

T.C.
FIRAT ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ZAMAN DOMENİNDE SONLU FARKLAR METODU İLE
TEK BOYUTLU YAPILARDA ELEKTROMANYETİK DALGA
YAYILIMININ SİMÜLASYONU

Yavuz EROL

YÜKSEK LİSANS SEMİNERİ
ELEKTRİK-ELEKTRONİK MÜH. ANABİLİM DALI

ELAZIĞ

2001

İÇİNDEKİLER

ŞEKİLLER LİSTESİ	III
SİMGELER	IV
KISALTMALAR	V
1. GİRİŞ	1
2. ELEKTROMANYETİK	2
2.1. Maxwell Denklemleri	2
2.1.1. Maxwell Denklemlerinin Elde Edilmesi	2
2.2. Elektromanyetik Dalgalar	5
2.2.1. Dalga Denkleminin Çıkartılması	7
2.2.2. Düzgün Düzlemsel Elektromanyetik Dalgalar	9
2.2.3. Karakteristik Empedans	11
2.2.4. Dalga Numarası	12
2.2.5. Boşlukta Düzgün Düzlemsel Dalgalar	12
2.2.6. Yalıtkan Ortamda Düzgün Düzlemsel Dalgalar	14
2.2.7. İletken Ortamda Düzgün Düzlemsel Dalgalar	15
3. SAYISAL YÖNTEMLER	18
4.ZAMAN DOMENİNDE SONLU FARKLAR METODU (FDTD)	19
4.1.Giriş	19
4.2. FDTD Metodu	20
4.3. FDTD Algoritması	21
4.4. FDTD Formülasyonu	22
4.5. Kararlılık Kriteri	28
4.6. Sınır Şartları	28
4.7. Altızgaralama (Subgridding)	29
4.8. Gauss Fonksiyonu	30
4.9. FDTD Metodunun Uygulama Alanları	32
5. FDTD METODU İLE TEK BOYUTLU SİMÜLASYON	34
5.1. Serbest Uzayda Dalga yayılımı	34
5.1.2. Kararlılık Kriteri	39
5.1.3. Simülasyon Sonuçları	39
5.2. Tek Boyutta Sınır Şartları	41
5.2.1. Simülasyon Sonuçları	42
5.3. Dielektrik Ortamda Dalga Yayılımı	43
5.3.1. Simülasyon Sonuçları	44
KAYNAKLAR	45

ŞEKİLLER LİSTESİ

2.1	Elektromanyetik Dalganın E ve H Bileşenleri	6
2.2	Frekans ve Dalga Boyu Arasındaki İlişki	6
2.3	Frekans Spektrumu	7
4.1	Yıllara Göre Yayın Sayısı	19
4.2	Yee Hücresi	20
4.3	FDTD Algoritması	22
4.4	Birim Yee Hücresi	25
4.5	Gauss Darbesi	30
4.6	Parametrelerin Gauss Darbesine Etkisi	30
4.7	Gauss Darbesi ve Fourier Dönüşümü	32
5.1	FDTD Formülasyonunda E ve H alanlarının uzayda ve zamanda birbirine bağlantısı	36
5.2	100 Zaman Adımı Sonunda Serbest Uzayda Gauss Darbesinin FDTD Simülasyonu	38
5.3	Sınır şartları yokken $T= 80, 100, 200, 300, 400, 500$ ve 15000 zaman adımı sonunda Gauss darbesinin durumu	40
5.4	Sınır şartları varken $T = 80, 100, 200, 225$ ve 250 zaman adımı sonunda Gauss Darbesinin Durumu	42
5.5	1 - 50 nolu hücreler arasında Dielektrik sabiti 4 olan bir malzeme varken, $T=80, 100, 140, 180, 250, 400$ ve 500 zaman adımı sonunda Gauss darbesinin durumu	44

SİMGELER

E	:Elektrik Alan
H	: Manyetik Alan
q	: Yük miktarı
ρ	: Yük Yoğunluğu
σ	: İletkenlik
μ	: Bağıl Geçirgenlik
λ	: Dalga Boyu
ϵ	: Dielektrik Sabiti
δ	: Deri Kalınlığı
c	: Işık Hızı
t	: Zaman
Δt	: Zaman Adımı

KISALTMALAR

ABC	: Absorbing Boundary Condition
FDTD	: Finite Difference Time Domain
FE	: Finite Element
MoM	: Method of Moment
PE	: Parabolic Equation
PML	: Perfectly Matched Layer
SDM	: Spectral Domain Method
TLM	: Transmission Line Matrix

1.GİRİŞ

Günümüz elektronik teknolojisi hızla ilerlemekte ve ihtiyaçlara göre pek çok yeni ürünler ve cihazlar ortaya çıkmaktadır. Yeni ortaya çıkan cihazların mevcut cihazlarla birlikte sorunsuz çalışabilmeleri için tasarım aşamasında pek çok kriter göz önüne alınmalıdır. Örneğin aynı mekanda cep telefonu, telsiz telefon, bilgisayar işlemcisi ve radyo gibi farklı frekans ve güçteki cihazların aynı anda çalışması sırasında kendilerinden beklenen işlevleri yerine getirebilmeleri beklenir. Bu amaçla araştırma ve tasarım mühendisleri tarafından bilgisayar destekli tasarım araçlarıyla sorunların kaynağı aranmalı ve çözümler üretilmelidir.

Elektromanyetik problemlerin çözümü için hem sorunların temelinde yatan fiziksel nedenler bilinmeli hem de kullanılan sayısal algoritmalar hakkında yeterli bilgiye sahip olunmalıdır. Elektromanyetik dalga propagasyonunun analizi için pekçok sayısal yöntem kullanılmakta olup herbir yöntem değişik problem gruplarına uygulanmaktadır.

Bu çalışmada tek boyutlu yapılarda elektromanyetik dalgaların yayılmasını modellemek amacıyla, zaman domeninde sonlu farklar (FDTD) metodunu kullanarak bir algoritma geliştirilmiştir.

Bu amaçla analiz edilecek olan tek boyutlu yapı için FDTD metodu yardımıyla diferansiyel formdaki Maxwell denklemleri doğrudan zaman domeninde ayrıklaştırılacaktır. Elde edilen elektrik ve manyetik alana ait ayrıklaştırılmış denklemler bilgisayar ortamında iteratif olarak çözdürülecek ve yapı içerisinde elektromanyetik dalgaların yayılmasına ait bilgiler elde edilecektir.

2. ELEKTROMANYETİK

2.1 Maxwell Denklemleri

Maxwell denklemleri uzayın herhangi bir noktasında ve zamanın herhangi bir anında elektrik ve manyetik alan değerlerini birbirine bağlar. Bu nedenle elektromanyetik dalgalar Maxwell denklemleriyle tanımlanır. Temel elektrik ve manyetizma yasaları kullanılarak elde edilmiş olan 4 adet Maxwell denklemi bulunmaktadır.

2.1.1 – Maxwell Denklemlerinin Elde Edilmesi

- ◆ Gauss Yasasına göre bir yüzey parçası üzerindeki \vec{E} alanının akısı ($\int \vec{E} \cdot d\vec{S}$), o yüzeyi kesen çizgilerin sayısıyla orantılıdır. Burada, bir yükü çevreleyen kapalı bir yüzeyden geçen akı q/ϵ_0 ile verilir. Böylece,

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q}{\epsilon_0} \quad (2.1)$$

olur.

Burada q yükü kapalı yüzey içinde kalan yüklerin toplamıdır. Bu yüzeyin dışında kalan bir yükün akıya katkısı sıfır olur çünkü, bu yüklerin alan çizgileri yüzeyin bir yerinden girip, başka bir yerinden çıkarlar.

Gauss yasasında verilen (2.1) ifadesine diverjans teoremi uygulanırsa,

$$\oint_{\text{yüzey}} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int_{\text{hacim}} (\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) \cdot dV = \frac{q}{\epsilon_0} \quad (2.2)$$

olur. Burada $q = \int \rho \cdot dV$ olduğundan,

$$\int (\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) \cdot dV = \frac{\int \rho \cdot dV}{\epsilon_0} \quad (2.3)$$

olur.

Böylece 1.Maxwell Denklemi

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (2.4)$$

olarak elde edilir.

- ◆ Manyetizma için Gauss kanunu, doğada izole edilmiş manyetik kutupların var olamayacağını gösterir. Yani herhangi bir kapalı yüzey boyunca manyetik akı sıfırdır.

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 \quad (2.5)$$

Bu ifade için diverjans teoremi alınırsa 2.Maxwell denklemi aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (2.6)$$

- ◆ Faraday kanununa göre, sabit bir manyetik alan içinde hareket ettirilen iletken çerçevede indüklenen gerilim,

$$\epsilon = -\frac{d\phi}{dt} \quad (2.7)$$

ile verilir.

Faraday kanununun integral ifadesi

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = -\frac{d\phi}{dt} \quad (2.8)$$

olduğundan, (2.8) denkleminde Stokes teoremi uygulanırsa ;

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = \int (\vec{\nabla} \times \vec{E}) \cdot d\vec{S} \quad (2.9)$$

ve

$$-\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d}{dt} \int \vec{B} \cdot d\vec{S} \quad (2.10)$$

olur. Böylece 3. Maxwell denklemi aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2.11)$$

Buna göre manyetik alanın zamana bağlı değişimi elektrik alan meydana getirir.

