domeninde çözer. Her yöntem ancak belli koşullarda doğru sonuçlar verdiği için, bütün elektromanyetik problemlerin çözümünde kullanılabilir bir yöntem bulunmamaktadır.

Sayısal yöntemler aşağıdaki gibi sıralanabilir.

- ◆ Zaman Domeninde Sonlu Farklar (FDTD) Metodu
- ◆ İletim Hattı Matrisi (TLM) Metodu
- ◆ Sonlu Elemanlar (FE) Metodu
- ◆ İntegral Denklem (IE) Metodu
- ◆ Parabolik Denklem (PE) Metodu
- ◆ Moment (MoM) Metodu
- ◆ Spektral Domen (SDM) Metodu

Sayısal yöntemlerin ürettiği sonuçların doğruluğunu test etmek için deneysel sonuçlar ve diğer sayısal yöntem sonuçları kullanılmaktadır. Karmaşık elektromanyetik problemlerin çözümü için geliştirilen sayısal yöntemlerin doğru ve hızlı çözümler verebilmesi için çok hassas hesaplamalar gerekir. Bu durumda göz önünde tutulması gereken bir çok kriter vardır.

Bu kriterler, simülasyon süresi, bellek (RAM) ihtiyacı, işlemci (CPU) hızı, hafıza kapasitesi, modellemede kullanılan üst seviyeli programlama dillerinin ve sonuçları uygun formatta işleyebilecek gelişmiş grafik çizim programlarının seçimi olarak sıralanabilir. Bu nedenle kullanılan sayısal yöntemin ve problemin gerektirdiği tüm sistem ihtiyaçları iyi belirlenmeli ve bir optimizasyon yapılmalıdır.

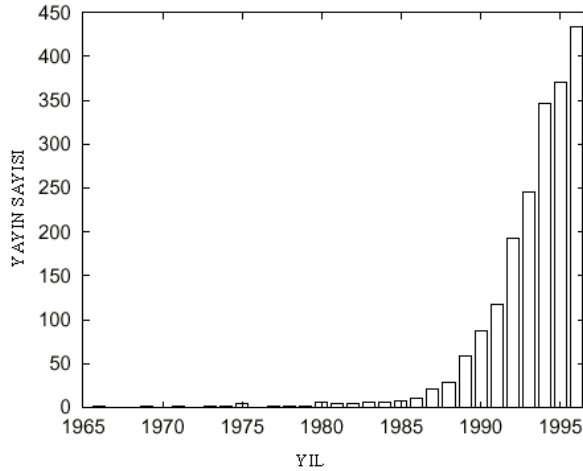
2. ZAMAN DOMENİNDE SONLU FARKLAR METODU (FDTD)

2.1. Giriş

Zaman Domeninde Sonlu Farklar (Finite Difference Time Domain) yöntemi, elektromanyetik problemlerin çözümünde kullanılan

en popüler sayısal yöntemlerden biridir. FDTD metodu 30 yılı aşkın bir süredir varolmasına rağmen, bilgisayarların hız ve kapasiteleri arttığı sürece metodun popülaritesi artmaya devam edecektir. Ayrıca metodun geliştirilmesine yönelik yayınların artması da metodun çekiciliğini artırmaktadır.

İlk defa 1966'da Yee [1] tarafından ortaya atılan FDTD metodu, Maxwell denklemlerinin diferansiyel formunu ayrıklaştırmaya yarayan sade ve şık bir yöntemdir. FDTD ile ilgili araştırma faaliyetlerinin çok fazla olmasından dolayı, FDTD literatürünün izlenmesi zor bir iştir. Gerçekten FDTD metodu ile ilgili yayınların sayısı Şekil 2.1'de görüldüğü gibi son 10 yılda yaklaşık eksponansiyel olarak artmıştır [7].



Şekil 2.1 : Yıllara göre Yayın Sayısı

2.2. FDTD Yöntemi

FDTD yöntemi, “ Zaman Domeninde Sonlu Farklar ” yöntemi olarak bilinir ve diferansiyel formdaki Maxwell denklemlerinin doğrudan zaman domeninde ayrıklaştırılıp çözülmesi esasına dayanır [1]. İlk defa 1966 yılında Kane Yee tarafından ortaya atılan bu yöntem, uzayın seçilen ayrık noktalarında üç elektrik alan ve üç manyetik alan bileşeninin hesaplanabilmesini sağlar.

