

FDTD ve TLM Metodlarının Dikdörtgen Kesitli Dalga Kılavuzlarının Analizi Açısından Karşılaştırılması

Ayhan Akbal, Yavuz Erol, Hasan H. Balık
Fırat Üniversitesi
Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü
23119 Elazığ

ayhan_akbal@firat.edu.tr, yerol@firat.edu.tr, balik@firat.edu.tr

Özet: Bu çalışmada elektromanyetik problemlerin çözümünde kullanılan güçlü sayısal tekniklerden olan Zaman Domeninde Sonlu Farklar (FDTD) metodu ve İletim Hattı Matrisi (TLM) metodu kullanılarak dikdörtgen kesitli dalga kılavuzlarının 2 boyutlu analizi yapılmıştır. Enine elektrik (TE) ve enine manyetik (TM) modları için ayrı ayrı yapılan simülasyonlar ile dikdörtgen kesitli dalga kılavuzunun rezonans frekansları tespit edilmiş ve elde edilen simülasyon sonuçları ile analitik sonuçlar karşılaştırılmıştır.

1. Giriş

Elektromanyetik problemlerin çözümünde kullanılan pek çok sayısal yöntem vardır. Bu yöntemlerden bazıları problemi zaman domeninde bazıları da frekans domeninde çözmektedir. Bazı teknikler hızlı olmasına rağmen özellikle yüksek frekans devrelerinde doğru sonuçlar vermez. Bunun için elektromanyetik teori ve sayısal yöntemler üzerinde çalışan araştırmacılar, basit tekniklerin hızına ve tam dalga tekniklerinin doğruluğuna sahip algoritmalar geliştirmeye çalışmaktadır [1]. Bu çalışmada geliştirilen Zaman Domeninde Sonlu Farklar (FDTD) ve İletim Hattı Matrisi (TLM) algoritmaları ile dikdörtgen kesitli dalga kılavuzlarının zaman ve frekans domeni analizi yapılmış ve kılavuzun mod kesim frekanslarının büyük bir doğrulukla tespit edilmesi sağlanmıştır.

2. Dalga Kılavuzu

Dalga kılavuzları, elektromanyetik enerjiyi verimli bir şekilde transfer etmeye yarayan aletlerdir [2]. Düşük frekanslarda iki telli iletim hatları ve koaksiyel kablolar kullanılabilirdiği halde mikrodalga frekanslarında (3GHz-300GHz) elektromanyetik dalgaları iletmek için dalga kılavuzu kullanmak gerekir. Dalga kılavuzları belirli bir frekansın üstündeki sinyalleri iletebildiği için yüksek geçiren filtre gibi davranırlar. Kılavuzda herhangi bir modun dalga şeklinde yayılabilmesi için mod frekansının kritik kesim frekansı f_c 'den büyük olması gerekir [3]. Dalga kılavuzunda yayılan modlar iki grupta incelenebilir. Bunlar enine elektrik (TE) ve enine manyetik (TM) modlarıdır. TE modunda kılavuz eksenine doğrultusunda herhangi bir elektrik alan bileşeni yoktur ($E_z=0$ ve $H_z \neq 0$). TM modunda ise manyetik alanın kılavuz eksenine doğrultusunda bileşeni bulunmaz ($H_z=0$ ve $E_z \neq 0$) [4].

Dikdörtgen kesitli dalga kılavuzunun analizi için kılavuz kesitinin düzgün olduğu, duvarların mükemmel iletken olduğu ve dalganın yayıldığı z yönünde kılavuzun sonsuz uzunlukta olduğu kabul edilmiştir. TM_{mn} ve TE_{mn} modunun z yönündeki alan bileşenlerini elde etmek için kılavuz duvarlarında elektrik alanın teğetsel bileşeni sıfıra eşitlenerek dalga denklemlerinin çözülmesi gerekir. Gerek TM gerekse TE modu için dalga kılavuzunun mod kesim frekansı aşağıda verilen formülle hesaplanır.

$$f_{c,mn} = \frac{c}{2} \sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2} \quad (1)$$