◆ Amper kanununa göre

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 \cdot I \quad (2.12)$$

dır. Burada $I = \int_s \vec{J} \cdot d\vec{S}$ olduğundan, Stokes teoremine göre,

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \int (\vec{\nabla} \times \vec{B}) \cdot d\vec{S} = \mu_0 \cdot \int \vec{J} \cdot d\vec{S} \quad (2.13)$$

olur. Buradan 4. Maxwell denklemi aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \cdot \vec{J} + \mu_0 \cdot \epsilon_0 \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (2.14)$$

Buna göre manyetik alanın oluşması için ya elektrik alanının zamana bağlı olarak değişmesi ya da bir akımın varlığı gereklidir.

Böylece 4 adet Maxwell denklemi (2.4), (2.6), (2.11) ve (2.14) denklemlerindeki gibi edilmiş olur. Bunlar,

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \cdot \vec{J} + \mu_0 \cdot \epsilon_0 \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

Boşlukta ρ yük yoğunluğu ve J akım yoğunluğu sıfır olduğundan Maxwell denklemleri aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0 \quad (2.15)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2.16)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (2.17)$$

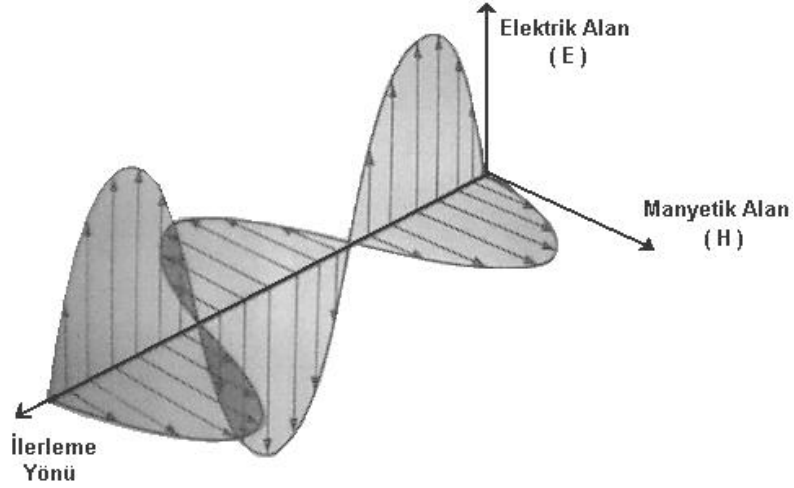
$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \cdot \epsilon_0 \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (2.18)$$

2.2 – Elektromanyetik Dalgalar

Durgun bir yük sadece E elektrik alanı oluştururken, hareketli bir yük elektrik alana ek olarak bir de manyetik alan oluşturur. Eğer zamanla değişim yoksa , elektrik alan ve manyetik alan birbirlerinden bağımsız olarak bulunabilirler. Yani durgun bir yük veya düzgün doğrusal hareket yapan bir yük , elektromanyetik dalga yayınlamaz.

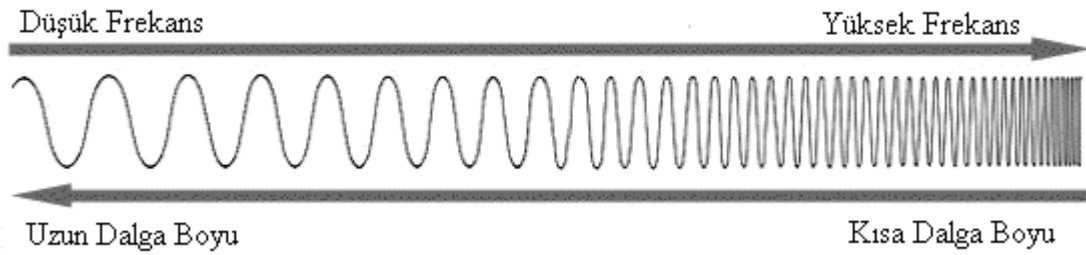
Elektromanyetik dalga oluşması için yükün ivmelenmesi gerekir. Zamanla değişim gösteren durumlarda , elektrik alan ve manyetik alan birbirine tamamen bağlıdır. Yani elektrik alan değişimi manyetik alan oluşturur, manyetik alan değişimi de elektrik alan oluşturur.

Değişken bir elektrik alanına her zaman bir manyetik alan, değişken bir manyetik alana da her zaman bir elektrik alan eşlik eder. Boşlukta bu iki alan birbirine diktir ve elektromanyetik dalga, doğrultusu her iki alana da dik olacak şekilde yayılır. (Şekil 2.1)



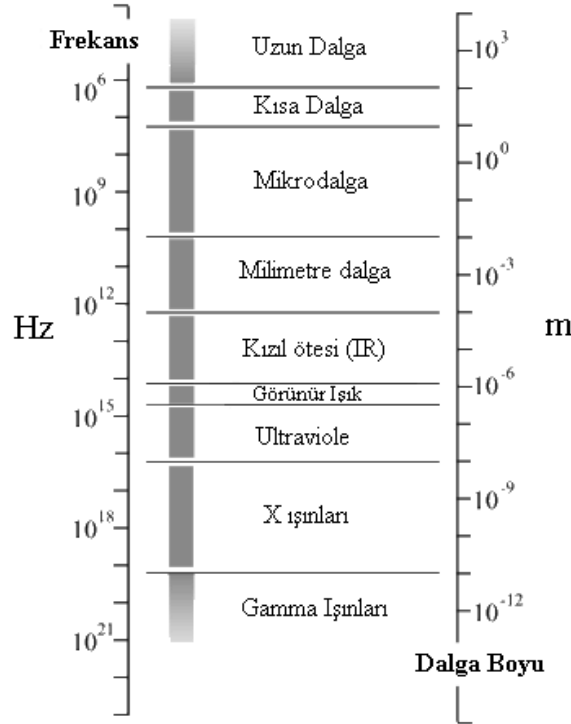
Şekil 2.1 : Elektromanyetik dalganın E ve H bileşenleri.

Elektromanyetik dalgalar boşlukta ışık hızıyla yayılır ve Maxwell denklemleriyle tanımlanır. Elektromanyetik dalgaların farklılığı dalga boylarının farklı olmasından kaynaklanır. $\lambda = c/f$ bağıntısına göre frekans arttıkça dalga boyu küçülür, frekans azaldıkça dalga boyu büyür. (Şekil 2.2)



Şekil 2.2 : Frekans ve dalga boyu arasındaki ilişki

Elektromanyetik spektrum geniş bir frekans aralığını kapsar.(Şekil 2.3) Bütün elektromanyetik dalgalar, spektrumun hangi bölgesinde olursa olsun daima ışık hızında hareket eder. Gama ışınları, X ışınları, morötesi ışınlar (ultraviole), infrared, mikrodalga, radyo dalgaları, televizyon ve radar dalgaları gibi çeşitleri vardır. Bu da 100 Hz ile 10^{22} Hz arasında geniş bir frekans bandı demektir.



Şekil 2.3 : Frekans Spektrumu

2.2.1 - Dalga Denkleminin Çıkartılması

Maxwell denklemlerindeki $\vec{\nabla} \times \vec{E}$ ve $\vec{\nabla} \times \vec{B}$ ifadelerinin sırasıyla rotasyonelleri alınırsa ;

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E}) = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E} = \vec{\nabla} \times \left(-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right) \quad (2.19)$$

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}) = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{B}) - \nabla^2 \vec{B} = \vec{\nabla} \times \left(\mu_0 \cdot \vec{J} + \mu_0 \cdot \epsilon_0 \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) \quad (2.20)$$

elde edilir.

Maxwell denklemlerine ait bağıntılar yerlerine konursa dalga denklemleri ,

$$\nabla^2 \vec{E} - \mu_0 \cdot \epsilon_0 \cdot \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \frac{\vec{\nabla} \rho}{\epsilon_0} + \mu_0 \cdot \frac{\partial \vec{J}}{\partial t} \quad (2.21)$$

$$\nabla^2 \vec{B} - \mu_0 \cdot \epsilon_0 \cdot \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = -\mu_0 \cdot \vec{\nabla} \times \vec{J} \quad (2.22)$$

olarak elde edilir. Denklemlerin sağ tarafı kaynak terimleridir.

Eğer kaynak terimleri yoksa , yani $\rho = 0$ ve $J = 0$ ise ;

$$\nabla^2 \vec{E} - \epsilon_0 \cdot \mu_0 \cdot \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (2.23)$$

$$\nabla^2 \vec{B} - \epsilon_0 \cdot \mu_0 \cdot \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = 0 \quad (2.24)$$

elde edilir.

Bu denklemler $\nabla^2 f - \frac{1}{v^2} \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = 0$ gibi bir klasik dalga denklemi olup, v hızıyla ilerleyen bir dalganın hareketini belirler.

E ve B için ayrı ayrı elde edilen dalga denklemlerinde v hızının değeri, boşlukta

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \cdot \mu_0}} = 3.10^8 \text{ m/sn.} \quad (2.25)$$

bulunur.

Bu hız, ışık hızına eşittir ve elektromanyetik dalganın ışık hızında yayıldığını gösterir. Öyleyse, ışık da bir elektromanyetik dalgadır.

