

İSTANBUL AYDIN ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Yüksek Lisans Semineri

İĞNECİKLİ SİNİR AĞLARI

Peren Jerfi CANATALAY

Danışman: Prof. Dr.Hasan Hüseyin BALIK

İstanbul, Mayıs 2014

İÇİNDEKİLER

	Sayfa No.
İÇİNDEKİLER.....	1
ŞEKİL LİSTESİ.....	2
ÖZET.....	3
ABSTRACT.....	4
1.GİRİŞ.....	5
2.SİNİR HÜCRESİ MODELLERİ.....	10
2.1. Hodgkin - Huxley Modeli.....	10
2.2.Tümlev-Al-Ateşle Model Ailesi.....	12
2.3.İğnecik Cevap Modeli.....	13
3.AĞ YAPILARI.....	15
3.1.İleri Beslemeli Ağlar.....	15
3.2.Geri Beslemeli Ağ Yapısı.....	16
3.3.Rezervuar Hesaplama.....	18
4.DEĞERLENDİRME VE GELECEK ÇALIŞMA.....	20
KAYNAKLAR.....	21

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa No.
Şekil.1.1.....	5
Şekil.1.2.....	6
Şekil.1.3.....	7
Şekil.1.4.....	8
Şekil.2.1.....	11
Şekil.2.2.....	13
Şekil.2.3.....	14
Şekil.3.1.....	15
Şekil.3.2.....	17
Şekil.3.3.....	19

ÖZET

Geleneksel yapay sinir ağı modelleri son derece basitleştirilmiş sinirsel dinamiklere dayanmaktadır. Bu modeller karmaşık örüntü tanıma, fonksiyon yaklaştırma ve sınıflandırma gibi problemlerde başarılı bir şekilde kullanılmaktadır, ancak oldukça belirleyici kısıtları bulunmaktadır. İğnecikli sinir ağları, biyolojik sinir hücrelerinde bulunan ve bilgi alışverişinin hassas bir zamanlama ile gerçekleştirilmesini sağlayan bilgi aktarımı yöntemini taklit eder. Sonuç olarak, iğnecikli sinir ağları kendi içsel dinamikler temsilleri sayesinde, karmaşık ve zamana bağlı örüntü tanıma problemlerinin çözümü için büyük bir potansiyele ve dolayısı ile geleneksel yapay sinir ağlarının eksikliklerinin üstesinden gelme yeteneğine sahiptir.

Bu seminer çalışmasının amacı, iğnecikli sinir ağları konusunda mevcut çalışmaları incelemek ve bu konuda yapılacak çalışmalara ışık tutmaktır.

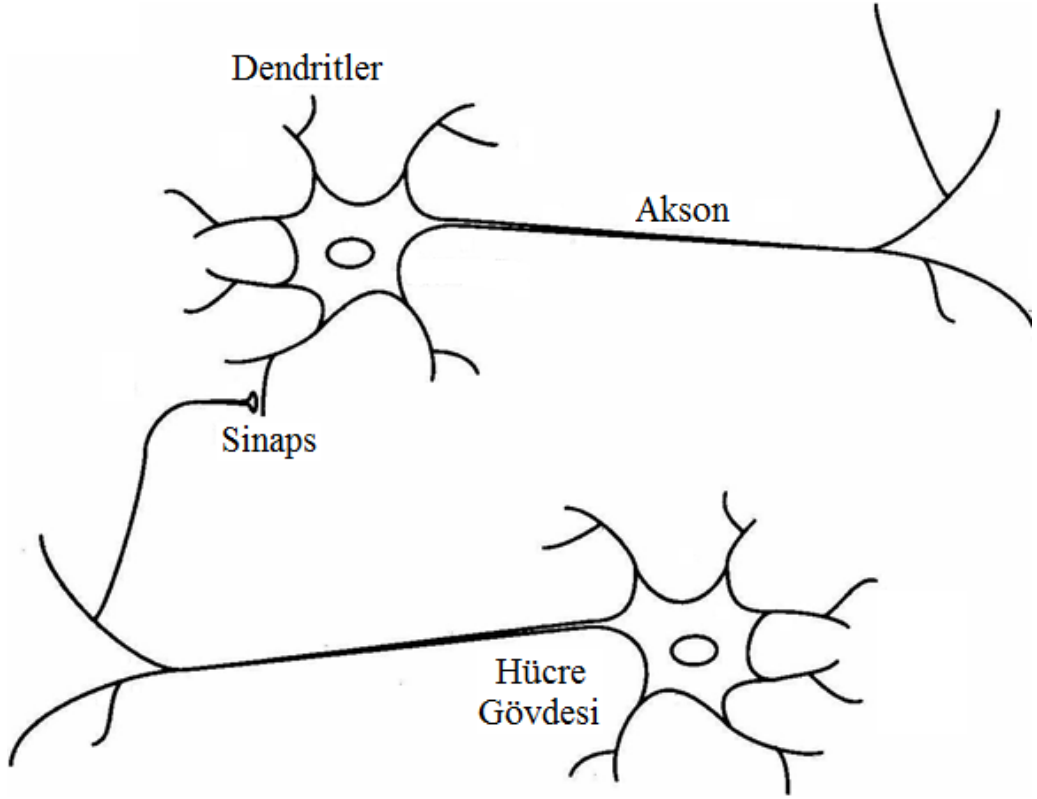
ABSTRACT

Conventional artificial neural network models are based on highly simplified neuronal dynamics. These models have been used successfully to solve complex pattern recognition, function approximation, and classification problems, however they have significant constraints. Spiking neural networks mimic the technique in biological neurons, that provides precise timing of information transfer. Consequently, spiking neural networks have great potential for solving complicated time-dependent pattern recognition problems because of their inherent dynamic representation, and thus to overcome disadvantages of conventional artificial neural networks.

