

## FDTD VE TLM METOTLARI İLE DALGA KİLAVUZU ANALİZİ ÜZERİNE YENİ BİR YAKLAŞIM

Yavuz EROL, Fırat Üni. Elek-Elektronik Müh. Böl., 23119-Elazığ, yerol@firat.edu.tr  
Ayhan AKBAL, Fırat Üni. Elek-Elektronik Müh. Böl., 23119-Elazığ, ayhanakbal@gmail.com  
Hasan H. BALIK, Fırat Üni. Elek-Elektronik Müh. Böl., 23119-Elazığ, hasanbalik@gmail.com

### Özet

Bu yayında zaman domeninde sonlu farklar (FDTD) yöntemi ile iletim hattı matrisi (TLM) yöntemi kullanılarak dikdörtgen kesitli dalga kılavuzunun frekans analizi gerçekleştirilmiştir. TM ve TE modu için ayrı ayrı yapılan simülasyonlar ile kılavuzun zaman cevabı elde edilmiş ardından hızlı Fourier dönüşümü (FFT) kullanılarak kılavuzun frekans cevabı ortaya çıkarılmıştır. Frekans cevabı üzerinde görülen her bir rezonansın, dalga kılavuzunun mod kesim frekanslarına denk geldiği ve simülasyon sonuçlarının analitik sonuçlar ile uyum içerisinde olduğu gösterilmiştir.

**Anahtar Kelimeler:** FDTD, TLM, dikdörtgen kesitli dalga kılavuzu, mod kesim frekansı

## A NEW APPROACH TO WAVEGUIDE ANALYSIS BY FDTD AND TLM METHODS

### Abstract

In this study, the frequency analysis of rectangular waveguides by using FDTD and TLM methods has been implemented. Firstly, time domain response of the waveguide has been found by developed simulations for TM and TE modes respectively. Then by using Fast Fourier Transform (FFT), the frequency response has been gained. Every resonance seen on the frequency response are equal to mode cut-off frequency. It has been shown that the simulation results found from each method are in good agreement with analytical results.

**Keywords:** FDTD, TLM, rectangular waveguide, mode cut-off frequency

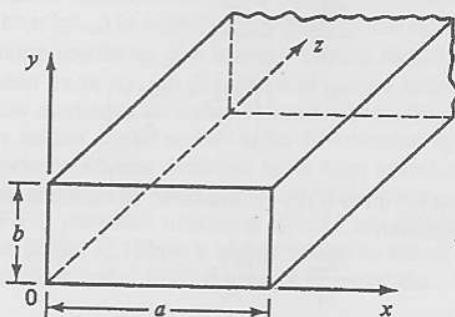
### 1. Giriş

Günümüzde elektromanyetik problemlerin çözümünde analitik, sayısal veya deneysel yöntemler kullanılmaktadır. Bilgisayar hızlarının ve hafızalarının yeterli olmadığı yıllarda daha çok analitik yöntemler kullanılarak pek çok problem incelenmiştir. Analitik çözüm elde etmenin mümkün olmadığı durumlarda ise deneysel yöntemler ve ölçümler tercih edilmiştir. 1980'lerde bilgisayar teknolojisi içindeki gelişmelere paralel olarak karmaşık elektromanyetik problemlerin çözümünde sayısal yöntemlerin kullanımı ön plana çıkmıştır. 1990'lardan itibaren sayısal yöntemlerin doğru, verimli ve hızlı çözümler üretilmesi için algoritmalar geliştirilmektedir [1]. Elektromanyetik problemlerin çözümünde kullanılan sayısal yöntemlerden bazıları problemi zaman domeninde bazıları da frekans domeninde çözer [2, 3, 4, 5, 6]. FDTD ve TLM yöntemleri zaman domeninde çözüm üretmelerine rağmen, Fourier dönüşümü alınarak frekans domenini çözümü de kolayca elde edilebilmektedir [7]. Literatürde, bu iki yöntemin doğruluklarını karşılaştırmak amacıyla pek çok çalışma bulunmaktadır [8, 9, 10]. Bu yayında FDTD ve TLM yöntemleri kullanılarak dikdörtgen kesitli dalga kılavuzunun 2 boyutlu modellemesi yapılmış ve sonuçlar hem birbirleri ile hem de analitik sonuçlarla karşılaştırılmıştır.