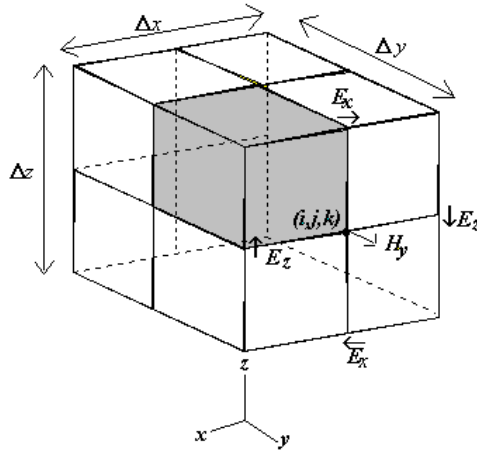
Karmaşık olmasına rağmen, Maxwell denklemlerinin anlaşılmasını sağlamak ve bilgisayarda işlemleri yürütmek için denklemlerin uygun bir forma dönüştürülmesi gerekir.

İzole edilmiş yüklerin ve akımların olmadığı bir uzay bölgesi ele alırsa Maxwell denklemleri şöyle yazılabilir.

$$\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = -\frac{1}{\mu} \cdot \vec{\nabla} \times \vec{E} \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \vec{\nabla} \times \vec{H} \quad (2.2)$$

Bu işlemlerin anlaşılması için, şekil 2.2'de görüldüğü gibi alanları uzayda sürekli olarak ele almaktansa ayırık olarak ele almak daha yararlıdır.



Şekil 2.2 : Yee Hücresi

Gerçek bir problemde malzeme, herbiri bir μ ve ϵ değerine sahip olan ve uygun bir şekilde boyutlandırılmış Yee hücrelerine bölünerek kolayca analiz edilebilir. Burada μ , birim hücredeki malzemenin manyetik geçirgenliğini, ϵ ise malzemenin dielektrik sabitini gösterir.

Alan elemanlarının hepsi için başlangıç değeri verilir. Daha sonra uygun bir cevap elde edilene kadar, alan denklemleri iteratif olarak hesaplanır. E değerleri $t = n \cdot \Delta t$ 'de ve H değerleri $t = (n + 1/2) \cdot \Delta t$ 'de güncelleştirilir. Ana döngü zaman döngüsüdür ve seçilen maksimum zaman adımı tamamlanıncaya kadar ana zaman döngüsü çalıştırılır.

Eğer zaman Δt uzunluğunda ayırık adımlara ayrılırsa, şimdiki zamanda hesaplanan alan değerleri, önceki değerlere göre artar veya azalır.

FDTD Formülasyonu

$$\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = -\frac{1}{\mu} \cdot \vec{\nabla} \times \vec{E} \qquad \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon} \cdot \vec{\nabla} \times \vec{H}$$

Maxwell denklemlerindeki E ve H alanlarına ait kısmi diferansiyel denklemlerdeki gerekli vektörel çarpımlar yapılırsa, Manyetik alan ;

$$\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = -\frac{1}{\mu} \cdot \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix} = \frac{1}{\mu} \cdot \begin{pmatrix} \frac{\partial E_y}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial y} \\ \frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z} \\ \frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x} \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

olur. Burada manyetik alanın 3 bileşeni vardır.

Elektrik alan ;

$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ H_x & H_y & H_z \end{vmatrix} = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \begin{pmatrix} \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} \\ \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} \\ \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

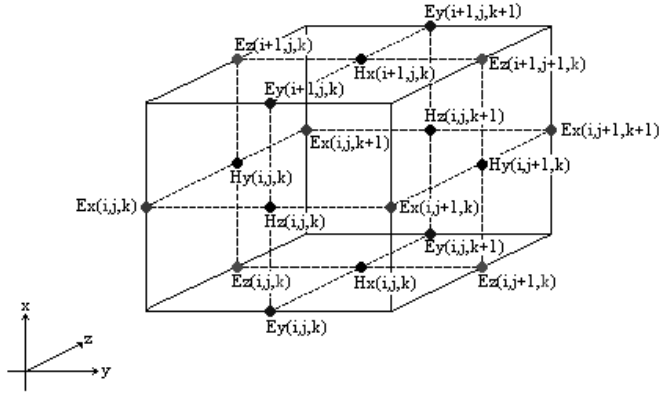
olur. Burada elektrik alanın 3 bileşeni vardır. Bunlar ;