The aims of this seminar work are, to investigate present literature on spiking neural networks and to shed light on future studies of this subject.

1. GİRİŞ

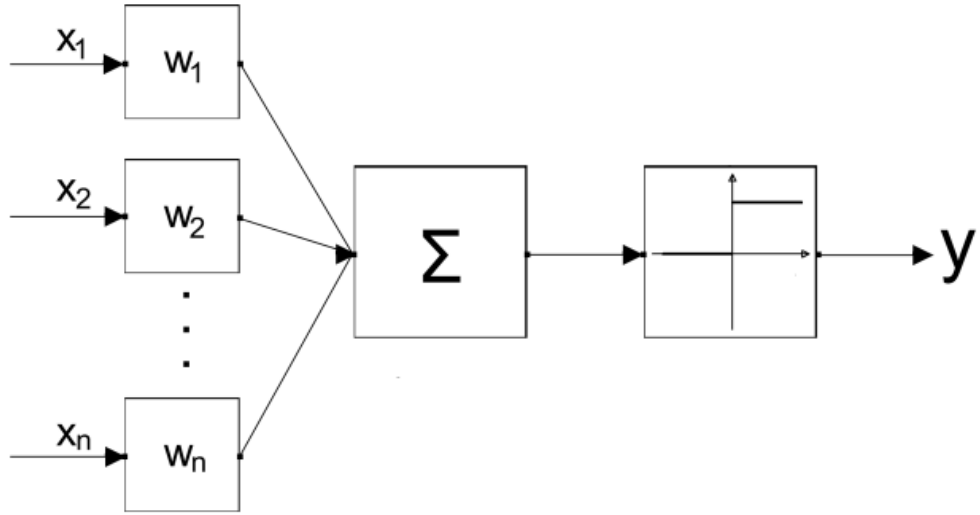
Yapay sinir ağı, canlılarda merkezi sinir sistemini oluşturan, birbirine bağlı nöronlardan oluşan oldukça yoğun sinir ağlarında yer alan hesaplamaları taklit ederek yapay bir biçimde gerçekleştirmeye çalışmaktadır. Biyolojik sinir hücresinin temsili bir çizimi şekil 1.1’de görülmektedir.



Şekil 1.1 Biyolojik sinir hücresi çizimi [3]

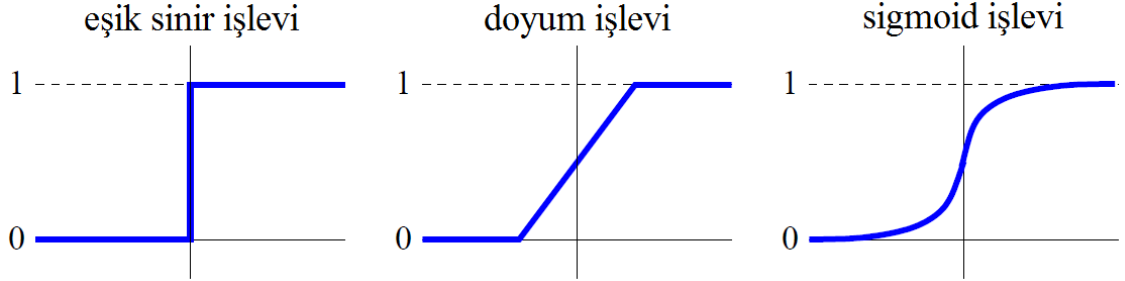
McCulloch ve Pitts, 1943’te yaptıkları çalışmada basitleştirilmiş ve ikili düzende işleyen sinir hücresi modeline dayalı bir sinir ağı önermişlerdir [1]. Burada bir

sinir hücresi, “aktif” veya “aktif değil” şeklinde durumları olan basit bir eşik işlevine göre hareket etmektedir. Her bir sinirsel hesaplama adımında, ilgili hücreye bağlı diğer hücrelerin durumlarının ağırlıklı toplamına bağlı olarak sinir hücresinin durumu belirlenmekte ve güncellenmektedir. 1943 yılında McCulloch ve Pitts tarafından önerilen [1], tek bir sinir hücresine ait matematiksel model şekil 1.2’de görülmektedir.



Şekil 1.2 İlk yapay sinir modeli [1]

Takip eden çalışmalarda, girdiler ve çıktılar reel değerli olarak kullanılmış ve doğrusal olmayan eşik işlevi yerini doğrusal giriş-çıkış haritalama ve/veya yine doğrusal olmayan ancak türevlenebilir sigmoid işlevine bırakmıştır. Şekil 1.3’te bu dönem modellerinde kullanılmaya başlanan etkinleştirme işlevleri görülmektedir.



Şekil 1.3 İlk kuşak sinir modellerinde kullanılan etkinleştirme işlevleri [14]

Hem belirli bir görevi yerine getirilmesi için (denetimli öğrenme), hem de farklı özneliklerin ağ tarafından öğrenilmesi için (denetimsiz öğrenme) çok sayıda algoritma geliştirilmiştir. Denetimli öğrenme algoritmaları sinir ağı davranışını belirli bir hedef işleve uydurmayı amaçlar ve bu kategoride en tanınmış yöntem hata geri yayılımı algoritmasıdır [2].