### 2. Dikdörtgen Kesitli Dalga Kılavuzu

Dikdörtgen kesitli dalga kılavuzları mikrodalga bandındaki sinyalleri iletmek için kullanılan iletim hatlarıdır. 1GHz'den 220GHz'in üzerine kadar pek çok uygulamada yaygın olarak kullanılmaktadır [11]. Elektromanyetik dalgaların kılavuz içinde ilerleyebilmesi için mod frekansının kritik kesim frekansı  $f_c$ 'den büyük olması gereklidir. Mod frekansı kesim frekansından daha düşük ise dalgalar kılavuz ekseni doğrultusunda hızla zayıflamaya uğrar ve enerji transferi gerçekleşmez. Dalga kılavuzlarında  $f_c$  kesim frekansından daha yüksek frekanslı elektromanyetik dalgalar iki farklı moda sahip olabilir. Bunlar enine elektrik (TE) ve enine manyetik (TM) modlarıdır. Kılavuzda, her biri farklı mod kesim frekansına sahip sonsuz sayıda mod bulunur. Ancak mod kesim frekansının altında yüksek dereceli modlar oluşmaz. Kılavuzun fiziksel boyutları ier bir modun kesim frekansını belirler [12].

Şekil 1'de kesit ölçülerı  $a$  ve  $b$  olan dalga kılavuzu görülmektedir. Kılavuzun içi boş olabileceği gibi, dielektrik sabiti boşluğunundan farklı bir malzeme ile kaplı da olabilir.



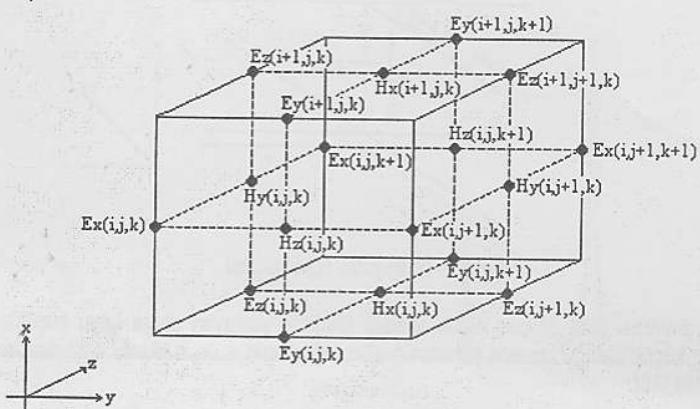
**Şekil 1:** Dikdörtgen kesitli dalga kılavuzu

Mod kesim frekansı analitik olarak (1)'de verilen formülle hesaplanır [12]. Burada,  $m$  ve  $n$  mod derecelerini göstermektedir.

$$f_{c,mn} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\mu\varepsilon}} \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2} \quad (1)$$

### 3. FDTD Yöntemi

1966 yılında Kane Yee [13] tarafından ortaya atılan FDTD (Finite Difference Time Domain) yöntemi, elektromanyetik problemlerin çözümünde kullanılan en popüler sayısal yöntemlerden biridir. FDTD yöntemi Maxwell denklemlerine ait zamana bağlı rotasyonel denklemlerini merkezi sonlu farklar açılımı kullanarak ayıralaştırmış, doğrudan zaman domenini çözümü elde etmeyi sağlar. FDTD yöntemi ile elektromanyetik dalga yayılışının zaman ve konum domeninde simülasyonu yapılmırken, modellenen yapı şekilde 2'de görüldüğü gibi x, y, z eksenleri boyunca boyutları  $(\Delta x) \times (\Delta y) \times (\Delta z)$  olan  $N_x \times N_y \times N_z$  adet birim hücreye bölünür. Toplam hücre sayısı ele alınan probleme bağlı olup binlerce veya milyonlarca olabilir. Ayırılaştırmış FDTD denklemlerinde her bir hücrenin  $\epsilon$ ,  $\mu$ ,  $\sigma$  parametreleri belirlendikten sonra bütün hücrelerde elektrik alan ve manyetik alanın üçer bileşeni iteratif olarak hesaplanır.