$$\begin{aligned} \frac{\partial H_x}{\partial t} &= \frac{1}{\mu} \cdot \left(\frac{\partial E_y}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial y} \right) & \frac{\partial H_y}{\partial t} &= \frac{1}{\mu} \cdot \left(\frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z} \right) \\ \frac{\partial H_z}{\partial t} &= \frac{1}{\mu} \cdot \left(\frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x} \right) \\ \frac{\partial E_x}{\partial t} &= \frac{1}{\varepsilon} \cdot \left(\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} \right) & \frac{\partial E_y}{\partial t} &= \frac{1}{\varepsilon} \cdot \left(\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} \right) \\ \frac{\partial E_z}{\partial t} &= \frac{1}{\varepsilon} \cdot \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) \end{aligned}$$

şeklinde yazılabilir.

Böylece elektrik ve manyetik alana ait üçer bileşen elde edilmiş olur. Uzayın herhangi bir noktasındaki elektrik ve manyetik alan bileşenleri birbirlerine tamamen bağlıdır ve bu bağlılık ortamın manyetik geçirgenliği ve dielektrik sabitiyle de ilgilidir.

Elde edilen bu 6 adet denklem zamana bağlıdır. Bu denklemlerin bilgisayar ortamında çözülebilmesi için ayrıklaştırılması gerekir. FDTD yönteminde üç boyutlu problemlerde uzaydaki ayrıklaştırma, Yee tarafından önerilen Şekil 2.3'deki birim hücre kullanılarak gerçekleştirilir [1].



Şekil 2.3 : Birim Yee Hücresi

Bu amaçla Taylor serisinden faydalanılarak merkezi sonlu farklar açılımı yapılır. Burada $u(i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z) = u_{i,j,k}^n$ anlamına gelir.

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{u^n(i + \frac{1}{2}, j, k) - u^n(i - \frac{1}{2}, j, k)}{\Delta x} \quad (2.5)$$

konumda ayrıklaştırmayı sağlar.

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{u^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) - u^{n-\frac{1}{2}}(i, j, k)}{\Delta t} \quad (2.6)$$

ise zamanda ayrıklaştırmayı sağlar.

3 adet manyetik alan ve 3 adet elektrik alan denklemi üzerinde konum ve zamanda ayrıklaştırma yapıldıktan sonra düzenleme yapılırsa ;

Manyetik alan için

$$\begin{aligned}
& H_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) \\
& = H_x^{n-\frac{1}{2}}(i, j, k) + \frac{\Delta t}{\mu} \cdot \left[\frac{E_y^n(i, j, k + \frac{1}{2}) - E_y^n(i, j, k - \frac{1}{2})}{\Delta z} - \frac{E_z^n(i, j + \frac{1}{2}, k) - E_z^n(i, j - \frac{1}{2}, k)}{\Delta y} \right] \quad (2.7)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& H_y^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) \\
& = H_y^{n-\frac{1}{2}}(i, j, k) + \frac{\Delta t}{\mu} \cdot \left[\frac{E_z^n(i + \frac{1}{2}, j, k) - E_z^n(i - \frac{1}{2}, j, k)}{\Delta x} - \frac{E_x^n(i, j, k + \frac{1}{2}) - E_x^n(i, j, k - \frac{1}{2})}{\Delta z} \right] \quad (2.8)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& H_z^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) \\
& = H_z^{n-\frac{1}{2}}(i, j, k) + \frac{\Delta t}{\mu} \cdot \left[\frac{E_x^n(i, j + \frac{1}{2}, k) - E_x^n(i, j - \frac{1}{2}, k)}{\Delta y} - \frac{E_y^n(i + \frac{1}{2}, j, k) - E_y^n(i - \frac{1}{2}, j, k)}{\Delta x} \right] \quad (2.9)
\end{aligned}$$