Homojen, izotropik, lineer ve durağan ortamlarda yani HİLS medyası içinde dalga denklemleri şöyle olur.

$$\nabla^2 \vec{E} - \varepsilon \cdot \mu \cdot \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \frac{\vec{\nabla} \rho_f}{\varepsilon} + \mu \cdot \frac{\partial \vec{J}_f}{\partial t} \quad (2.26)$$

$$\nabla^2 \vec{B} - \varepsilon \cdot \mu \cdot \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = -\mu \cdot \vec{\nabla} \times \vec{J}_f \quad (2.27)$$

Madde içinde serbest yük ve serbest akım yoğunluğu bulunmuyorsa ;

$$\nabla^2 \vec{E} - \varepsilon \cdot \mu \cdot \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (2.28)$$

$$\nabla^2 \vec{B} - \varepsilon \cdot \mu \cdot \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = 0 \quad (2.29)$$

elde edilir. Burada dalga hızı

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \cdot \mu}} \quad (2.30)$$

olur.

$\varepsilon = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r$ ve $\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$ olduğundan, elektromanyetik dalganın yayılma hızı, maddenin elektrik ve manyetik özelliklerine bağlıdır ve bu hız, elektromanyetik dalganın boşluktaki hızı olan ışık hızından daha küçüktür.

2.2.2 - Düzgün Düzlemsel Elektromanyetik Dalgalar

Alan bileşenleri, yayılma doğrultusuna dik bir düzlem içinde bulunan dalgalara düzlem dalgalar denir.

z yönünde ilerleyen bir sinüsoidal dalgayı ele alalım. Bu dalga lineer polarize edilmiş düzlemsel dalga olsun. O halde ;

$$\vec{E} = E_m \cdot e^{j(\omega t - kz)} \quad (2.31)$$

$$\vec{H} = H_m \cdot e^{j(\omega t - kz)} \quad (2.32)$$

olur. Burada dalga numarası

$$k = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi f}{\lambda f} = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (2.33)$$

ile verilir. Burada, v : Faz hızı , λ : Dalga boyu , k : Dalga numarası 'dır.

z yönünde ilerleyen bir dalga x ve y 'ye bağımlı olmadığı için $\frac{\partial}{\partial x}$ ve $\frac{\partial}{\partial y}$ kısmi türevleri sıfır olur.

Bu durumda $\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial}{\partial y} \hat{y} + \frac{\partial}{\partial z} \hat{z}$ ifadesi , $\vec{\nabla} = -j.k.\hat{z}$ haline gelir.

Boşlukta $\rho_f = 0$ dir. $\sigma \neq 0$ ise $\vec{J}_f = \sigma \cdot \vec{E}$ olur.

Bu durumda Maxwell denklemleri aşağıdaki hali alır.

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0 \quad (2.34) \quad \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\mu \cdot \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad (2.35)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{H} = 0 \quad (2.36) \quad \vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J}_f + \epsilon \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \sigma \cdot \vec{E} + \epsilon \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (2.37)$$

$\vec{\nabla}$ yerine $-j.k.\hat{z}$ konulursa ;

$$-j.k.\hat{z}.\vec{E} = 0 \quad (2.38)$$

$$-j.k.\hat{z} \times \vec{E} = -\mu \cdot (j\omega\vec{H}) \quad (2.39)$$

$$-j.k.\hat{z}.\vec{H} = 0 \quad (2.40)$$

$$-j.k.\hat{z} \times \vec{H} = \sigma \cdot \vec{E} + \varepsilon \cdot (j\omega\vec{E}) = (\sigma + j\omega\varepsilon).\vec{E} \quad (2.41)$$

elde edilir. Bu durumda,

$$\vec{H} = \frac{-j.k.\hat{z} \times \vec{E}}{-j\omega\mu} = \frac{k.\hat{z} \times \vec{E}}{\omega\mu} \Rightarrow \vec{H} = \frac{k}{\omega\mu} \cdot \hat{z} \times \vec{E} \quad (2.42)$$

ve

$$\vec{E} = \frac{-j.k.\hat{z} \times \vec{H}}{\sigma + j\omega\varepsilon} = \frac{-k}{\omega\varepsilon - j\sigma} \cdot \hat{z} \times \vec{H} \Rightarrow \vec{E} = \frac{-k}{\omega\varepsilon - j\sigma} \cdot \hat{z} \times \vec{H} \quad (2.43)$$

olur.

Buradan görüldüğü gibi \vec{E} ve \vec{H} alanları, birbirlerine ve dalganın ilerleme yönüne diktir.

2.2.3 - Karakteristik Empedans

$\frac{E}{H}$ oranına, karakteristik empedans denir ve Z ile gösterilir.

$$Z = \frac{E}{H} = \frac{k}{\omega\varepsilon - j\sigma} = \frac{\omega\mu}{k} \quad (2.44)$$

olur. Buradan da,

$k = \frac{\omega}{v} \Rightarrow v = \frac{\omega}{k}$ elde edilir. Boşlukta dalga hızı $v = c$ olduğundan , $\frac{\omega}{k} = c$ bulunabilir.

Boşluğun karakteristik empedansı ise,

$$Z_0 = \frac{\omega\mu_0}{k} = \frac{\omega}{k} \cdot \mu_0 = c \cdot \mu_0 = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \cdot \mu_0}} \cdot \mu_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = \sqrt{\frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{8,85 \cdot 10^{-12}}} = 377\Omega \quad (2.45)$$

dir.

2.2.4 - Dalga Numarası

(2.44) ifadesinden

$$k^2 = \omega\mu \cdot (\omega\epsilon - j\sigma) = \omega^2\epsilon\mu - j\sigma\omega\mu \quad (2.46)$$

bulunur. Buradan da

$$k^2 = \omega^2\epsilon\mu \cdot (1 - j\frac{\sigma}{\omega\epsilon}) \quad (2.47)$$

elde edilir.

Buradaki $\frac{\sigma}{\omega\epsilon}$ terimi, zayıflama katsayısıdır. Bu terim, Joule kayıplarını verir ve frekansla ters orantılı olduğundan yüksek frekanslarda ihmal edilebilir.

2.2.5 - Boşlukta Düzgün Düzlemsel Dalgalar

Boşlukta $\epsilon_r = 1$, $\mu_r = 1$ ve $\sigma = 0$ 'dır. σ sıfır olduğu için, elektromanyetik dalga ilerlerken genliğinde bir değişiklik olmaz. Yani, boşlukta zayıflama sıfırdır.

J akım yoğunluğu ve ρ yük yoğunluğunun olmadığı bölgede (2.16) ve (2.18) denklemlerine göre ,

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -j\omega\mu_0 \cdot \vec{H} \quad (2.48)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = j\omega\epsilon_0 \cdot \vec{E} \quad (2.49)$$

elde edilir.

(2.48) denkleminin tekrar rotasyoneli alınırsa ,

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E}) = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E} = \vec{\nabla} \times (-\mu_0 \cdot \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}) = -\mu_0 \cdot \frac{\partial}{\partial t} (\vec{\nabla} \times \vec{H}) = -\mu_0 \cdot \frac{\partial}{\partial t} (\epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t})$$

bulunur. Böylece

$$\nabla^2 \vec{E} = \mu_0 \cdot \epsilon_0 \cdot \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad (2.50)$$

olur. Bu denklemdeki 2.dereceden türev operatörü düzenlenerek yazılırsa ,

$$\nabla^2 \vec{E} = \mu_0 \cdot \epsilon_0 \cdot \frac{\partial}{\partial t} (j\omega \vec{E}) = \mu_0 \cdot \epsilon_0 \cdot (-\omega^2 \cdot \vec{E}) \quad (2.51)$$

elde edilir ve

$$\nabla^2 \vec{E} + \omega^2 \epsilon_0 \mu_0 \cdot \vec{E} = 0 \quad (2.52)$$

olur. Bu dalga denkleminin Helmholtz denklemi denir.

$$k^2 = \omega^2 \epsilon_0 \mu_0 \quad (2.53)$$

alınır

$$\nabla^2 \vec{E} + k^2 \cdot \vec{E} = 0 \quad (2.54)$$

elde edilir.

Bu denklemin basit bir çözümü,

$$\vec{E} = E_0 \cdot e^{-jkz} \quad (2.55)$$

ise;

$$\vec{E}(z, t) = \text{Re}(\vec{E} \cdot e^{j\omega t}) = E_0 \cdot \text{Cos}(\omega t - kz) \quad (2.56)$$

olur.

(2.56) denkleminde, boşlukta yayılan düzgün düzlemsel dalganın genliğinin değişmediği anlaşılmaktadır.

2.2.6 - Yalıtkan Ortamda Düzgün Düzlemsel Dalgalar

(2.28) ve (2.29) denklemlerine göre

$$\nabla^2 \vec{E} + \omega^2 \epsilon \mu \cdot \vec{E} = 0 \quad (2.57)$$

olur. Burada $\beta^2 = \omega^2 \mu \epsilon$ denilirse ;

$$\nabla^2 \vec{E} + \beta^2 \cdot \vec{E} = 0 \quad (2.58)$$

bulunur. Bu denklemin çözümü

$$\vec{E} = E_0 \cdot e^{-j\beta z} \quad (2.59)$$

dir. Buna göre ,

$$\vec{E}(z, t) = \text{Re}(\vec{E} \cdot e^{j\omega t}) = E_0 \cdot \text{Cos}(\omega t - \beta z) \quad (2.60)$$

çıkar.