Sekil 2: FDTD hücresi

2 boyutlu FDTD simülasyonu için z yönünde değişim olmadığı kabul edilir. Diğer bir değişle  $\delta/\delta z$  sıfır alınır [7]. Bu durumda homojen ve kayıplı olmayan ortam için ( $\sigma=0$ ) TM modu denklemleri (2), (3) ve (4)'de görüldüğü gibi elde edilir. FDTD simülasyonu süresince  $H_x$ ,  $H_y$  ve  $E_z$  alan bileşenleri iteratif olarak hesaplanır.

## 5. İki Boyutlu SI

Dikdörtgen bölgeye kara olmamak için en gereğince zaman eksenleri boyunca süresi maksimum noktaya uygulanır. Simülasyon süre edilir. Dalga kılavuzları yayılım boyutlu analizi kullanılmaktadır.

5.1. TM  
TM modulları  $\Delta x = 0.9$   
simülasyonu için  
bileşenleri iteratif  
noktasından  $E_z$   
Fourier dönüşüm  
kılavuzda iletiler  
kılavuzunun modu

Genlik

$$\frac{\partial H_x}{\partial t} = -\frac{1}{\mu} \frac{\partial E_z}{\partial y} \quad (2)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \frac{\partial E_z}{\partial x} \quad (3)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon} \left( \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) \quad (4)$$

TE modu denklemleri ise (5), (6) ve (7)'de görülmektedir. TE modunda simülasyon boyunca  $E_x$ ,  $E_y$  ve  $H_z$  alan bileşenleri iteratif olarak hesaplanır.

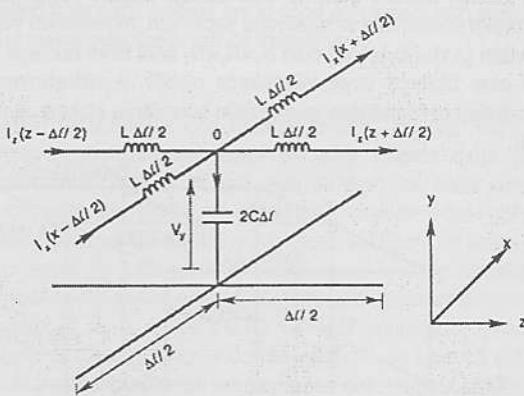
$$\frac{\partial E_x}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon} \frac{\partial H_z}{\partial y} \quad (5)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial t} = -\frac{1}{\epsilon} \frac{\partial H_z}{\partial x} \quad (6)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left( \frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x} \right) \quad (7)$$

### 4. TLM Yöntemi

TLM (Transmission Line Matrix) yöntemi, P.B.Johns tarafından 1970 yılında geliştirilmiştir [14]. Bu yöntem alan teorisinin devre teorisine dayanır. TLM yönteminde, yapı birim hücrelere bölünür ve her hücrede bağımsız değişken olarak akım ve gerilim değerleri hesaplanır. Kirchoff'un gerilim ve akım yasasına göre hücrenin giriş gerilimi ile çıkış gerilimi arasında ilişki kurulur. Her hücrede zaman domeninde dalga iletimi giden ve yansıyan gerilimlerle temsil edilir [15].



Şekil 3: İki boyutlu TLM hücresi

Yüzey parametresi olan  $\Delta l$  çok küçük alındığı takdirde yansıyan dalga boyu küçülür. Her bir yüzey elementinin sonsuz küçük olduğu hesaba katılırsa gerilim ve akımın x ve z eksenleri boyunca değişimi denklem (8)'deki gibi elde edilir [16].

$$\frac{\partial^2 V_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V_y}{\partial z^2} = 2LC \frac{\partial^2 V_y}{\partial t^2} \quad (8)$$

2 boyutlu TLM simülasyonu için Maxwell denklemlerinde  $\delta/\delta y=0$  alınırsa denklem (9) elde edilir.