ve Elektrik alan için

$$\begin{aligned}
& E_x^{n+1}(i, j, k) \\
& = E_x^n(i, j, k) + \frac{\Delta t}{\varepsilon} \cdot \left[\frac{H_z^{n+\frac{1}{2}}(i, j + \frac{1}{2}, k) - H_z^{n+\frac{1}{2}}(i, j - \frac{1}{2}, k)}{\Delta y} - \frac{H_y^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k + \frac{1}{2}) - H_y^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k - \frac{1}{2})}{\Delta z} \right] \quad (2.10)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& E_y^{n+1}(i, j, k) \\
& = E_y^n(i, j, k) + \frac{\Delta t}{\varepsilon} \cdot \left[\frac{H_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k + \frac{1}{2}) - H_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k - \frac{1}{2})}{\Delta z} - \frac{H_z^{n+\frac{1}{2}}(i + \frac{1}{2}, j, k) - H_z^{n+\frac{1}{2}}(i - \frac{1}{2}, j, k)}{\Delta x} \right] \quad (2.11)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& E_z^{n+1}(i, j, k) \\
& = E_z^n(i, j, k) + \frac{\Delta t}{\varepsilon} \cdot \left[\frac{H_y^{n+\frac{1}{2}}(i + \frac{1}{2}, j, k) - H_y^{n+\frac{1}{2}}(i - \frac{1}{2}, j, k)}{\Delta x} - \frac{H_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j + \frac{1}{2}, k) - H_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j - \frac{1}{2}, k)}{\Delta y} \right] \quad (2.12)
\end{aligned}$$

denklemleri bulunmuş olur.

2.4. Kararlılık Kriteri

FDTD yönteminde hesaplama zaman adımı olan Δt , rastgele seçilemez [1]. Δt değeri Δx , Δy ve Δz 'ye bağlı olarak seçilmelidir. Bunlar arasındaki bağıntı;

$$\Delta t \leq \frac{1}{c \sqrt{\left(\frac{1}{\Delta x}\right)^2 + \left(\frac{1}{\Delta y}\right)^2 + \left(\frac{1}{\Delta z}\right)^2}} \quad (2.13)$$

ile verilir ve buna Courant şartı denir [2].

FDTD çözümünün kararlı olabilmesi için, seçilen zaman adımında dalganın maksimum ilerlemesi hücrenin boyutunu aşmamalıdır. Diğer bir deyişle dalga hareketinin bir zaman adımında hücre içerisinde kalabilmesi için zaman adımı yeterince küçük seçilmelidir.

2.5. Izgaralama

FDTD yönteminde analiz edilecek olan yapı x, y ve z eksenleri boyunca binlerce küçük hücreye bölünür. Gerekli işlemlerden sonra, yapı içerisindeki elektromanyetik dalgaların ilerleyişi hakkında bilgiler elde edilir. Ancak elektrik ve manyetik alan değerlerinin fazla değişmediği yerlerde, yapının çok fazla hücreye bölünmesi işlem yükünü artırdığından dolayı gereksizdir. Bunun yerine alan değerlerinin hızlı değişim gösterdiği bölgelerde, köşelerde ve uç bölgelerde yapının daha fazla hücreye bölünmesiyle daha doğru ve verimli sonuçlar elde edilmektedir.