Burada β faz sabitidir. $\beta = \omega\sqrt{\mu\epsilon}$ 'dir.

$$\beta = \frac{\omega}{v} \Rightarrow v = \frac{\omega}{\beta} = \frac{\omega}{\omega\sqrt{\mu\epsilon}} = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}} = \frac{c}{\sqrt{\mu_r \epsilon_r}} \quad (2.61)$$

elde edilir.

Yani, tamamen yalıtkan ortamda yayılan elektromanyetik dalganın hızı, maddenin elektrik ve manyetik özelliklerine bağlıdır. Bu hız ışık hızından daha düşüktür.

2.2.7 - İletken Ortamda Düzgün Düzlemsel Dalgalar

İletken ortamlarda $\sigma \neq 0$ 'dır. Dolayısıyla (2.11) ve (2.14) denklemlerine göre

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -j\omega\mu\vec{H} \quad (2.62)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \sigma\vec{E} + j\omega\epsilon\vec{E} \quad (2.63)$$

elde edilir.

(2.62) denkleminin tekrar rotasyoneli alınırsa ,

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E}) = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E} = \vec{\nabla} \times (-\mu \cdot \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}) = -\mu \cdot \frac{\partial}{\partial t} (\vec{\nabla} \times \vec{H}) \quad (2.64)$$

olur. Böylece

$$\nabla^2 \vec{E} = j\omega\mu(\sigma + j\omega\varepsilon)\vec{E} \quad (2.65)$$

elde edilir.

$$\gamma^2 = j\omega\mu(\sigma + j\omega\varepsilon) \quad (2.66)$$

denilirse,

$$\nabla^2 \vec{E} + \gamma^2 \cdot \vec{E} = 0 \quad (2.67)$$

elde edilir. Bu denklemin çözümü ;

$$\vec{E} = E_0 \cdot e^{-\gamma z} \quad (2.68)$$

olur. $\gamma = \alpha + j\beta$ ise

$$\vec{E}(z, t) = \text{Re}(\vec{E} \cdot e^{j\omega t}) = \text{Re}(E_0 \cdot e^{-(\alpha + j\beta)z} \cdot e^{j\omega t}) \quad (2.69)$$

olur. Böylece,

$$\vec{E}(z, t) = E_0 \cdot e^{-\alpha z} \cdot \text{Cos}(\omega t - \beta z) \quad (2.70)$$

elde edilir.

Buna göre, iletken malzemelerde alan şiddeti, exponansiyel olarak azalır.

$\gamma^2 = j\omega\mu(\sigma + j\omega\varepsilon)$ ifadesinde $\gamma = \alpha + j\beta$ yazılabilir.

İyi iletkenlerde

$$\alpha \cong \beta = \sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}} \quad (2.71)$$

olur. δ ile gösterilen deri kalınlığı ya da dalma derinliği, genliğin ilk değerinin $\frac{1}{e}$ 'sine düştüğü değerdir ve elektromanyetik dalganın iletken içine ne kadar nüfuz edebildiğinin bir ölçüsüdür.

$$\delta = \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{\beta} \quad (2.72)$$

ile ifade edilir.

İletken malzemede ilerleyen dalganın dalga boyu ;

$$\beta = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi f}{\lambda f} = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{\beta} \Rightarrow \lambda = 2\pi\delta \quad (2.73)$$

elde edilir.

İyi iletken malzemeler yüksek iletkenlikli olup , büyük iletim akımına sahiptirler. Bu tip malzemelerde omik kayıpların sürekli mevcut olması nedeniyle dalga ilerledikçe enerjisini kaybeder.

3. SAYISAL YÖNTEMLER

Elektromanyetik problemlerin çözümünde analitik yöntemler, sayısal yöntemler ve deney sonuçları kullanılmaktadır. Bilgisayar hızlarının ve hafızalarının yeterli olmadığı yıllarda, analitik yöntemlere ağırlık verilmiş ve bir çok problem incelenmiştir. Analitik çözüm elde etmenin mümkün olmadığı yapılar için ise deneysel yöntemler ve ölçümler tercih edilmiştir.

1980'lerde bilgisayar teknolojilerindeki gelişmelere paralel olarak karmaşık yapıların analizinde sayısal yöntemler kullanılmaya başlanmıştır. 1990'lardan itibaren doğru, verimli ve hızlı çözümler üretebilecek algoritmalar geliştirmeye yönelik çalışmalar yapılmaktadır.

Elektromanyetik problemlerin çözümünde kullanılan pek çok sayısal yöntem bulunmaktadır. Bu yöntemlerden bazıları problemi zaman domeninde, bazıları da frekans domeninde çözer. Her yöntem ancak belli koşullarda doğru sonuçlar verdiği için, bütün elektromanyetik problemlerin çözümünde kullanılabilecek bir yöntem bulunmamaktadır.

Sayısal yöntemler aşağıdaki gibi sıralanabilir.

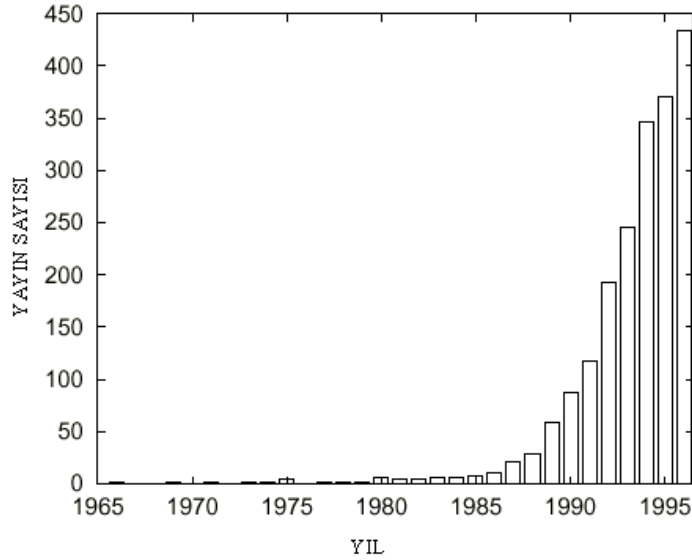
- ◆ Zaman Domeninde Sonlu Farklar (FDTD) Metodu
- ◆ İletim Hattı Matrisi (TLM) Metodu
- ◆ Sonlu Elemanlar (FE) Metodu
- ◆ Parabolik Denklem (PE) Metodu
- ◆ Moment (MoM) Metodu
- ◆ Spektral Domen (SDM) Metodu

4 – ZAMAN DOMENİNDE SONLU FARKLAR METODU (FDTD)

4.1 – Giriş

Zaman Domeninde Sonlu Farklar (FDTD) yöntemi, elektromanyetik problemlerin çözümünde kullanılan en popüler sayısal yöntemlerden biridir. FDTD metodu 30 yılı aşkın bir süredir varolmasına rağmen, bilgisayar fiyatları düşmeye devam ettikçe, metodun popülaritesi artmaya devam edecektir. Ayrıca metodun geliştirilmesine yönelik yayınların artması da metodun çekiciliğini artırmaktadır. FDTD ile ilgili araştırma faaliyetlerinin çok fazla olmasından dolayı, FDTD literatürünün izlenmesi zor bir iştir.

İlk defa 1966'da Yee (Yee, 1966) tarafından ortaya atılan FDTD metodu, Maxwell denklemlerinin diferansiyel formunu ayrıklaştırmaya yarayan sade ve şık bir yöntemdir. Bununla birlikte orijinal FDTD metodundaki sorunlar, işlemci fiyatlarının azalmasıyla beraber azaltılmakta böylece metoda olan ilgi artmaktadır. Gerçekten FDTD metodu ile ilgili yayınların sayısı Şekil 4.1'de görüldüğü gibi son 10 yılda yaklaşık eksponansiyel olarak artmıştır.



Şekil 4.1 : Yıllara göre Yayın Sayısı

4.2 – FDTD Yöntemi

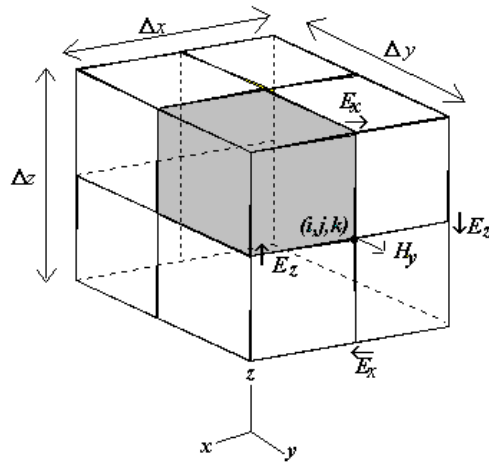
FDTD yöntemi , “ zaman domeninde sonlu farklar ” yöntemi olarak bilinir ve diferansiyel formdaki Maxwell denklemlerinin doğrudan zaman domeninde ayrıklaştırılıp çözülmesi esasına dayanır (Yee, 1966). İlk defa 1966 yılında Kane Yee tarafından ortaya atılan bu yöntem, uzayın seçilen ayrık noktalarında üç elektrik alan ve üç manyetik alan bileşeninin hesaplanabilmesini sağlar.