3. FDTD ve TLM Metodu

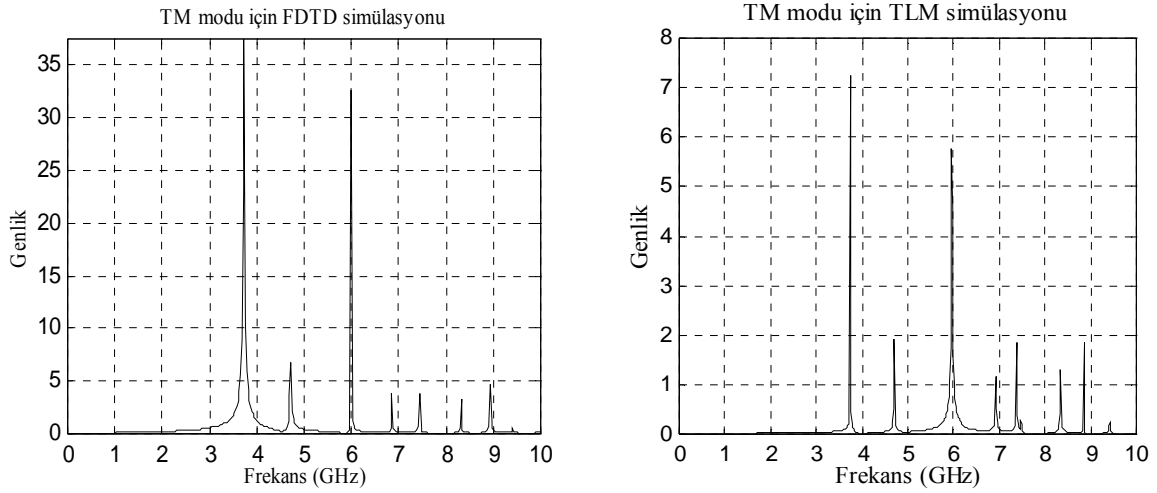
1966 yılında Kane Yee tarafından ortaya atılan FDTD metodu elektromanyetik problemlerin çözümünde kullanılan en popüler sayısal tekniklerden biridir. FDTD metodu Maxwell denklemlerine ait zamana bağlı rotasyonel denklemlerini merkezi sonlu farklar açılımı kullanarak ayrıklaştırıp, doğrudan zaman domeni çözümü elde etmeyi sağlamaktadır [5]. Modelleme yapılırken problem uzayı x ve y eksenine boyunca boyutları $(\Delta x) \times (\Delta y)$ olan $N_x \times N_y$ adet birim Yee hücrelerine bölünür. Courant şartına [6] uygun bir zaman adımı ile TE ve TM moduna ait denklemler iteratif olarak çözdürülerek elektrik ve manyetik alan bileşenleri hesaplanır.

P.B.Johns tarafından 1970 yılında geliştirilen TLM metodu ise alan teorisi-devre teorisi eşdeğerliğine dayanmaktadır [7]. Modelleneyecek yapı birim TLM hücrelerine bölündükten sonra uygun bir zaman adımı ile $N_x \times N_y$ adet hücrede bağımsız değişken olarak akım ve gerilim değerleri iteratif olarak hesaplanır. Böylece her hücrenin giriş gerilimi ile çıkış gerilimi arasında ilişki kurulur. Hücrelerde zaman domeninde dalga iletimi giden ve yansıyan gerilimlerle temsil edilir.

4. Simülasyon

Bu çalışmada boyutları 90mm×45mm olan dikdörtgen kesitli bir dalga kılavuzunda iletilebilen TM ve TE modlarının frekansları FDTD ve TLM metodu kullanılarak bulunmuştur. Simülasyon sırasında kaynak olarak Gauss darbesi kullanılmış ve darbe süresi kılavuzda iletilecek maksimum frekansa göre ayarlanmıştır. Program döngüsü içerisinde Gauss darbesi bir noktaya uygulandıktan sonra gözlem noktası olarak seçilen başka bir noktadan elektrik alan bileşeni değerleri simülasyon süresi boyunca kaydedilmiştir. Elde edilen zaman domeni cevabının fourier dönüşümü alınarak da rezonans frekansları bulunmuştur.