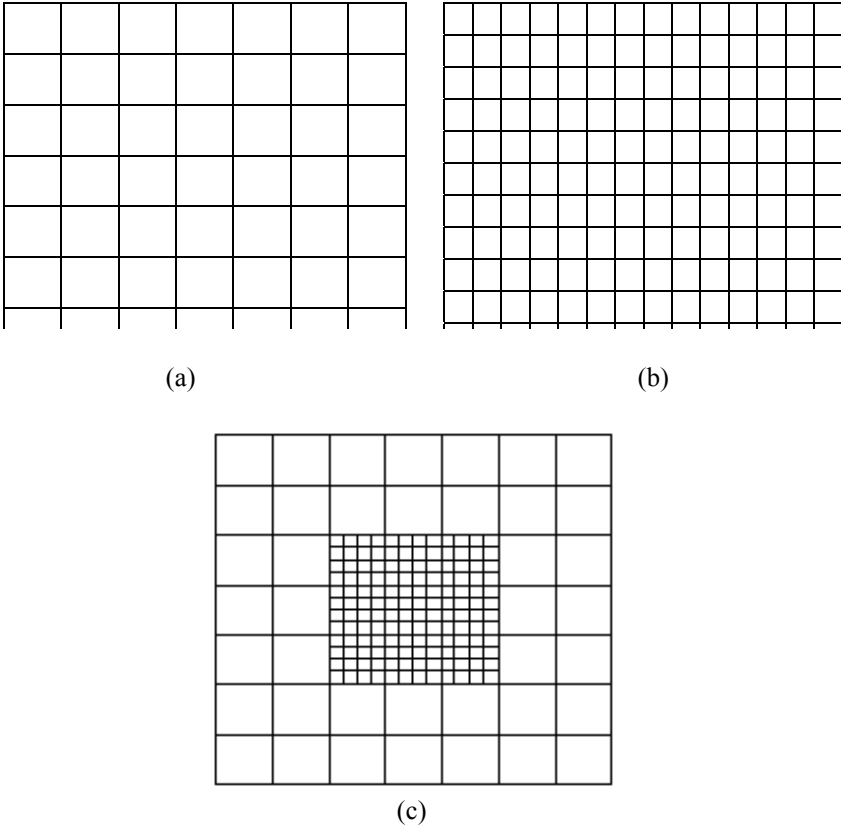
Izgaralama teknikleri aşağıdaki gibi sıralanabilir.

- Tamamen büyük izgaralama (Coarse Gridding)
- Tamamen küçük izgaralama (Fine Gridding)
- Alt izgaralama (Sub Gridding)

2.6. Gauss Fonksiyonu

FDTD metodu ile bir yapının geniş frekans bandında davranışını incelemek için kaynak olarak Gauss darbesi kullanılır.

Gauss darbesinin matematiksel ifadesi aşağıdaki gibidir.



Şekil 2.4 : (a) Tamamen büyük ızgaralama, (b) Tamamen küçük ızgaralama, (c) Alt ızgaralama

$$f(t) = e^{-\frac{(t-t_0)^2}{T^2}} \quad (2.14)$$

Gauss fonksiyonunun Fourier dönüşümü de Gauss fonksiyonudur. Zaman - bant genişliği çarpımı sabit olduğundan, zamanda daralan Gauss darbesinin frekans bandı genişler.

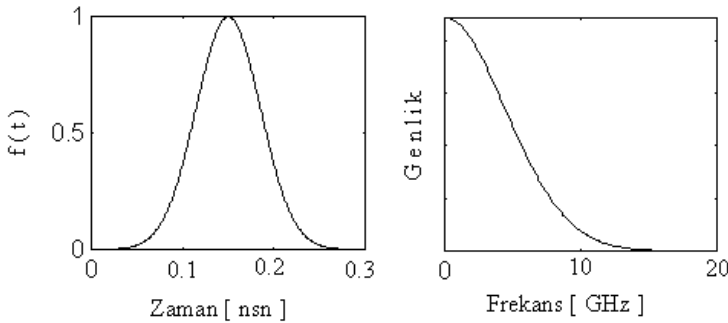
$$F(w) = T \cdot \sqrt{\pi} \cdot e^{-\frac{T^2 \cdot w^2}{4}} \quad (2.15)$$

Bant genişliği, frekans domeninde darbe genliğinin maksimum değerinin %5'ine düştüğü frekans aralığı olarak tanımlanır [6]. (2.15) bağıntısına göre Gauss darbesinin bant genişliği darbe süresine bağlıdır. Bundan yararlanarak, analiz edilecek en yüksek frekans için uygun darbe süresi seçilir.

Darbe süresi ile en yüksek frekans bileşeni arasındaki bağıntı yaklaşık olarak aşağıdaki gibi yazılabilir [4].

$$f_{\max} = \frac{0.66}{T} \quad (2.16)$$

Şekil 2.5 'de parametreleri $T = 50$ psn. ve $t_0 = 3T$ olan Gauss darbesinin zaman ve frekans davranışları görülmektedir. (2.16)'ya göre en yüksek frekans bileşeni $f = 13.2$ GHz. olarak hesaplanır.



Şekil 2.5 : Gauss Darbesi ve Fourier Dönüşümü

Gauss darbesi alçak frekansları da (DC bileşen) içeren frekans bandına sahiptir. Bu nedenle çok alçak frekanslardan istenen en yüksek frekanslara kadar analizlerde Gauss darbesi kullanmak elverişlidir.