Denetimsiz öğrenme konusunda ise çalışmalar Donald Hebb'in doğal öğrenimin kuralları üzerine olan 1949 çalışmasına [3] kadar geçmişe uzanmaktadır. Doğal öğrenimden esinlenen bu tür denetimsiz öğrenme kuralları, Hopfield ağına [4] da olduğu gibi, çoğunlukla Hebbçi kurallar olarak adlandırılır.

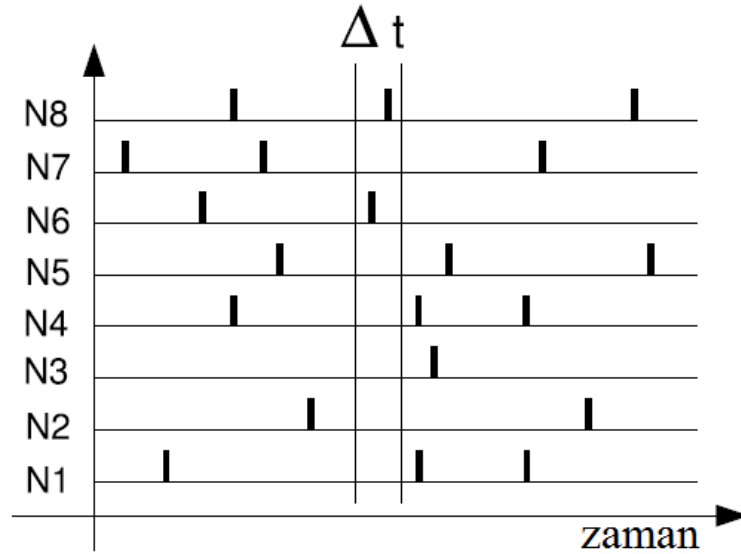
Genel olarak yapay sinir ağları bir mühendislik aracı olarak örüntü tanıma, kontrol, biyoinformatik ve robotik gibi çeşitli alanlarda oldukça başarılı bir şekilde halen kullanılmaktadır [14]. Ancak gelenekselleşmiş yapay sinir ağı türlerinin, temel olarak büyük ölçekte veri işleyememe ve/veya değişen ortam koşullarına çabuk uyum sağlayamama gibi kendilerine has kısıtları bulunmaktadır. Bu kısıtlar, biyolojik sinir ağlarındaki işlem kapasitesi ile kıyaslandığında oldukça bağlayıcı bir durum ortaya koymaktadır [15].

Aslına uygun - yapay olarak modellenen biyolojik sinir hücreleri temel olarak iğnecik şeklinde ani darbeler oluştururlar ve çoğu hücre birbirleriyle bu iğnecikler

üzerinden haberleşir. Aksiyon potansiyeli adı verilen bu ani darbeler hücre gövdesinde oluşur ve akson boyunca iletilerek diğer sinir hücrelerinin dendritlerine ulaşır. İki sinir hücresi arasındaki bağlantı sinaps denilen bölgelerde gerçekleşir ve sinaps öncesi ve sinaps sonrası potansiyeller kimyasal olarak hücreden hücreye aktarılır [15].

Biyolojik sinir sistemlerinde bilginin iğnecik zamanlaması ile kodlandığı düşünülmektedir [5]. Kod çözüm için de bu doğrultuda çeşitli öneriler ve teknikler mevcuttur. Bunlardan ilki kodun bir nöron topluluğu tarafından ateşlenen iğneciklerin toplamı olarak ele alınmasıdır. Bir diğer teknik ise ikili kodlamaya benzer, ve çıkışta görülen iğnecikleri bir arada ikili düzende bir sayı olarak ele alır [15].

Zamanlamaya bağlı kodlama ise, iğnecik zamanlamalarını hassas bir biçimde belirlenebilmesine bağlı olarak daha yüksek miktarda bilgi taşıyabilir. Son olarak, öncelik sırasına bağlı kodlama - kod çözme yöntemine göre, iğneciklerin salım sırasına bağlı olarak bilgi kodlanmaktadır [15].



Şekil 1.4 Örnek bir iğnecik raster grafiği [9]

İğnecikli sinir ağlarında da bilgi iğnecik oluşması ve zamanlaması ile kodlanmaktadır. Zamansal kodlamanın görsel hale getirilebilmesi, dolayısıyla iğnecikli sinir ağı içerisinde gerçekleşen işlemlerin anlaşılabilmesi için iğnecik raster grafikleri kullanılmaktadır. Örnek bir raster grafiği şekil 1.4'te gösterilmiştir.

Bura grafikte, "N" 1'den 8'e kadar olan sinir hücresi sayısını göstermekte ve bu hücrelerin hangi anda iğnecik oluşturdukları ortaya konmaktadır. Genellikle hesaplama sırasında küçük zaman aralıkları (Δt) içerisinde ateşlenmiş iğnecikler ele alınmaktadır.

İğnecikli sinir ağlarının yapay sinir ağlarına göre oldukça farklı bir işleyiş mekanizmasına sahip olmalarına karşın çoğu çalışma geleneksel öğrenme yöntemleri ve/veya bunların yeniden adapte edilmesi üzerinde durmaktadır.