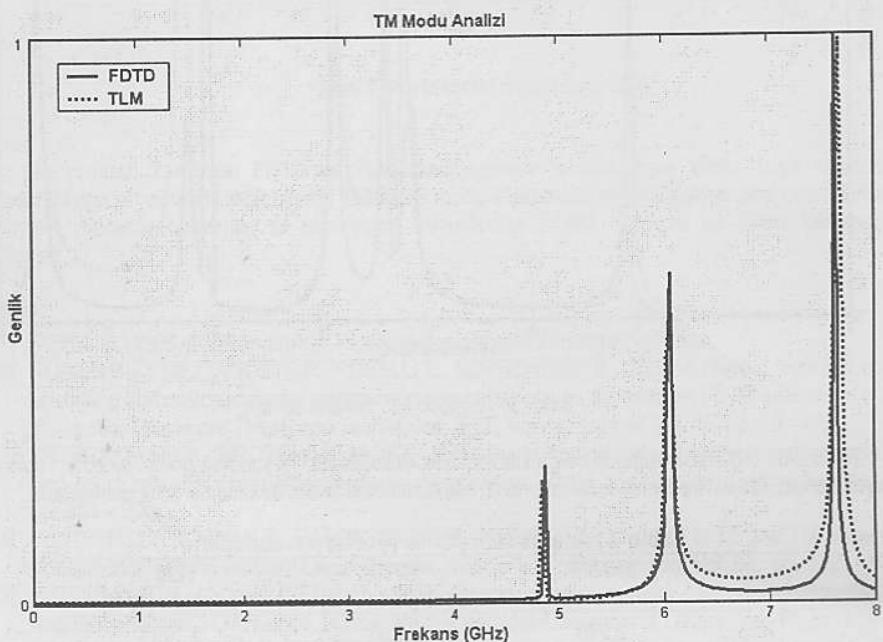
$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} = \mu\epsilon \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} \quad (9)$$

## 5. İki Boyutlu Simülasyon

- (2) Dikdörtgen kesitli dalga kılavuzunun mod kesim frekanslarını bulmak için önce hangi modun analiz edileceğine karar verilir. Daha sonra incelenenek en yüksek frekans ( $f_{max}$ ) belirlenir. Sayısal dispersiyona neden olmamak için en küçük dalga boyu ( $c/f_{max}$ ) ile hücre boyutu arasındaki oran uygun şekilde seçilir. Kararlılık kriteri gereğince zaman adımı ( $\Delta t$ ) hücre boyutlarına göre belirlenir. Böylece dikdörtgen kesitli dalga kılavuzu x ve y eksenleri boyunca hücre boyutları  $\Delta x$  ve  $\Delta y$  olan  $(N_x \times N_y)$  adet hücreye bölünmüştür. Kaynak olarak, darbe süresi maksimum frekansa göre ayarlanmış bir Gauss darbesi kullanılır. Gauss darbesi kılavuz içerisinde bir noktaya uygulanır ve gözlem noktası olarak seçilen başka bir noktada ilgilenilen alan bileşeni değerleri simülasyon süresi boyunca kaydedilir. Böylece dikdörtgen kesitli dalga kılavuzunun zaman domeni cevabı elde edilir. Dalga kılavuzunun frekans cevabını elde etmek için zaman domeni cevabının Fourier dönüşümü alınır.
- (3) Bu yayında TLM ve FDTD yöntemleri kullanılarak WR-284 adlı dikdörtgen kesitli dalga kılavuzunun 2 boyutlu analizi yapılmıştır. Kesit ölçülerini  $72.136\text{mm} \times 34.036\text{mm}$  olan bu kılavuz S bandında (2.6GHz-3.95GHz) kullanılmakta olup kılavuzun dominant modu 2.079GHz frekanslı  $TE_{10}$  modudur.