Karmaşık olmasına rağmen , Maxwell denklemlerinin anlaşılmasını sağlamak ve bilgisayarda işlemleri yürütmek için denklemlerin uygun bir forma dönüştürülmesi gerekir. İzole edilmiş yüklerin ve akımların olmadığı bir uzay bölgesi ele alınırsa Maxwell denklemleri şöyle yazılabilir.

$$\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = -\frac{1}{\mu} \cdot \vec{\nabla} \times \vec{E} \quad (4.1)$$

$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \vec{\nabla} \times \vec{H} \quad (4.2)$$

Bu işlemlerin anlaşılması için , şekil 4.2’de görüldüğü gibi alanları uzayda sürekli olarak ele almaktansa ayrık olarak ele almak daha yararlıdır.



Şekil 4.2 : Yee Hücresi

Şekil 4.2, $\Delta x \times \Delta y \times \Delta z$ boyutlarındaki birim Yee hücrelerini gösterir. Şekle bakılırsa ∇ operatörü kolayca yorumlanabilir. Şekil 4.2’de (i,j,k) noktasına yerleştirilmiş H_y çevresindeki 4 adet E elemanı saat yönünde yol izlemektedir. Bu nedenle curl (rotasyonel)’e sahiptir. Eğer bir E_x ve bir E_z ’nin yönü tersine çevrilmiş olsaydı rotasyonel sıfır olurdu.

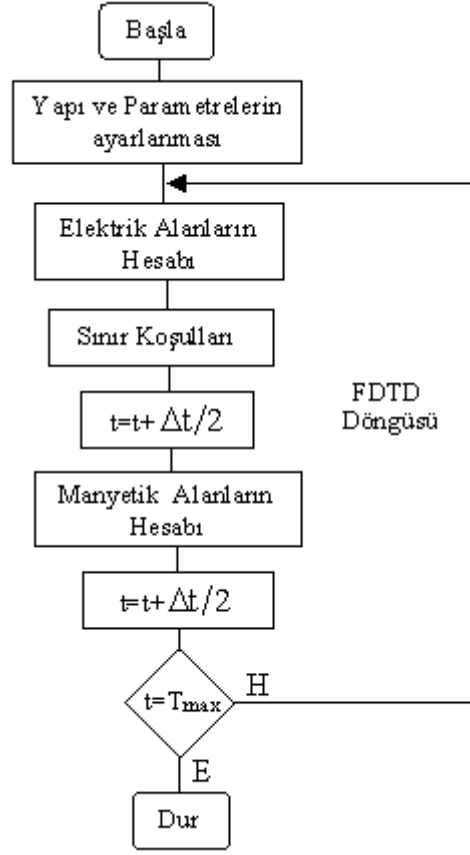
Denklemlere göre H_y alanının değeri $\frac{1}{\mu}$ ile , E alanının değeri ise $\frac{1}{\varepsilon}$ ile verilen orantı sabitine bağlı olarak değişir. Burada μ , birim hücredeki malzemenin manyetik geçirgenliğini , ε ise malzemenin dielektrik sabitini gösterir.

Eğer zaman Δt uzunluğunda ayırık adımlara ayrılırsa , şimdiki zamanda hesaplanan alan değerleri ,önceki değerlere göre artar veya azalır.

4.3 – FDTD Algoritması

Gerçek bir problemde malzeme, herbiri bir μ ve ε değerine sahip olan ve uygun bir şekilde boyutlandırılmış Yee hücrelerine bölünerek kolayca analiz edilebilir. Alan elemanlarının hepsi için başlangıç değeri verilir. Daha sonra uygun bir cevap elde edilene kadar , alan denklemleri iteratif olarak hesaplanır

E değerleri $t = n \cdot \Delta t$ ’de ve H değerleri $t = (n + \frac{1}{2}) \cdot \Delta t$ ’ de güncelleştirilir. Ana döngü, zaman döngüsüdür ve seçilen maksimum zaman adımı tamamlanıncaya kadar ana zaman döngüsü çalıştırılır. (Şekil 4.3)



Şekil 4.3 : FDTD Algoritması

4.4 – FDTD Formülasyonu

Maxwell denklemlerindeki E ve B alanları için rotasyonel bağıntıları yazılırsa,

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \text{ve} \quad \vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu\epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

elde edilir.

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = -\frac{1}{\mu} \cdot \vec{\nabla} \times \vec{E}$$

ve

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \vec{\nabla} \times \vec{H}$$

bulunur.

Elde edilen kısmi diferansiyel denklemlerde gerekli vektörel çarpımlar yapılırsa,

Manyetik alan ;

$$\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = -\frac{1}{\mu} \cdot \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix} = \frac{1}{\mu} \cdot \begin{pmatrix} \frac{\partial E_y}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial y} \\ \frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z} \\ \frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x} \end{pmatrix} \quad (4.3)$$

olur. Burada manyetik alanın 3 bileşeni vardır.

Elektrik alan ;

$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ H_x & H_y & H_z \end{vmatrix} = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \begin{pmatrix} \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} \\ \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} \\ \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \end{pmatrix} \quad (4.4)$$

olur. Burada elektrik alanın 3 bileşeni vardır.

Bunlar ;

$$\frac{\partial H_x}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \cdot \left(\frac{\partial E_y}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial y} \right) \quad (4.5)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \cdot \left(\frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z} \right) \quad (4.6)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \cdot \left(\frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x} \right) \quad (4.7)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \left(\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} \right) \quad (4.8)$$

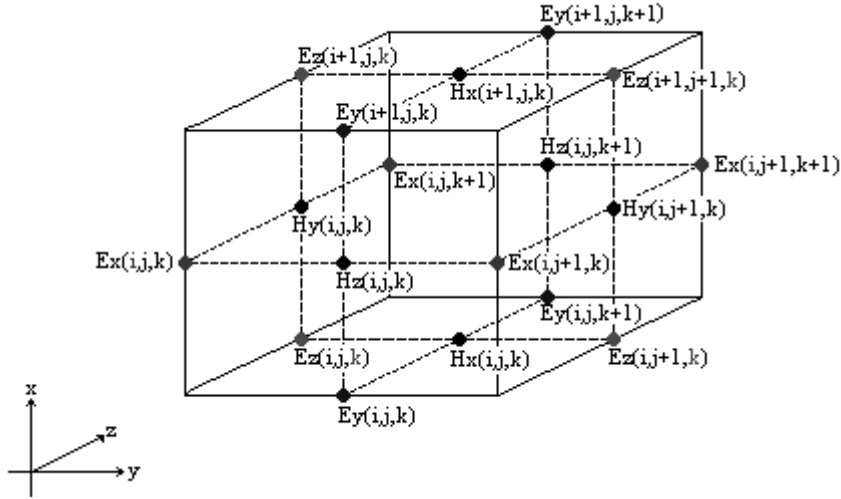
$$\frac{\partial E_y}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \left(\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} \right) \quad (4.9)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) \quad (4.10)$$

şeklinde yazılabilir.

Böylece elektrik ve manyetik alana ait üçer bileşen elde edilmiş olur. Uzayın herhangi bir noktasındaki elektrik ve manyetik alan bileşenleri birbirlerine tamamen bağlıdır ve bu bağlılık ortamın manyetik geçirgenliği ve dielektrik sabitiyle de ilgilidir.

Elde edilen bu 6 adet denklem zamana bağlıdır. Bu denklemlerin bilgisayar ortamında çözülebilmesi için ayrıklaştırılması gerekir. FDTD yönteminde üç boyutlu problemlerde uzaydaki ayrıklaştırma, Yee tarafından önerilen Şekil 3'deki birim hücre kullanılarak gerçekleştirilir (Yee, 1966).



Şekil 4.4 : Birim Yee Hücresi

Bu amaçla Taylor serisinden faydalanılarak merkezi sonlu farklar açılımı yapılır. Burada $u(i.\Delta x, j.\Delta y, k.\Delta z) = u_{i,j,k}^n$ anlamına gelir.

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{u^n(i + \frac{1}{2}, j, k) - u^n(i - \frac{1}{2}, j, k)}{\Delta x} \quad (4.11)$$

konumda ayrıklaştırmayı sağlar.

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{u^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) - u^{n-\frac{1}{2}}(i, j, k)}{\Delta t} \quad (4.12)$$

ise zamanda ayrıklaştırmayı sağlar.