İğnecikli sinir ağları üzerine yapılan bu seminer çalışması 4 bölümden oluşmaktadır. 2. bölümde sinir hücresi modelleri incelenmiş ve takip eden 3. bölümde ise ağ yapıları üzerinde durulmuştur. 4. ve son bölüm değerlendirme ve gelecekte yapılacak muhtemel çalışmaların tartışılmasına ayrılmıştır.

2. SİNİR HÜCRESİ MODELLERİ

Bir iğnecikli sinir ağı oluşturulurken kullanılacak sinir hücresi modelinin belirlenmesi ağ dinamiğini ve hesapsal işlemleri doğrudan etkilediği için oldukça önemlidir. Çok sayıda sinir hücresi modeli mevcut olmakla birlikte burada en bilinen ve en sık karşılaşılan modeller üzerinde durulmuştur.

2.1.Hodgkin - Huxley Modeli

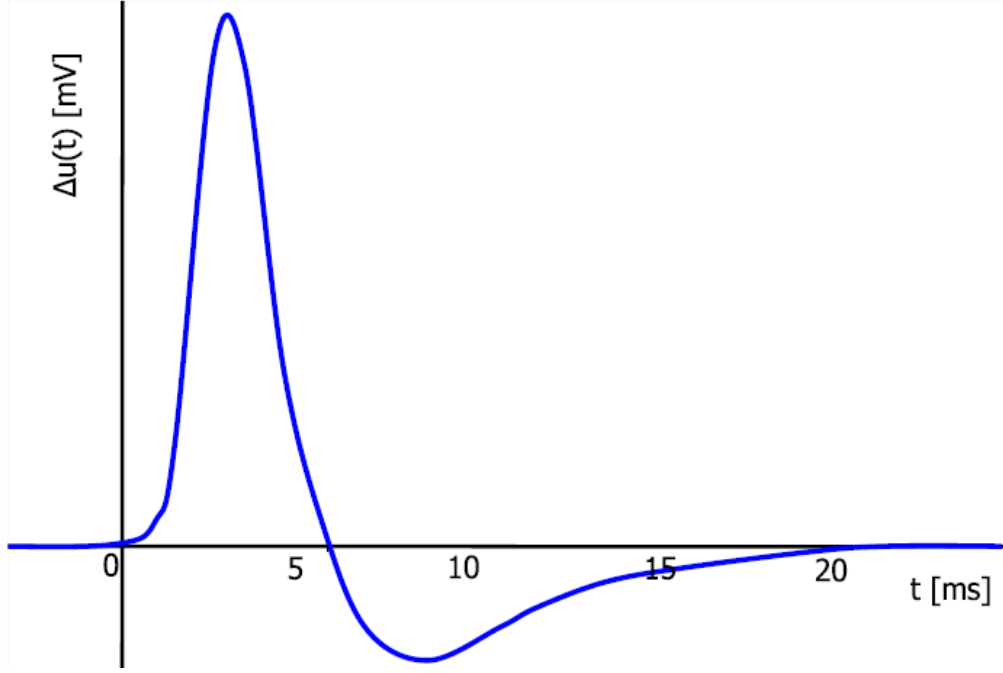
İğnecikli sinir hücresi modeli için fizyolojik temel oluşturan ve oluşturdukları model ile Nobel ödülü alan bu model Hodgkin – Huxley'nin çalışması ve isimleri ile anılmaktadır [6].

$$\begin{aligned}C \frac{du}{dt} &= -g_{Na}m^3h(u - E_{Na}) - g_Kn^4(u - E_K) - g_L(u - E_L) + I(t) \\ \tau_n \frac{dn}{dt} &= -[n - n_0(u)] \\ \tau_m \frac{dm}{dt} &= -[m - m_0(u)] \\ \tau_h \frac{dh}{dt} &= -[h - h_0(u)]\end{aligned}\tag{1}$$

(1) numaralı denklemde matematiksel olarak ifade edilen bu modelde elektrokimyasal bilgi aktarımı, modellemede kolaylık sağlamak için kondansatör ve direnç içeren elektrik devrelerine benzetilmiştir. C kondansatör, R direnç ve g ile gösterilen terimler de hücre zarında bulunan ve elektriksel etkinlikten sorumlu

olan sodyum (Na), potasyum (K) gibi farklı iyon kanallarının iletkenlikleridir. E terimleri bu kanallara karşılık gelen Nernst potansiyelleri ve m,h,n parametreleri de gerilime bağı iyon kanallarının açılma-kapanma olasılık işlevleridir.

Hodgkin - Huxley modeli biyolojik deneyler sonucu elde edilen verilerden yola çıkılarak oluşturulmuştur. Biyolojik olarak ölçülebilen eylem potansiyellerinin içermesi gereken özellikleri içermekte ve şekil 2.1'de gösterilen dalga şeklini üretmektedir.



Şekil 2.1 Hodgkin-Huxley modeli eylem potansiyeli [6]

İğnecikli sinir ağları açısından bakıldığında Hodgkin - Huxley modeli karmaşıktır ve yoğun hesaplamalar gerektirmektedir [10]. Bu nedenle büyük ölçekli ağlar için kullanıma elverişli değildir.

2.2. Tümlöv-Al-Ateşle Model Ailesi

Tümlöv-al-ateşle türü sinir hücreleri modelleri fikir olarak 20. Yüzyılın başlarına kadar gitmektedir [7]. Bu modeller ya da model ailesi içerisinde en geniş kullanım gören model sızdıran tümlöv-al-ateşle modelidir [8].