TM modu simülasyonunda Gauss darbesinin maksimum frekans bileşeni $f_{max}=10\text{GHz}$, $\Delta x=\Delta y=2.25\text{mm}$, $N_x=40$, $N_y=20$ ve $T=10000\Delta t$ olarak alınmıştır. FDTD simülasyonunda $\Delta t=3.75\text{ps}$, TLM simülasyonunda ise $\Delta t=5.52\text{ps}$ seçilmiştir. Şekil 1’de FDTD ve TLM simülasyonlarına ait frekans cevapları görülmektedir.



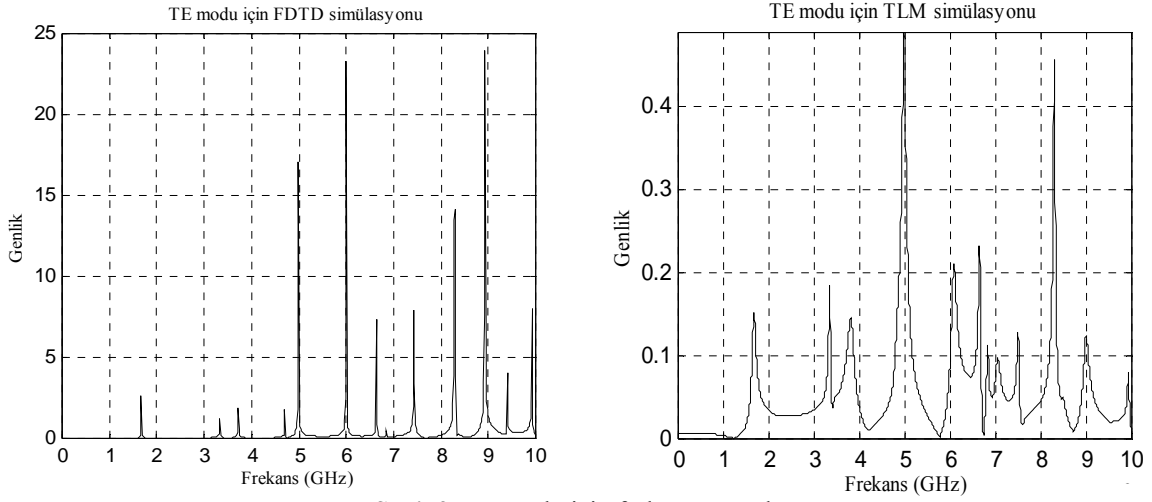
Şekil 1. TM modu için frekans cevapları

Tablo 1’de TM modu için analitik olarak hesaplanan mod kesim frekansı değerleriyle birlikte FDTD ve TLM simülasyonu sonuçları verilmiştir. Sonuçlardan açıkça görüldüğü gibi simülasyonla elde edilen rezonans frekansları mod kesim frekanslarına çok yakın değerdedir.

Tablo 1. TM modu için simülasyon sonuçları

| TM Modları | Analitik sonuçlar (GHz) | FDTD sonuçları (GHz) | Hata (%) | TLM sonuçları (GHz) | Hata (%) |
|-----------------------------------|-------------------------|----------------------|----------|---------------------|----------|
| TM ₁₁ | 3.7268 | 3.7280 | 0.032 | 3.6978 | 0.778 |
| TM ₂₁ | 4.7140 | 4.7103 | 0.078 | 4.6994 | 0.309 |
| TM ₃₁ | 6.0093 | 5.9950 | 0.237 | 5.9869 | 0.372 |
| TM ₁₂ | 6.8718 | 6.8533 | 0.269 | 6.8703 | 0.021 |
| TM ₂₂ TM ₄₁ | 7.4536 | 7.4307 | 0.307 | 7.4155 | 0.511 |
| TM ₃₂ | 8.3333 | 8.3123 | 0.252 | 8.3150 | 0.219 |
| TM ₅₁ | 8.9753 | 8.9452 | 0.335 | 8.9279 | 0.528 |
| TM ₄₂ | 9.4281 | 9.4128 | 0.162 | 9.4059 | 0.235 |

Dikdörtgen kesitli dalga kılavuzunun TE modu simülasyonunda FDTD metoduna ait parametreler $f_{max}=20\text{GHz}$, $\Delta x=\Delta y=2.25\text{mm}$, $N_x=40$, $N_y=20$, $T=20000\Delta t$ ve $\Delta t=3.75\text{ps}$ olarak seçilmiştir. TLM metodunda ise $f_{max}=10\text{GHz}$, $\Delta x=\Delta y=2.25\text{mm}$, $N_x=40$, $N_y=20$, $T=50000\Delta t$ ve $\Delta t=5.462\text{ps}$ olarak alınmıştır. Şekil 2’de her iki simülasyon ile elde edilen frekans cevapları görülmektedir.