3 adet manyetik alan ve 3 adet elektrik alan denklemi üzerinde konum ve zamanda ayırıklaştırma yapılırsa, manyetik alan için

$$\frac{H_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) - H_x^{n-\frac{1}{2}}(i, j, k)}{\Delta t} = \frac{1}{\mu} \left[\frac{E_y^n(i, j, k + \frac{1}{2}) - E_y^n(i, j, k - \frac{1}{2})}{\Delta z} - \frac{E_z^n(i, j + \frac{1}{2}, k) - E_z^n(i, j - \frac{1}{2}, k)}{\Delta y} \right] \quad (4.13)$$

$$\frac{H_y^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) - H_y^{n-\frac{1}{2}}(i, j, k)}{\Delta t} = \frac{1}{\mu} \left[\frac{E_z^n(i + \frac{1}{2}, j, k) - E_z^n(i - \frac{1}{2}, j, k)}{\Delta x} - \frac{E_x^n(i, j, k + \frac{1}{2}) - E_x^n(i, j, k - \frac{1}{2})}{\Delta z} \right] \quad (4.14)$$

$$\frac{H_z^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) - H_z^{n-\frac{1}{2}}(i, j, k)}{\Delta t} = \frac{1}{\mu} \left[\frac{E_x^n(i, j + \frac{1}{2}, k) - E_x^n(i, j - \frac{1}{2}, k)}{\Delta y} - \frac{E_y^n(i + \frac{1}{2}, j, k) - E_y^n(i - \frac{1}{2}, j, k)}{\Delta x} \right] \quad (4.15)$$

ve elektrik alan için

$$\frac{E_x^{n+1}(i, j, k) - E_x^n(i, j, k)}{\Delta t} = \frac{1}{\varepsilon} \left[\frac{H_z^{n+\frac{1}{2}}(i, j + \frac{1}{2}, k) - H_z^{n+\frac{1}{2}}(i, j - \frac{1}{2}, k)}{\Delta y} - \frac{H_y^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k + \frac{1}{2}) - H_y^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k - \frac{1}{2})}{\Delta z} \right] \quad (4.16)$$

$$\frac{E_y^{n+1}(i, j, k) - E_y^n(i, j, k)}{\Delta t} = \frac{1}{\varepsilon} \left[\frac{H_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k + \frac{1}{2}) - H_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k - \frac{1}{2})}{\Delta z} - \frac{H_z^{n+\frac{1}{2}}(i + \frac{1}{2}, j, k) - H_z^{n+\frac{1}{2}}(i - \frac{1}{2}, j, k)}{\Delta x} \right] \quad (4.17)$$

$$\frac{E_z^{n+1}(i, j, k) - E_z^n(i, j, k)}{\Delta t} = \frac{1}{\varepsilon} \left[\frac{H_y^{n+\frac{1}{2}}(i + \frac{1}{2}, j, k) - H_y^{n+\frac{1}{2}}(i - \frac{1}{2}, j, k)}{\Delta x} - \frac{H_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j + \frac{1}{2}, k) - H_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j - \frac{1}{2}, k)}{\Delta y} \right] \quad (4.18)$$

elde edilir.

Bu 6 adet denklemde gerekli düzenlemeler yapılırsa manyetik alan için

$$H_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) = H_x^{n-\frac{1}{2}}(i, j, k) + \frac{\Delta t}{\mu} \left[\frac{E_y^n(i, j, k + \frac{1}{2}) - E_y^n(i, j, k - \frac{1}{2})}{\Delta z} - \frac{E_z^n(i, j + \frac{1}{2}, k) - E_z^n(i, j - \frac{1}{2}, k)}{\Delta y} \right] \quad (4.19)$$

$$H_y^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) = H_y^{n-\frac{1}{2}}(i, j, k) + \frac{\Delta t}{\mu} \left[\frac{E_z^n(i + \frac{1}{2}, j, k) - E_z^n(i - \frac{1}{2}, j, k)}{\Delta x} - \frac{E_x^n(i, j, k + \frac{1}{2}) - E_x^n(i, j, k - \frac{1}{2})}{\Delta z} \right] \quad (4.20)$$

$$H_z^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) = H_z^{n-\frac{1}{2}}(i, j, k) + \frac{\Delta t}{\mu} \left[\frac{E_x^n(i, j + \frac{1}{2}, k) - E_x^n(i, j - \frac{1}{2}, k)}{\Delta y} - \frac{E_y^n(i + \frac{1}{2}, j, k) - E_y^n(i - \frac{1}{2}, j, k)}{\Delta x} \right] \quad (4.21)$$

ve elektrik alan için

$$E_x^{n+1}(i, j, k) = E_x^n(i, j, k) + \frac{\Delta t}{\varepsilon} \left[\frac{H_z^{n+\frac{1}{2}}(i, j + \frac{1}{2}, k) - H_z^{n+\frac{1}{2}}(i, j - \frac{1}{2}, k)}{\Delta y} - \frac{H_y^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k + \frac{1}{2}) - H_y^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k - \frac{1}{2})}{\Delta z} \right] \quad (4.22)$$

$$E_y^{n+1}(i, j, k) = E_y^n(i, j, k) + \frac{\Delta t}{\varepsilon} \left[\frac{H_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k + \frac{1}{2}) - H_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k - \frac{1}{2})}{\Delta z} - \frac{H_z^{n+\frac{1}{2}}(i + \frac{1}{2}, j, k) - H_z^{n+\frac{1}{2}}(i - \frac{1}{2}, j, k)}{\Delta x} \right] \quad (4.23)$$

$$E_z^{n+1}(i, j, k) = E_z^n(i, j, k) + \frac{\Delta t}{\varepsilon} \left[\frac{H_y^{n+\frac{1}{2}}(i + \frac{1}{2}, j, k) - H_y^{n+\frac{1}{2}}(i - \frac{1}{2}, j, k)}{\Delta x} - \frac{H_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j + \frac{1}{2}, k) - H_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j - \frac{1}{2}, k)}{\Delta y} \right] \quad (4.24)$$

denklemleri bulunmuş olur.

4.5 – Kararlılık Kriteri

FDTD yönteminde hesaplama zaman adımı olan Δt , rastgele seçilemez (Yee,1966). Δt değeri Δx , Δy ve Δz 'ye bağlı olarak seçilmelidir. Bunlar arasındaki bağıntı;

$$\Delta t \leq \frac{1}{c \sqrt{\left(\frac{1}{\Delta x}\right)^2 + \left(\frac{1}{\Delta y}\right)^2 + \left(\frac{1}{\Delta z}\right)^2}} \quad (4.25)$$

ile verilir ve buna Courant şartı denir (Taflove ve Brodwin, 1975).

FDTD çözümünün kararlı olabilmesi için , seçilen zaman adımında dalganın maksimum ilerlemesi hücrenin boyutunu aşmamalıdır. Diğer bir deyişle, dalga hareketinin bir zaman adımında hücre içerisinde kalabilmesi için zaman adımı yeterince küçük seçilmelidir.

4.6 – Sınır Şartları

Açık bölge problemlerini modellemede ABC Emici Sınır Şartları, hesaplama alanını sınırlamak için sıkça kullanılır (Mur, 1981). Bu durumda hesaplama alanının dış sınırı boyunca elektrik alanın teğetsel bileşeni Yee algoritması kullanılarak güncellenmez. ABC sınır şartlarının önemsiz sayılabilecek düzeyde yansıma oluşturması için yapılan araştırmalar, (Mur, 1981; Higdon, 1986; Litva, 1992; Berenger, 1994) FDTD araştırmalarının en aktif alanlarından biridir ve olmaya devam edecektir. Popüler ABC sınır şartlarının çoğu, soğurucu malzeme kullananlar veya diferansiyel denklemlerden türetilenler olmak üzere guruplara ayrılmaktadır. 1994'te Berenger (Berenger, 1994) tarafından ileri sürülen PML (tam benzeşimli tabaka) tekniği, soğurucu malzeme olarak hesaba katılabilmektedir. Bununla birlikte formülasyonu, önceki sunulmuş ızgara sonlandırma tekniklerinden tamamen farklıdır. Uygulamada PML yaklaşımı, diğer ABC sınır şartlarının çoğundan daha doğru ve anlamlı sonuçlar vermektedir. Sonuçta PML tekniği, diğer tekniklerin karşılaştırma yapmak zorunda olduğu bir standart olmuştur.

4.7 – Alt Izgaralama (Subgridding)

FDTD yönteminde analiz edilecek olan yapı x , y ve z eksenleri boyunca binlerce küçük hücreye bölünür. Gerekli işlemlerden sonra, yapı içerisindeki elektromanyetik dalgaların ilerleyişi hakkında bilgiler elde edilir. Ancak elektrik ve manyetik alan değerlerinin fazla değişmediği yerlerde, yapının çok fazla hücreye bölünmesi işlem yükünü artırdığından dolayı gereksizdir. Bunun yerine alan değerlerinin hızlı değişim gösterdiği bölgelerde, köşelerde ve uç bölgelerde yapının daha fazla hücreye bölünmesiyle daha doğru ve verimli sonuçlar elde edilmektedir.

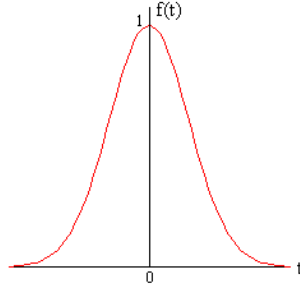
Alt ızgaralama tekniğinde, belirli bölümler problem uzayının geri kalan kısımlarından daha fazla hücreye bölünür. Bu teknik Yee, Kasher, Kim, Hoefler ve Zivanovic tarafından yapılan araştırmalarda ileri sürülmüştür (Yee, 1987; Kasher ve Yee, 1987; Kim ve Hoefler, 1990; Zivanovic, 1991). Bu tekniklerde temel sorun, büyük ve küçük boyutlu hücrelerin birleştirilmesinde ortaya çıkmaktadır.