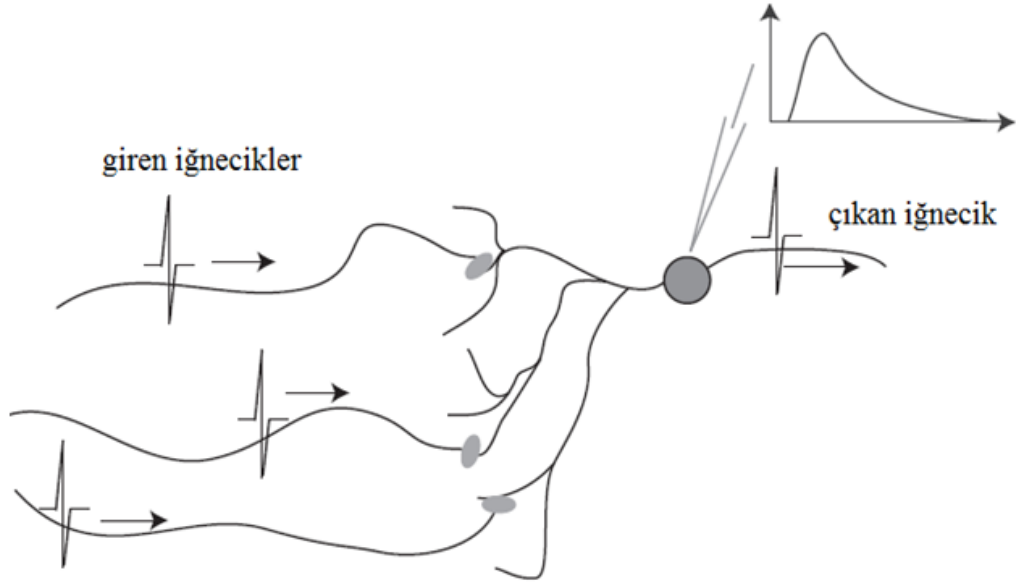
Hesaplama açısından Hodgkin - Huxley modeline göre çok daha basit ve kullanışlıdır. Basit olmasının sebebi eylem potansiyeli dalga şeklini ihmal etmesinden ve eşik değeri geçildiğinde iğnecik oluştuğunu varsaymasından kaynaklanmaktadır. Sızdıran tümlöv-al-ateşle modeli basit ve kullanışlı olmasına karşın pek çok biyolojik özellikten yoksundur ve bu da biyolojik uygunluk açısından bir dezavantajdır.

$$\begin{aligned} C \frac{du}{dt} &= -\frac{1}{R}(u(t) - u_{rest}) + I(t) \\ u(t^{(f)}) &= \vartheta \\ u'(t^{(f)}) &> 0 \end{aligned} \tag{2}$$

Hodgkin - Huxley modelinde olduğu gibi yine elektrik devre analogisi ile ifade edildiğinde, (2) numaralı denklemde ifade edilen 1. dereceden doğrusal diferansiyel denklem elde edilmektedir. Burada ve sonraki denklemlerde θ , eşik değerini temsil etmektedir. Eşik değerine gelindiğinde, $t^{(f)}$ anında, ateşleme gerçekleşir ve potansiyel resetlenir.

2.3.İğnecik Cevap Modeli

Hodgkin - Huxley ve tümlev-al-ateşle türü sinir hücresi modelleri ve de bu modeller ile ilişkili benzer modellerde genellikle kuplajlı ve doğrusal olmayan diferansiyel denklem çözümleri yer almaktadır. İğnecik cevap modeli ise bunların aksine daha kolay anlaşılır ve daha kolay kullanılabilir bir modeldir [9 ve 10].



Şekil 2.2 İğnecik Cevap Modeli [9]

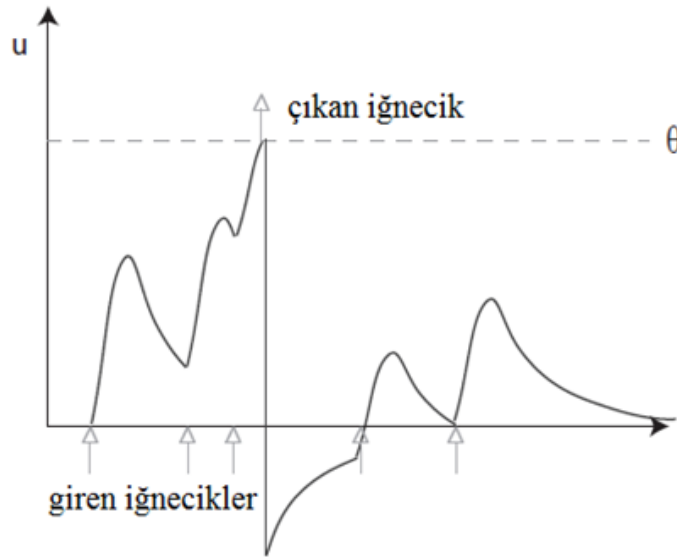
İğnecik cevap modeli "t" zamanında "u" zar potansiyelini geçmiş üzerinden bir tümlev olarak ifade eder. Fenomenolojik bir sinir hücresi modelidir ve iğnecik salımı olup olmamasına bağlıdır ve temsili işleyişi şekil 2.2'de görülmektedir. Matematiksel olarak ise, j. sinir hücresinin t anındaki durumu (3) numaralı denklemle ifade edilir.