3. FDTD METODU İLE TEK BOYUTLU SİMÜLASYON

FDTD yöntemi ile tek boyutlu yapıların simülasyonu yapılarak hücre yapısının daha kolay anlaşılması ve zaman domeninde darbe iletiminin kolayca görülmesi sağlanır. Ayrıca iteratif denklemler, kararlılık kriteri, sayısal dispersiyon gibi kavramların daha iyi anlaşılması için tek boyutlu yapıların incelenmesi gerekir.

3.1. Serbest Uzayda Dalga Yayılımı

Boş uzayda, Maxwell'in rotasyonel denklemleri şöyledir.

$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon_0} \cdot \vec{\nabla} \times \vec{H} \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = -\frac{1}{\mu_0} \cdot \vec{\nabla} \times \vec{E} \quad (3.2)$$

\vec{E} ve \vec{H} üç boyutlu vektörler olduğundan, (3.1) ve (3.2) denklemlerinin herbiri 3 denklemi temsil eder. Burada sadece E_x ve H_y alanları kullanılarak basit bir tek boyutlu durum incelenecektir. (3.1) ve (3.2) denklemlerindeki rotasyonel işlemleri yapırsa aşağıdaki denklemler elde edilir.

$$\frac{\partial E_x}{\partial t} = -\frac{1}{\epsilon_0} \cdot \frac{\partial H_y}{\partial z} \quad (3.3)$$

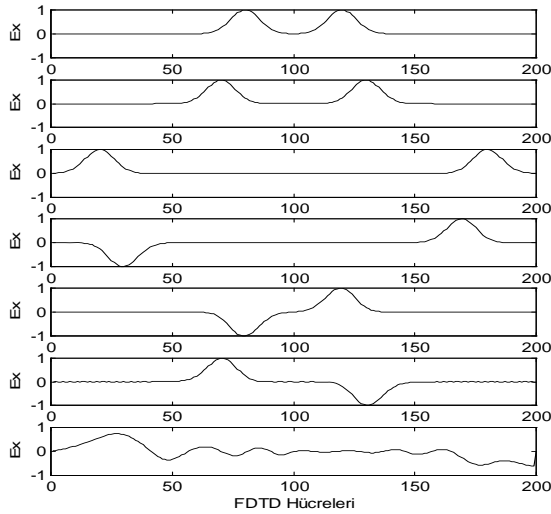
$$\frac{\partial H_y}{\partial t} = -\frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{\partial E_x}{\partial z} \quad (3.4)$$

Bu denklemler elektrik alanı x yönünde, manyetik alanı y yönünde olan ve z yönünde ilerleyen bir düzlemsel dalgaya aittir. Zamana ve konuma göre türevler için merkezi farklar yaklaşımı kullanılırsa aşağıdaki denklemler elde edilir.

$$E_x^{n+\frac{1}{2}}(k) = E_x^{n-\frac{1}{2}}(k) - \frac{\Delta t}{\epsilon_0 \cdot \Delta x} \cdot \left[H_y^n(k + \frac{1}{2}) - H_y^n(k - \frac{1}{2}) \right] \quad (3.5)$$

$$H_y^{n+1}(k + \frac{1}{2}) = H_y^n(k + \frac{1}{2}) - \frac{\Delta t}{\mu_0 \cdot \Delta x} \cdot \left[E_x^{n+\frac{1}{2}}(k+1) - E_x^{n+\frac{1}{2}}(k) \right] \quad (3.6)$$

Tek boyutlu FDTD simülasyonu için gerekli bağıntılar elde edildikten sonra, bilgisayarda çözülmesi gereken denklemler için bir C++ programı yazılmış ve çeşitli zaman adımlarında Gauss darbesinin nasıl ilerlediği hakkında bilgi edinilmiştir. Problem uzayının uç noktalarında herhangi bir sınır şartı kullanılmadığı için problem uzayının içine geri yansımalar olmaktadır. Şekil 3.1'den görüldüğü gibi 15.000 zaman adımı sonunda bile problem uzayı içinde darbe yayılımı devam etmektedir.