Şekil 2. TE modu için frekans cevapları

Tablo 2’de TE modu için verilen sonuçlardan görüldüğü gibi FDTD ve TLM metodlarıyla mod kesim frekansları büyük bir doğrulukla bulunmuştur.

Tablo 2. TE modu için simülasyon sonuçları

| TE Modları | Analitik sonuçlar (GHz) | FDTD sonuçları (GHz) | Hata (%) | TLM sonuçları (GHz) | Hata (%) |
|--------------------------------------|-------------------------|----------------------|----------|---------------------|----------|
| TE ₁₀ | 1.6667 | 1.6666 | 0.006 | 1.6476 | 1.145 |
| TE ₀₁ ve TE ₂₀ | 3.3333 | 3.3333 | 0.000 | 3.2962 | 1.113 |
| TE ₁₁ | 3.7268 | 3.7193 | 0.201 | 3.6980 | 0.772 |
| TE ₂₁ | 4.7140 | 4.7064 | 0.161 | 4.7187 | 0.099 |
| TE ₃₀ | 5.0000 | 4.9866 | 0.268 | 4.9866 | 0.268 |
| TE ₃₁ | 6.0093 | 5.9997 | 0.159 | 6.1000 | 1.509 |
| TE ₄₀ ve TE ₀₂ | 6.6667 | 6.6389 | 0.416 | 6.6640 | 0.040 |
| TE ₁₂ | 6.8718 | 6.8530 | 0.273 | 6.8530 | 0.273 |
| TE ₄₁ ve TE ₂₂ | 7.4536 | 7.4260 | 0.370 | 7.4594 | 0.077 |
| TE ₅₀ ve TE ₃₂ | 8.3333 | 8.2919 | 0.496 | 8.3039 | 0.352 |
| TE ₅₁ | 8.9753 | 8.9326 | 0.475 | 8.9762 | 0.010 |
| TE ₄₂ | 9.4281 | 9.4002 | 0.295 | 9.5600 | 1.399 |
| TE ₀₃ ve TE ₆₀ | 10.0000 | 9.9199 | 0.801 | 9.9327 | 0.673 |

5. Sonuçlar

Bu çalışmada FDTD ve TLM teknikleri kullanılarak dikdörtgen kesitli dalga kılavuzunun 2 boyutlu analizi yapılmıştır. TM ve TE modu için ayrı ayrı yapılan simülasyonlar sonucunda elde edilen rezonans frekanslarının kılavuzun mod kesim frekanslarına denk geldiği gösterilmiştir.

6. Kaynaklar

- [1]. Balık, H., 1997, Passive open planar microwave circuit analysis by enhanced spectral domain method, Doktora Tezi, University of Bristol.
- [2]. Şeker, S., Çerezci, O., 1996, Mühendislik Elektromagnetizinin Temelleri, İzmir.
- [3]. Kraus, J., Fleisch, D., 1999, Electromagnetics with Applications, Singapur.
- [4]. Benson, F.A., Benson, T.M., 1991, Fields, Waves and Transmission Lines, USA.
- [5]. Yee, K.S., 1966, Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell’s equations., IEEE Trans. Antennas and Propagat., vol. AP-14, no.3, pp. 302-307.
- [6]. Taflove, A., 1995, Computational Electrodynamics the Finite-Difference Time-Domain Method, Boston.
- [7]. Sevgi, L., 1999, Elektromanyetik Problemler ve Sayısal Yöntemler, İstanbul.
- [8]. Matthew, N.O. Sadiku, 1992, Numerical Techniques in Electromagnetics, Florida.