$$u_j(t) = \sum_{t_j^{(f)} \in \mathcal{F}_j} \eta_j(t - t_j^{(f)}) + \sum_{i \in \Gamma_j} \sum_{t_i^{(f)} \in \mathcal{F}_i} w_{ij} \varepsilon_{ij}(t - t_i^{(f)}) + \underbrace{\int_0^\infty \kappa_j(r) I(t - r) dr}_{\text{harici giriş akımı}}$$

$$\eta_j(s) = -\vartheta \exp\left(-\frac{s}{\tau}\right) \mathcal{H}(s)$$

(3)

Burada η_j koçan işlevi iğnecik salımından sonra potansiyelin resetlenmesi, ε_{ij} koçan işlevi zar potansiyelinin sinaps öncesi iğneciklere cevabını ve son olarak κ_j koçan işlevi de zar potansiyelinin harici giriş akımına karşı cevabını belirtmektedir. Şekil 2.3'te ise belirtilen matematiksel ifadelerden elde edilen örnek bir çıktı görülmektedir.



Şekil 2.3 İğnecik Cevap Modeli Çıktısı [9]

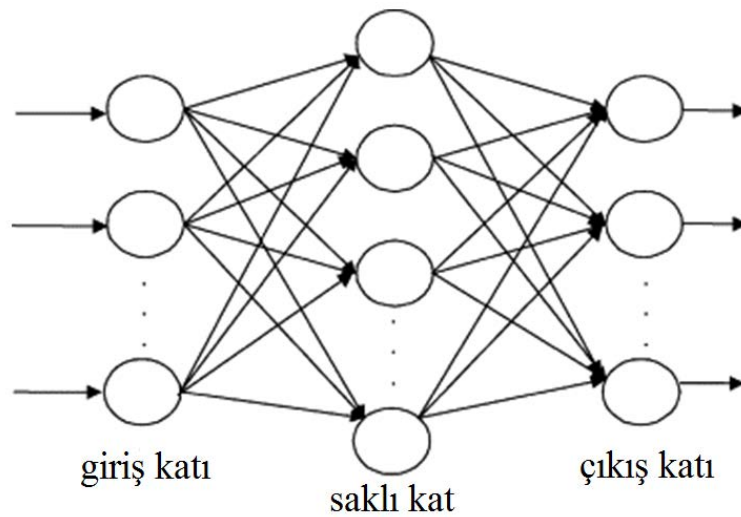
3. AĞ YAPILARI

Geleneksel yapay sinir ağı için, çoğu ileri beslemeli olmak üzere pek çok ağ yapısı kullanılmıştır. İğnecikli sinir ağı için de başlangıçta geleneksel yapılara yer verilmiş ancak son on yılda bu ağa özgü özel yapılar üzerinde durulmaya başlanmıştır. Bu bölümde iğnecikli sinir ağlarında kullanılan ağ mimarileri kullanılacaktır.

3.1.İleri Beslemeli Ağlar

İleri beslemeli bir sinir ağında işlem birimleri olan sinir hücreleri genellikle katmanlar halinde bir yapıya sahiptirler.

İşaretler, giriş katından çıkış katına doğru tek yönlü bağlantılarla iletilir. Sinir hücreleri bir kattan diğer bir kata bağlantı kurarlarken, aynı kat içerisinde birbirleri ile bağlantıları bulunmaz. Şekil 3.1’de ileri beslemeli ağ yapısı blok diyagram halinde gösterilmiştir.



Şekil 3.1 İleri Beslemeli Ağ Yapısı [14]

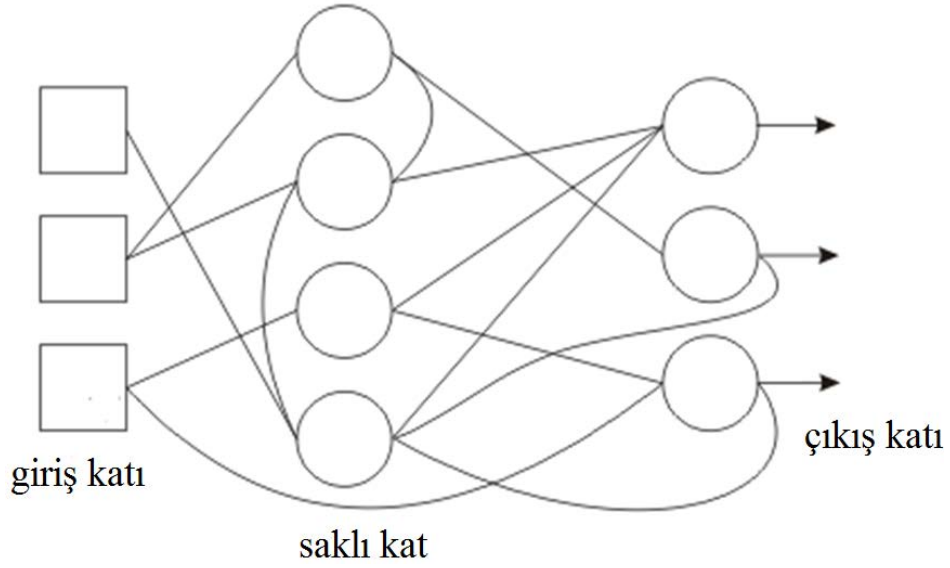
Tek katlı ileri beslemeli yapay sinir ağı en basit ağ yapısıdır. Bir giriş katı ve bir çıkış katı vardır. Bu tip bir ağda bilgi girişten çıkışa doğru ilerler dolayısı ile ağ ileri beslemelidir. Tek katlı olarak isimlendirilmesinin sebebi, giriş katının veri üzerinde hiçbir işlem yapmadan veriyi doğrudan çıkış katına iletmesidir.