### 5.1. TM Modu Analizi

(6) TM modu analizinde kaynak olarak darbe genişliği 165 ps olan Gauss darbesi kullanılmıştır. Hücre boyutları  $\Delta x=0.9017\text{ mm}$  ve  $\Delta y=0.8509\text{ mm}$  olacak şekilde kılavuz kesiti  $80 \times 40$  adet hücreye bölünmüştür. FDTD boyutları  $\Delta x=0.9017\text{ mm}$  ve  $\Delta y=0.8509\text{ mm}$  olacak şekilde kılavuz kesiti  $80 \times 40$  adet hücreye bölünmüştür. FDTD simülasyonu için  $\Delta t=1.502\text{ ps}$ , TLM için  $\Delta t=2.191\text{ ps}$  seçilmiştir. 10000 $\Delta t$  süresince her zaman adımda alan bileşenleri iteratif olarak hesaplanmıştır. Simülasyon sırasında Gauss darbesi  $E_z$  bileşenine eklenmiş ve gözlem noktasından  $E_z$  bileşeninin değişimi simülasyon süresince gözlenmiştir. Simülasyon sonunda zaman cevabının Fourier dönüşümü alınarak dalga kılavuzunun frekans cevabı ortaya çıkarılmıştır. Şekil 4'de 0-8GHz aralığında kılavuzda iletilebilecek en düşük frekanslı 3 adet mod görülmektedir. Frekans cevabında görülen her bir pik, dalga kılavuzunun mod kesim frekanslarını göstermektedir.



Şekil 4: TM modu için frekans cevabı

(8) Tablo 1'de TM modu için analitik sonuçlar ile simülasyon sonuçları karşılaştırılmıştır. Sonuçlardan görüldüğü gibi her iki yöntemle elde edilen sonuçlar uyum içerisindeındır.

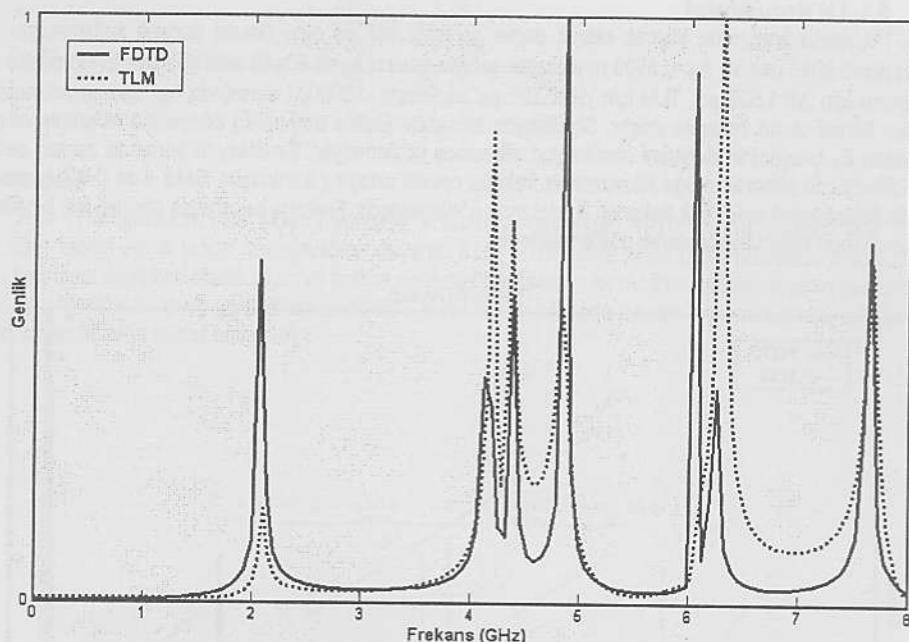
(9)

Tablo 1: Analitik sonuçlar ile simülasyon sonuçları

| Modlar           | Analitik<br>Sonuçları (GHz) | FDTD<br>Sonuçları (GHz) | TLM<br>Sonuçları (GHz) |
|------------------|-----------------------------|-------------------------|------------------------|
| TM <sub>11</sub> | 4.873                       | 4.869                   | 4.841                  |
| TM <sub>21</sub> | 6.059                       | 6.054                   | 6.070                  |
| TM <sub>31</sub> | 7.637                       | 7.625                   | 7.672                  |

### 5.2. TE Modu Analizi

TE modu analizi için darbe genişliği 110 ps olan Gauss darbesi kullanılmıştır. Hücre boyutları, zaman adımı ve simülasyon süresi TM modu simülasyonu ile aynıdır. Simülasyon sırasında Gauss darbesi H<sub>z</sub> bileşenine eklenmiş ve gözlem noktasından H<sub>z</sub> bileşeninin değişimi simülasyon süresince gözlenmiştir. Şekil 5'de TE modu için frekans cevabı görülmektedir. Şekilden görüldüğü gibi FDTD ve TLM yöntemleriyle elde edilen sonuçlar birbirine çok yakındır.