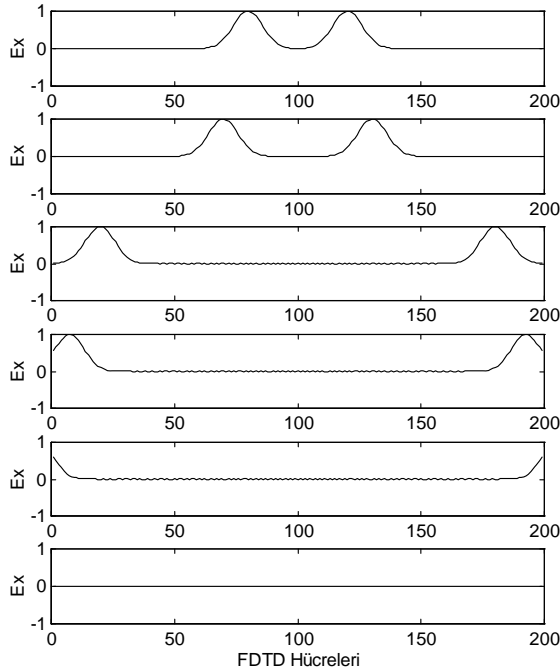


Şekil 3.1 : Sınır şartları yokken T= 80 , 100 , 200 , 300 , 400 , 500 ve 15000 zaman adımı sonunda Gauss darbesinin durumu

3.2. Tek Boyutta Sınır Şartları

ABC sınır şartları, ilerleyen E ve H alanlarının problem uzayı içine geri yansımalarını önlemek için kullanılır. Normalde E alanının hesaplanmasında, E alanı çevresindeki H alanlarına ihtiyaç duyulur. Bu, FDTD metodunun temel yaklaşımıdır. Ancak problem uzayının uç noktalarında, bir taraftaki alan değerleri bilinmemektedir. Bununla birlikte problem uzayı dışında kaynak olmadığı bilinmektedir. Bu nedenle dalgalar uç noktalardan dışarıya doğru yayılmalıdır. Bu durumda uç noktalardaki değerlerin tahmin edilmesi gerekecektir.

Sınır şartları kullanıldığı durumda, Gauss darbesinin problem uzayının sonundan geri yansımadan ilerlediği görülmektedir. (Şekil 3.2)



Şekil 3.2 : Sınır şartları varken $T = 80, 100, 200, 225$ ve 250 zaman adımı sonunda Gauss darbesinin durumu

3.3. Dielektrik Ortamda Dalga Yayılımı

Dielektrik sabite sahip olan bir ortamın simüle edilebilmesi için Maxwell denklemlerine ϵ_r katsayısını eklemek yeterlidir. Bu durumda Maxwell denklemleri aşağıdaki hali alır.

$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r} \cdot \vec{\nabla} \times \vec{H} \quad (3.7)$$

$$\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = -\frac{1}{\mu_0} \cdot \vec{\nabla} \times \vec{E} \quad (3.8)$$

Sonlu farklar açılımı kullanılarak

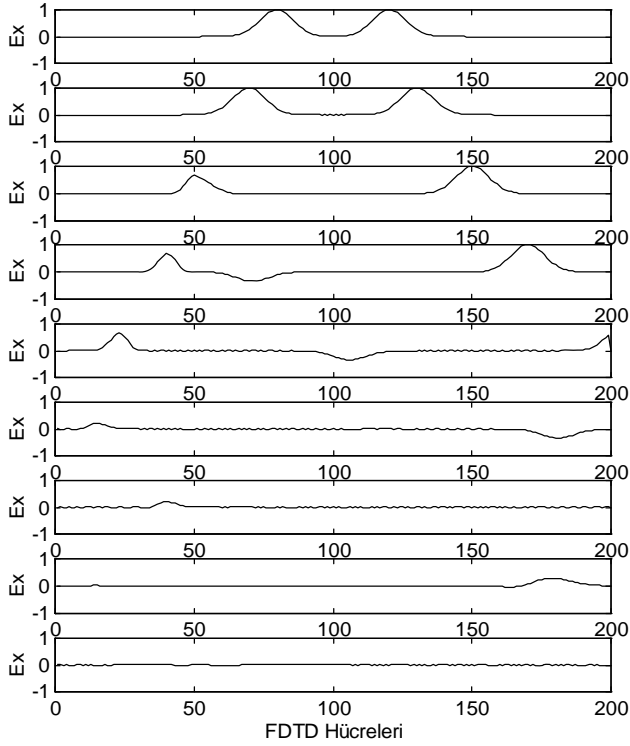
$$E_x^{n+\frac{1}{2}}(k) = E_x^{n-\frac{1}{2}}(k) - \frac{\Delta t}{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \Delta x} \cdot \left[H_y^n(k + \frac{1}{2}) - H_y^n(k - \frac{1}{2}) \right] \quad (3.9)$$