Çok katlı ileri beslemeli yapay sinir ağı yapısı bir veya daha fazla saklı kat içermektedir. Saklı katların amacı giriş ve çıkış katları arasında gerekli bir takım işlemler yapmaktır. Giriş katı geniş olduğu zaman saklı katlar sayesinde yüksek dereceli istatistiksel veri elde edilebilir.

Çok katlı yapılarda (n) 'inci katın çıkış sinyalleri $(n+1)$ 'inci katın giriş sinyalleri olarak kullanılır. m adet giriş düğümü, ilk saklı katta h_1 adet sinir hücresi, ikinci saklı katta h_2 adet sinir hücresi ve çıkış katında q adet sinir hücresi bulunan bir çok katlı ileri beslemeli ağ $m-h_1-h_2-q$ ağı olarak adlandırılır. Eğer her katta bulunan sinir hücreleri bir sonraki katın tüm sinir hücreleri ile bağlantı yapıyor ise bu tip ağa tam bağlantılı ağ denir. Eğer bu sinaptik bağlantılardan bazıları eksikse ağ, kısmi bağlantılı ağ adını alır.

3.2.Geri Beslemeli Ağ Yapıları

Bir geri beslemeli sinir ağı, çıkış ve ara katlardaki çıkışların, giriş birimlerine veya önceki ara katlara geri beslendiği bir ağ yapısıdır. Böylece, girişler hem ileri yönde hem de geri yönde aktarılmış olur. Şekil 3.2'de bir örnek bir geri beslemeli ağ yapısı görülmektedir. Bu çeşit yapay sinir ağlarının dinamik hafızaları vardır ve bir andaki çıkış hem o andaki hem de önceki girişleri yansıtır. Bundan dolayı, özellikle önceden tahmin uygulamaları için uygundur. Bu ağlar çeşitli tipteki zaman-serilerinin tahmininde oldukça başarı sağlamışlardır.



Şekil 3.2 Geri Beslemeli Ağ Yapısı [14]

Geribeslemeli sinir ağı yapısına benzer olarak bir de döngülü ağ yapısı mevcuttur. Döngülü yapay sinir ağlarının geribeslemeli ağlardan farkı, yapı içerisinde en az bir adet geribesleme çevriminin olmasıdır [14].

Yukarıda verilen sınıflandırmada, sinir hücreleri arasındaki bağlantıların simetrik veya asimetrik olması durumuna göre alt sınıflar ortaya çıkar. i nöronundan j nöronuna yönelik bir bağlantı varsa j 'den i 'ye yönelik bir bağlantı da vardır. Bu iki bağlantının ağırlıkları $w_{ij}=w_{ji}$ eşitse bağlantı simetriktir denir. Eşitsizlik durumunda, bağlantı asimetrik olur [14].

Farklı katlara ait sinir hücrelerinin bağlantısına, katlar arası (interlayer) bağlantı denir. Aynı kattaki sinir hücrelerinin bağlantısına, kat içi (intralayer) bağlantı, komşu olmayan katlardaki sinir hücrelerinin bağlantısında katlar üstü (supralayer) bağlantı denir. Bunlardan başka, bir sinir hücresi kendisine de bağlantılı olabilir. Sıkça kullanılan bir terim olan tam-bağlantılı olma, bir kata ait tüm sinir hücrelerinin komşu kattaki tüm sinir hücreleriyle bağlantılı olduğu durumu tanımlamaktadır [14].

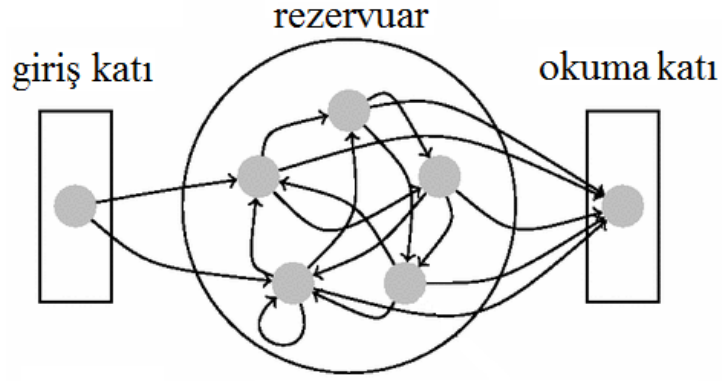
3.3.Rezervuar Hesaplama

İğnecikli sinir hücrelerinden kurulan ağlar, geleneksel yapay sinir ağlarından farklı mekanizmalara sahip olduklarından ve farklı davranış dinamikleri gösterdiklerinden dolayı yukarıda anılan geleneksel ve/veya katı ağ biçimleri ile çalışma zorunluluğu yoktur.

Biyolojik sistemlerde bulunan sinir ağları uzayda boşluklu ve düzensiz olarak bağlantılar oluşturmaktadır. İğnecik akış çeşitliliği ve ortalama etkinliğin düşüklüğü de zamansal olarak düzensiz iletişim kurduklarını göstermektedir. Bunun bir sonucu olarak da ağ topolojisinin sinirsel dinamiğe katkısının az olduğu çıkarılabilir, zira yalnızca etkin sinir hücreleri bilgi işlemeye katkıda bulunmaktadır. Herhangi bir t anında, etkin sinir hücrelerinin belirlediği alt topoloji, mevcut ağ mimarisinden oldukça farklı ve boşluklu bir yapıda olabilir. Kısacası bir iğnecikli sinir ağ mimarisi düzenli olmak zorunda değildir.