Şekil 5: TE modu için frekans cevabı

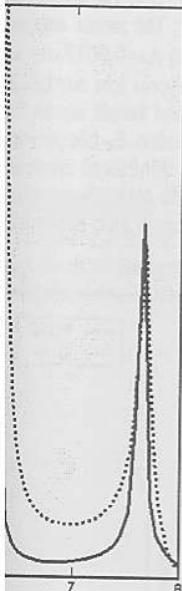
Tablo 2'de 0-8GHz aralığında dalga kılavuzunda iletilebilecek TE modları görülmektedir. Tablo'ya göre simülasyon sonucunda elde edilen her bir rezonans, kılavuzun mod kesim frekansına denk gelmektedir.

Tablo 2 : Analitik sonuçlar ile simülasyon sonuçları

| Modlar           | Analitik<br>Sonuçları (GHz) | FDTD<br>Sonuçları (GHz) | TLM<br>Sonuçları (GHz) |
|------------------|-----------------------------|-------------------------|------------------------|
| TE <sub>10</sub> | 2.079                       | 2.060                   | 2.100                  |
| TE <sub>20</sub> | 4.158                       | 4.136                   | 4.196                  |
| TE <sub>01</sub> | 4.407                       | 4.387                   | 4.377                  |
| TE <sub>11</sub> | 4.873                       | 4.861                   | 4.841                  |
| TE <sub>21</sub> | 6.059                       | 6.050                   | 6.030                  |
| TE <sub>30</sub> | 6.238                       | 6.251                   | 6.302                  |
| TE <sub>31</sub> | 7.637                       | 7.652                   | 7.672                  |

|                    |
|--------------------|
| TLM<br>çları (GHz) |
| 4.841              |
| 6.070              |
| 7.672              |

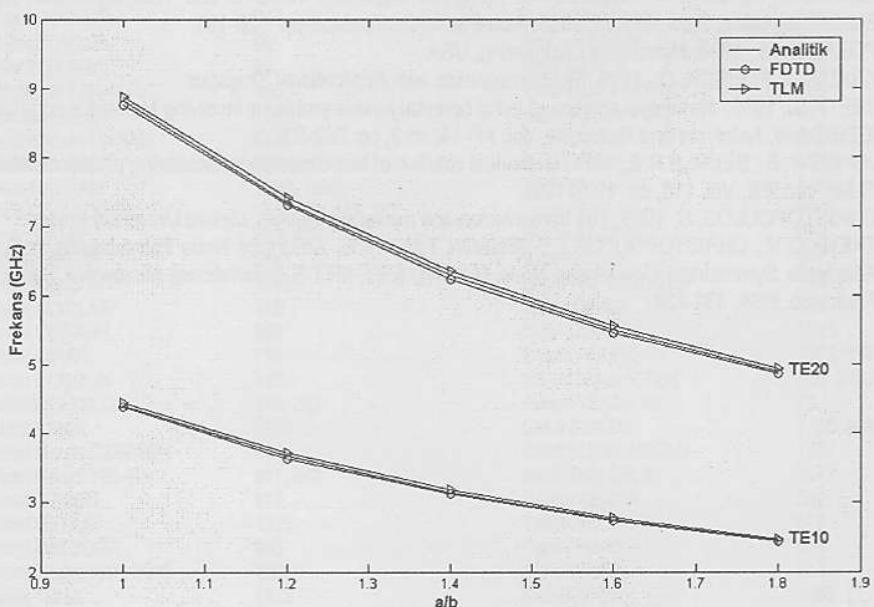
ştr. Hücre boyutları, zaman Gauss darbesi  $H_z$  bileşenine enmiştir. Şekil 5'de TE modu türleriyle elde edilen sonuçlar



örülmektedir. Tablo'ya göre denk gelmektedir.

|                     |
|---------------------|
| L<br>M<br>arı (GHz) |
| 100                 |
| 196                 |
| 377                 |
| 341                 |
| 330                 |
| 302                 |
| 572                 |

Şekil 6'da, dikdörtgen kesitli dalga kılavuzunda  $a/b$  oranının değişimine karşılık kılavuzun mod kesim frekanslarının değişimi gösterilmiştir.  $TE_{10}$  ve  $TE_{20}$  modlarına ait kesim frekanslarının her iki yöntemle doğru olarak hesaplandığı görülmektedir.