$$H_y^{n+1}(k + \frac{1}{2}) = H_y^n(k + \frac{1}{2}) - \frac{\Delta t}{\mu_0 \cdot \Delta x} \cdot \left[E_x^{n+\frac{1}{2}}(k+1) - E_x^{n+\frac{1}{2}}(k) \right] \quad (3.10)$$

elde edilir. Yapının bir kısmı dielektrik sabiti boşluğunkinden farklı olan bir malzeme ile kaplı iken Gauss darbesinin ilerleyişi tamamen değişir. Gauss darbesi iki farklı ortamın birleşme bölgesinden geçerken, darbenin bir kısmı geri yansır. Bir kısmı ise yavaşlayarak malzeme içerisinde ilerler. Bu durum şekil 3.3'den görülmektedir.

4. FDTD METODUNUN UYGULAMA ALANLARI

Günümüzde FDTD yöntemi, çok farklı elektromanyetik problemlerin çözümü için kullanılmaktadır. Bu alanlardaki çalışmalar şöyle sıralanabilir.



Şekil 3.3 : 1 - 50 nolu hücreler arasında Dielektrik sabiti 4 olan bir malzeme varken $T = 80, 100, 140, 180, 250, 400$ ve 500 zaman adımı sonunda Gauss darbesinin durumu

- ◆ Mikrostrip hatların analizi
- ◆ Dalga kılavuzlarındaki yayılımın modellenmesi
- Anten sistemlerinin modellenmesi
- ◆ Radar saçılma yüzeyi (RSY) modelleme
- ◆ Biyolojik dokularda elektromanyetik yutulma hesapları
- ◆ Mikrodalga yapıların analizi
- ◆ Elektromanyetik uyumluluk ve girişim (EMC/EMI) modelleme

5. SONUÇ

Bu çalışmada tek boyutlu yapılarda elektromanyetik dalgaların yayılmasını modellemek amacıyla FDTD metodu kullanılarak bir algoritma gerçekleştirilmiştir. Bu algoritma sayesinde elektromanyetik dalgaların ilerleyişi hakkında bilgi elde edilebilmektedir.

Tek boyutlu yapıların analiz edilmesi için yapılan işlemler genişletilerek 2 boyutlu yapılara da uygulanabilir. Bu durumda 2 boyutlu pek çok elektromanyetik problemin çözümü yapılabilecek ve 3 boyutlu simülasyonun temeli atılmış olacaktır.

KAYNAKLAR

- [1] Yee, K.S., 1966, Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations., IEEE Trans. Antennas and Propagat., vol. AP-14, no.3, pp. 302-307
- [2] Taflove, A., 1995, Computational Electrodynamics the Finite-Difference Time-Domain Method, Boston.
- [3] Sadiku, N.O., 1992, Numerical Techniques in Electromagnetics, USA
- [4] Krisnaiah, K.M., 1997, Novel Stable Subgridding Algorithm in Finite Difference Time Domain Method, Phd. Thesis, University of Bristol.
- [5] Paul, D., Daniel, E., Railton, C., 1991, Fast finite difference time domain method for the analysis of planar microstrip circuits, European microwave Conf., 303-308.
- [6] Sevgi, L., 1999, Elektromanyetik Problemler ve Sayısal Yöntemler, İstanbul.
- [7] Shlager, L., Schneider, J., 1999, A survey of the finite-difference time-domain literature, 1-26.
- [8] Sheen, D., Ali, M., 1990, Application of the three-dimensional finite difference time-domain method to the analysis of planar microstrip circuits, IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques, vol.38, no.7, 849-857.
- [9] Zivanovic, S., Yee, K.S., Mei, K., 1991, A subgridding method for the time domain finite difference method to solve

Maxwell's equations, IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques, vol. 39, 471-479.