Daha da ötesinde, iğnecikli sinirsel birimlerden oluşan bir ağ rasgele tanımlanabilir [11, 12]. Veya, sinir hücreleri ve/veya sinirsel işlem birimlerinin verilen olasılık oranlarıncaya birbirlerine projeksiyon yaptığı daha serbest belirlenmiş ağ mimarileri de mümkündür [13].

Buradan yola çıkarak, iğnecikli sinir hücrelerinin zamansal giriş-çıkış örüntülerini işeyiş mekanizmasına tam olarak uyan yeni bir ağ yapısı ve/veya yapı ailesi geliştirilmiştir. Bu yeni yapıya, öncülü olan, yankı durum ağları ve sıvı durum makinaları olarak adlandırılmış olan iki ayrı yapıyı bir araya getiren rezervuar hesaplama adı verilmiştir.



Şekil 3.3 Rezervuar Hesaplama İçin Bir Ağ Yapısı [11]

Rezervuar hesaplamalı ağlarda temel olarak Şekil 3.3'te gösterilmiş olan ağ yapısına benzer ve şu özellikler ile belirlenir.

- Rezervuara doğru bağlantıları bulunan sinir hücrelerinden oluşan bir giriş katı olmalıdır.
- Rasgele ve boşluklu bağlantılar ile kurulmuş, sinir hücrelerinden oluşan döngülü bir ağ olmalıdır ki bu ağ rezervuarı (ya da sinir hücresi havuzunu) teşkil etmektedir.
- Son olarak da bir okuma katı bulunmalıdır. Bu katta okuma sinir hücreleri yer almakta olacak ve eğitilmiş bağlantılar ile rezervuara bağlı bulunacaktır.

4. DEĞERLENDİRME VE GELECEK ÇALIŞMA

Bu seminer çalışmasında, iğnecikli sinir ağlarında kullanılabilir sinir hücresi modelleri, ağ yapıları ve sinirsel dinamikler üzerinden bir başlangıç yapılmıştır. Biyolojik sinir ağlarından esinlenme ve bu esinlenmenin nasıl gerçekleştirileceği üzerinde durulmuştur. Zamansal kodlamaya giriş yapılmış ve özellikle hassas zaman serilerine bağlı veri kümeleri için uygun olduğuna değinilmiştir. İğnecikli sinir ağları üzerine yapılacak olan yüksek lisans tezimiz için başlangıç adımı atılmış ve uygulama ve benzetim aşamaları da takip edecek olan makale çalışmasına bırakılmıştır.

KAYNAKLAR

- [1] W.S. McCulloch and W. Pitts. A logical calculus of the ideas immanent in nervous activity. *Bulletin of Mathematical Biophysics*, 5:115–133, 1943
- [2] D. E. Rumelhart, G. E. Hinton, and R. J. Williams. Learning internal representations by back-propagating errors. *Nature*, 323:533–536, 1986.
- [3] D.O. Hebb. *The Organization of Behaviour*. Wiley, New York, 1949.
- [4] J.J. Hopfield. Neural networks and physical systems with emergent collective computational abilities. *Proc. Natl. Acad. Sci.*, 79(8):2554–2558, 1982.
- [5] R. Van Rullen and S. Thorpe. Rate coding versus temporal order coding: what the retinal ganglion cells tell the visual cortex. *Neural Computation*, 13:1255–1283, 2001.
- [6] A.L. Hodgkin and A.F. Huxley. A quantitative description of ion currents and its applications to conduction and excitation in nerve membranes. *J. of Physiology*, 117:500–544, 1952
- [7] L. Lapique. Recherches quantitatives sur l’excitation électrique des nerfs traitée comme une polarisation. *J. Physiol. Pathol. Gen.*, 9:620–635, 1907. cited by Abbott, L.F., in *Brain Res. Bull.* 50(5/6):303–304.
- [8] D.I. Standage and T.P. Trappenberg. Differences in the subthreshold dynamics of leaky integrate-and-fire and Hodgkin-Huxley neuron models. In *IJCNN’2005, Int. Joint Conf. On Neural Networks*, pages 396–399. IEEE-INNS, 2005.

- [9] W. Gerstner. Time structure of the activity in neural network models. *Physical Review E*, 51:738–758, 1995.
- [10] W.M. Kistler, W. Gerstner, and J.L. van Hemmen. Reduction of Hodgkin-Huxley equations to a single-variable threshold model. *Neural Computation*, 9:1015–1045, 1997.
- [11] W. Maass, T. Natschläger, and H. Markram. Real-time computing without stable states: A new framework for neural computation based on perturbations. *Neural Computation*, 14(11):2531–2560, 2002.
- [12] H. Jaeger. Tutorial on training recurrent neural networks, covering BPTT, RTRL, EKF and the “echo state network” approach. Technical Report TR-GMD-159, German National Research Center for Information Technology, 2002.
- [13] W. Maass. Networks of spiking neurons: The third generation of neural network models. *Neural Networks*, 10:1659–1671, 1997.
- [14] Haykin S., (1994) *Neural Networks*, Macmillan, New York.
- [15] W. Gerstner and W. Kistler. *Spiking Neuron Models – Single Neurons, Populations, Plasticity*. Cambridge Univ. Press (2002)