Şekil 6:  $a/b$  oranının değişiminin etkisi

## 6. Sonuç

Bu ayında 2 boyutlu FDTD ve TLM simülasyonları ile dikdörtgen kesitli dalga kılavuzu analizi yapılmıştır. Dalga kılavuzunda iletilebilecek TM ve TE modlu elektromanyetik dalgaların mod kesim frekansları iki ayrı sayısal yöntemle bulunmuş ve simülasyon sonuçlarının analitik sonuçlar ile uyum içerisinde olduğu gösterilmiştir.

## Kaynaklar

- [1] SEVGİ, L., 1999. Elektromanyetik Problemler ve Sayısal Yöntemler, İstanbul.
- [2] ALIMENTI F., MEZZANOTTE P., ROSELLI L., SORRENTINO R., 2000. A revised formulation of modal absorbing and matched modal source boundary conditions for the efficient FDTD analysis of waveguide structures, *Microwave Theory and Techniques, IEEE Transactions on* Vol. 48, pp. 50 – 59.
- [3] KRECZKOWSKI A., MROZOWSKI M., 2004. Efficient multimode mixed time-frequency domain analysis and optimization of waveguide structures, *Microwaves, Radar and Wireless Communications*, Vol. 3, pp. 803 – 806.
- [4] WINTON S.C., KOSMAS P., RAPPAPORT C.M., 2005. FDTD simulation of TE and TM plane waves at nonzero incidence in arbitrary Layered media, *Antennas and Propagation*, Vol. 53, pp. 1721 – 1728.
- [5] HESSELBARTH J., VAHLDIECK R., 2003. Resonance frequencies calculated efficiently with the frequency-domain TLM method, *Microwave and Wireless Components Letters*, Vol. 13, pp. 190 – 192.
- [6] ESHRAH I.A., KISHK A.A., YAKOVLEV A.B., GLISSON, A.W, 2005. Spectral Analysis of Left-Handed Rectangular Waveguides With Dielectric-Filled Corrugations," *Antennas and Propagation*, Vol. 53, pp. 3673 – 3683.
- [7] TAFLOVE, A., 1995. Computational Electrodynamics the Finite-Difference Time-Domain Method, Boston.
- [8] KRUMPHOLZ, M. HUBER, C. RUSSER, P., 1995. A field theoretical comparison of FDTD and TLM, *Microwave Theory and Techniques, IEEE Transactions on* Vol. 43, pp. 1935-1950.