Standart FDTD denklemleri bu iki ızgara arasındaki sınırdan uzak noktalarda güncellenir. Yee, Kasher, Kim ve Hoefler büyük ve küçük hücreler arasındaki sınırda alanın ilerleyişini sağlamak için, uzayda ve zamanda lineer bir enterpolasyon kullanmıştır. Monk, (Monk, 1987) alt ızgaralamanın hata analizini vermiştir. Zivanovic tarafından sunulan teknikte ızgaralar arasındaki sınırda alanların elde edilmesi için dalga denklemlerinin ayrık formu kullanılmıştır. Prescott ve Shuley ise Zivanovic'in tekniğini geliştirerek verimliliğini artırmıştır (Prescott ve Shuley, 1992).

1997 yılında da White (White, 1997) tarafından bu tekniğin 3 boyutlu problemlere uygulanması hakkında ayrıntılı açıklamalar verilmiştir.

4.8 – Gauss Fonksiyonu

FDTD metodu ile bir yapının geniş frekans bandında davranışını incelemek için kaynak olarak Gauss darbesi kullanılır. Şekil 4.5’de Gauss darbesinin zamana bağlı değişimi görülmektedir.

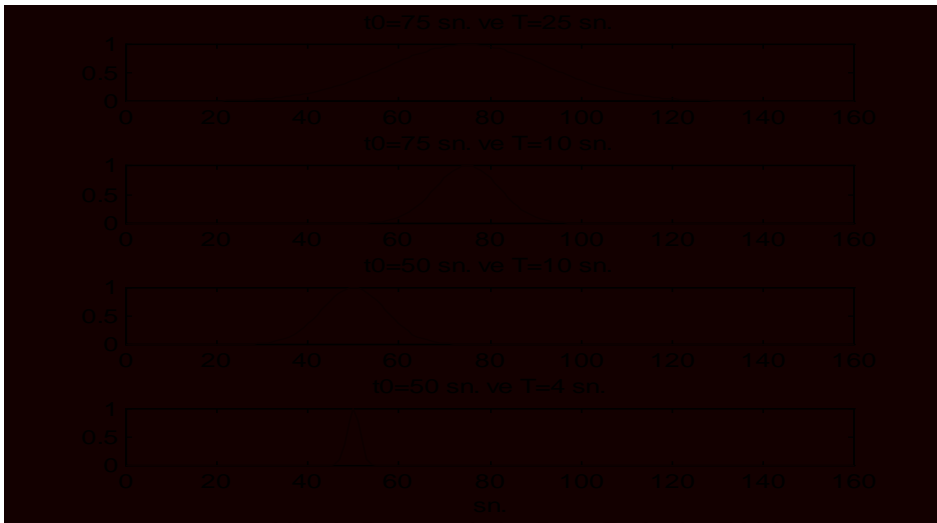


Şekil 4.5: Gauss Darbesi

Gauss darbesinin matematiksel ifadesi aşağıdaki gibidir.

$$f(t) = e^{-\frac{(t-t_0)^2}{T^2}} \quad (4.26)$$

Burada t_0 , darbenin gecikme süresini belirtir. t_0 değeri ne kadar küçükse darbe o kadar erken oluşur. T ise darbenin genişliğini belirler. T ne kadar küçük ise darbe o kadar keskin , T ne kadar büyükse darbe o kadar geniş olur. Bu durum şekil 4.6’da görülmektedir.



Şekil 4.6 : Parametrelerin Gauss Darbesine Etkisi

Gauss fonksiyonunun Fourier dönüşümü de Gauss fonksiyonudur. Zaman - bant genişliği çarpımı sabit olduğundan, zamanda daralan Gauss darbesinin frekans bandı genişler.

Gauss darbesi alçak frekansları da (DC bileşen) içeren frekans bandına sahiptir. Bu nedenle , çok alçak frekanslardan istenen en yüksek frekanslara kadar analizlerde Gauss darbesi kullanmak elverişlidir (Sevgi, 1999)

$f(t) = e^{-\frac{t^2}{T^2}}$ ile verilen Gauss darbesinin Fourier Dönüşümü aşağıdaki gibidir.

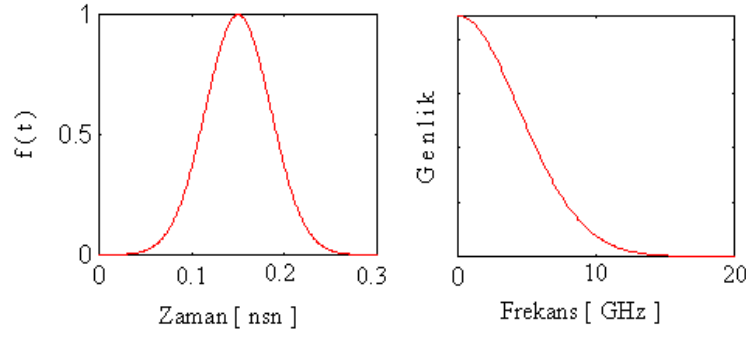
$$F(w) = T \cdot \sqrt{\pi} \cdot e^{-\frac{T^2 \cdot w^2}{4}} \quad (4.27)$$

Bant genişliği, frekans domeninde darbe genliğinin maksimum değerinin %5'ine düştüğü frekans aralığı olarak tanımlanır (Sevgi, 1999). (4.27) bağıntısına göre Gauss darbesinin bant genişliği , darbe süresine bağlıdır. Bundan yararlanarak, analiz edilecek en yüksek frekans için uygun darbe süresi seçilir.

Darbe süresi ile en yüksek frekans bileşeni arasındaki bağıntı yaklaşık olarak aşağıdaki gibi yazılabilir (Krishnaiah, 1995).

$$f_{\max} = \frac{0.66}{T} \quad (4.28)$$

Şekil 4.7 'de parametreleri $T = 50$ psn. ve $t_0 = 3T$ olan Gauss darbesinin zaman ve frekans davranışları görülmektedir. (4.28)'e göre en yüksek frekans bileşeni $f = 13.2$ GHz. olarak hesaplanır. Bu durum Şekil 4.7'den görülmektedir.



Şekil 4.7 : Gauss Darbesi ve Fourier Dönüşümü

4.9 – FDTD Metodunun Uygulama Alanları

Günümüzde FDTD yöntemi, çok farklı elektromanyetik problemlerin çözümü için kullanılmaktadır. Bu alanlardaki çalışmalar şöyle sıralanabilir.

- ◆ Mikrostrip hatların analizi
- ◆ Dalga kılavuzlarındaki yayılımın modellenmesi
- ◆ Anten sistemlerinin modellenmesi
- ◆ Radar saçılma yüzeyi (RSY) modelleme
- ◆ Biyolojik dokularda elektromanyetik yutulma hesapları
- ◆ Mikrodalga yapıların analizi
- ◆ Elektromanyetik uyumluluk ve girişim (EMC/EMI) modelleme

FDTD metodu ile düzlemsel mikrostrip devrelerin analizinde D .Paul, M. Daniel , C. J. Railton (Paul ve diğ., 1991), J.P.Mcgeehan (Railton ve McGeehan, 1990) adlı araştırmacıların, analiz zamanını kısaltan ve optimize edilmiş sınır şartlarını veren yayınları bulunmaktadır. D.M. Sheen ve S.M.Ali düzlemsel mikrostrip devrelerin 3 boyutlu analizini yaparak frekansa bağımlı saçılma parametrelerini elde etmiştir (Sheen ve Ali, 1990).

P.Y. Zhao , J. Litva, Li Wu (Zhao ve diğ., 1994) tarafından yeni ve kararlı bir sınır koşulu geliştirilmiş, böylece ABC sınır şartına göre daha iyi soğurma performansı elde edilmiştir.

L.Roselli, R.Sorrenino, P.Mezzanotte (Mezzanotte ve diğ., 1994) tarafından yüksek performanslı monolitik mikrodalga devre paketlerinin simülasyonu yapılmıştır.

B.Toland, J.Lin, B. Houshmand, T. Itoh (Toland ve diğ., 1993) tarafından iki elemanlı bir aktif antenin analizi yapılarak aktif ve nonlinear devrelerin kararlı ve geniş sinyal simülasyonları verilmiştir.

Z. Chen, M. Ney, J. Hofer (Chen ve diğ., 1991) tarafından da Yee'nin FDTD metodundan farklı bir formülasyon geliştirilerek TLM eşdeğeri verilmiştir.

Görüldüğü gibi, farklı elektromanyetik problemlerin çözümünde FDTD yöntemi sıkça kullanılmakta olup, literatürde yöntemin geliştirilmesine ve iyileştirilmesine yönelik pek çok yayın bulunmaktadır.

5 – FDTD METODU İLE TEK BOYUTLU SİMÜLASYON

FDTD yöntemi ile tek boyutlu yapıların simülasyonu yapılarak, hücre yapısının daha kolay anlaşılması ve zaman domeninde darbe iletiminin kolayca görülmesi sağlanır. Ayrıca iteratif denklemler, kararlılık kriteri, sayısal dispersiyon gibi kavramların daha iyi anlaşılması için tek boyutlu yapıların incelenmesi gerekir.

5.1 – Serbest Uzayda Dalga Yayılımı

Boş uzayda, Maxwell'in rotasyonel denklemleri şöyledir.