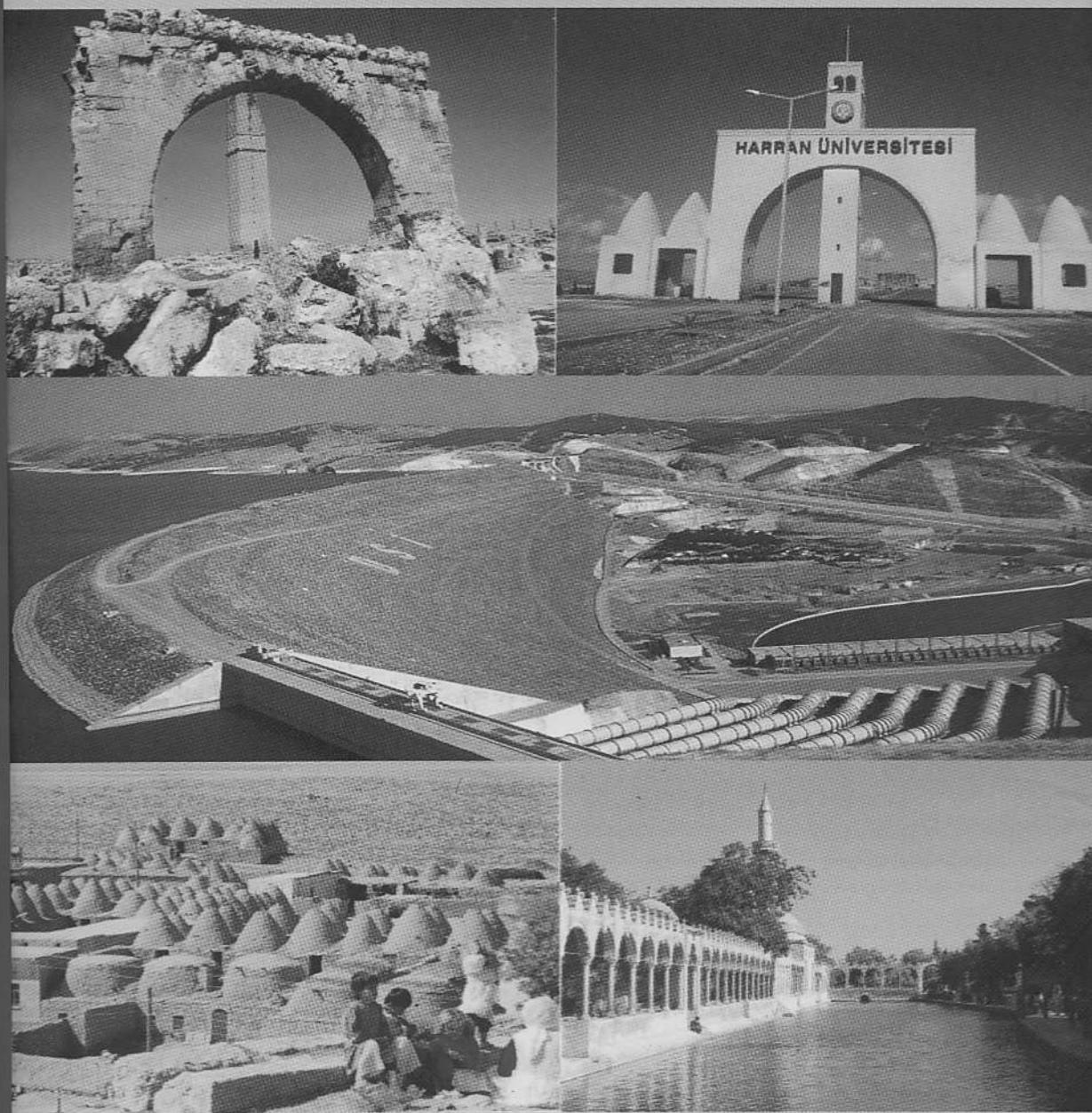
- [9] HARMON, S. STAKER, S.W. PIKET-MAY, M. CHRISTOPOULOS, C. 2001. Comparison of numerical modeling methods FDTD and TLM, Electromagnetic Compatibility IEEE International Symposium, Vol. 2, pp. 1316-1321.
- [10] CENTENO, A., 2003. A comparison of numerical dispersion in FDTD and TLM algorithms, Applied Electromagnetics, 2003. APACE 2003. Asia-Pacific Conference, pp. 128-131.
- [11] POZAR D. M., 1998, Microwave Engineering, USA.
- [12] KRAUS, J., FLEISCH, D., 1999. Electromagnetics with Applications, Singapur.
- [13] YEE, K.S., 1966. Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations., IEEE Trans. Antennas and Propagat., Vol. AP-14, no.3, pp. 302-307.
- [14] JOHNS P. B., BEURLE R. L, 1971. Numerical solution of two-dimensional scattering problems using TLM, Proc.IEE, Vol. 118, pp. 1203-1208.
- [15] CHRISTOPOULOS, C, 1995. The transmission-line modelling method, Oxford University press.
- [16] TRENKIC V., CHRISTOPOULOS C., BENSON T.M., 1996. Advanced Node Formulations in TLM-the Adaptable Symmetrical Condensed Node (ASCN), IEEE-MTT-S International Microwave Symp., San Francisco, USA, 431-434.

# HARRAN ÜNİVERSİTESİ MÜHENDİSLİK FAKÜLTESİ

# GAP V. MÜHENDİSLİK KONGRESİ

## BİLDİRİLER KİTABI - 1. CİLT

26 - 28 NİSAN 2006 ŞANLIURFA TÜRKİYE



### EDİTÖRLER

Reşit GERGER  
Kasım YENİGÜN  
Mahmut KÖMÜR  
Hüsamettin BULUT  
M. İrfan YEŞİLNAÇAR