$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon_0} \cdot \vec{\nabla} \times \vec{H} \quad (5.1)$$

$$\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = -\frac{1}{\mu_0} \cdot \vec{\nabla} \times \vec{E} \quad (5.2)$$

\vec{E} ve \vec{H} üç boyutlu vektörler olduğundan, (5.1) ve (5.2) denklemlerinin herbiri 3 denkleme temsil eder. Burada sadece E_x ve H_y alanları kullanılarak basit bir tek boyutlu durum incelenecektir. (5.1) ve (5.2) denklemlerindeki rotasyonel işlemleri yapılırsa aşağıdaki denklemler elde edilir.

$$\frac{\partial E_x}{\partial t} = -\frac{1}{\epsilon_0} \cdot \frac{\partial H_y}{\partial z} \quad (5.3)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial t} = -\frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{\partial E_x}{\partial z} \quad (5.4)$$

Bu denklemler elektrik alanı x yönünde, manyetik alanı y yönünde olan ve z yönünde ilerleyen bir düzlemsel dalgaya aittir.

Zamana ve konuma göre türevler için merkezi farklar yaklaşımı kullanılırsa aşağıdaki denklemler elde edilir.

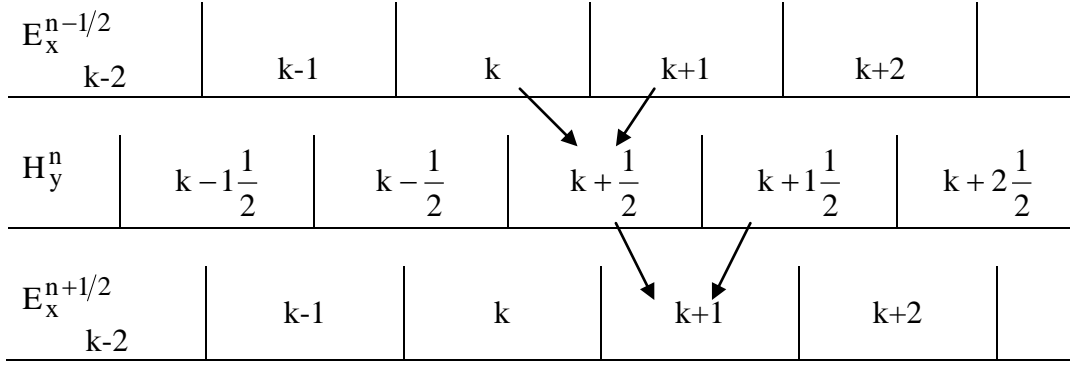
$$\frac{E_x^{n+\frac{1}{2}}(k) - E_x^{n-\frac{1}{2}}(k)}{\Delta t} = -\frac{1}{\epsilon_0} \cdot \frac{H_y^n(k+\frac{1}{2}) - H_y^n(k-\frac{1}{2})}{\Delta x} \quad (5.4)$$

$$\frac{H_y^{n+1}(k+\frac{1}{2}) - H_y^n(k+\frac{1}{2})}{\Delta t} = -\frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{E_x^{n+\frac{1}{2}}(k+1) - E_x^{n+\frac{1}{2}}(k)}{\Delta x} \quad (5.5)$$

Bu denklemlerde, n terimi zamanı belirtmektedir ve gerçekte kastedilen $t = n \cdot \Delta t$ zamanıdır. $n+1$ terimi de bir adım sonraki zamanı gösterir. Parantez içindeki terimler ise mesafeyi göstermektedir.

Örneğin k ile kastedilen $z = k \cdot \Delta x$ mesafesidir. Burada hareket yönü z olduğundan, artım aralığının da Δz olması daha uygun görülmektedir. Ancak uzaysal artım için çoğunlukla Δx kullanılır.

(5.4) ve (5.5) denklemleri, E ve H alanlarının uzayda ve zamanda birbirlerine bağlı olduğunu göstermektedir. H alanına ait değerler, E alanı değerlerinin arasına yerleştirildiğinden, H alanı $k + \frac{1}{2}$ ve $k - \frac{1}{2}$ argümanlarını kullanır. Bu durum şekil 5.1'de görülmektedir. Benzer olarak $n - \frac{1}{2}$ ve $n + \frac{1}{2}$ terimleri az önceki ve az sonraki durumları göstermektedir.



Şekil 5.1: FDTD formülasyonunda E ve H alanlarının uzayda ve zamanda birbirine bağlantısı. $H_y(k+1/2)$ değerinin hesaplanması için k ve k+1'deki E_x 'in komşu değerlerine gerek duyulur. Benzer şekilde $E_x(k+1)$ değerinin hesaplanması için k+1/2 ve k+1 1/2 'deki H_y değerleri gereklidir.

(5.4) ve (5.5) denklemleri iteratif algoritma şeklinde yeniden düzenlenirse aşağıdaki denklemler elde edilir.

$$E_x^{n+\frac{1}{2}}(k) = E_x^{n-\frac{1}{2}}(k) - \frac{\Delta t}{\epsilon_0 \cdot \Delta x} \cdot \left[H_y^n(k+\frac{1}{2}) - H_y^n(k-\frac{1}{2}) \right] \quad (5.6)$$

$$H_y^{n+1}(k+\frac{1}{2}) = H_y^n(k+\frac{1}{2}) - \frac{\Delta t}{\mu_0 \cdot \Delta x} \cdot \left[E_x^{n+\frac{1}{2}}(k+1) - E_x^{n+\frac{1}{2}}(k) \right] \quad (5.7)$$

Denklem (5.6)'ya göre E_x 'in yeni değeri, E_x 'in bir önceki değerinden ve H_y 'nin en yeni değerlerinden yararlanılarak hesaplanmıştır. Bu FDTD metodunun temel mantığıdır.

(5.6) ve (5.7) denklemleri çok benzerdir fakat ϵ_0 ve μ_0 değerlerinden dolayı E_x ve H_y değerleri arasında büyüklük olarak birkaç derece fark vardır. E alanı aşağıdaki şekilde yazılırsa,

$$\tilde{E} = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \cdot E \quad (5.8)$$

elde edilir. Böylece (5.6) ve (5.7) denklemleri şu duruma gelir.

$$\tilde{E}_x^{n+\frac{1}{2}}(k) = \tilde{E}_x^{n-\frac{1}{2}}(k) - \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}} \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x} \cdot \left[H_y^n(k + \frac{1}{2}) - H_y^n(k - \frac{1}{2}) \right] \quad (5.9)$$

$$H_y^{n+1}(k + \frac{1}{2}) = H_y^n(k + \frac{1}{2}) - \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}} \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x} \cdot \left[\tilde{E}_x^{n+\frac{1}{2}}(k+1) - \tilde{E}_x^{n+\frac{1}{2}}(k) \right] \quad (5.10)$$

Hücre boyutu Δx olarak seçilirse, zaman aralığı Δt şu şekilde olur.

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{2 \cdot c_0} \quad (5.11)$$

Burada c_0 ışığın boşluktaki hızıdır. Böylece,

$$\frac{1}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}} \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x} = c_0 \cdot \frac{1}{2 \cdot c_0} = \frac{1}{2} \quad (5.12)$$

olur.

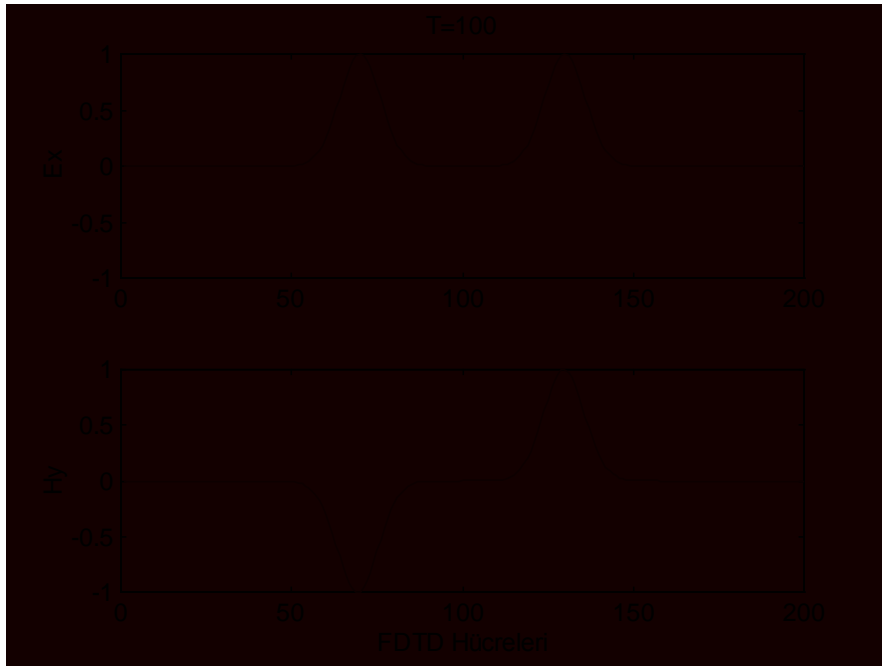
(5.9) ve (5.10) denklemleri bilgisayar programında yazılacak forma getirilirse aşağıdaki denklemler elde edilir.

$$ex[k] = ex[k] + 0.5 * (hy[k-1] - hy[k]) \quad (5.13)$$

$$hy[k] = hy[k] + 0.5 * (ex[k] - ex[k+1]) \quad (5.14)$$

Burada n , $n + \frac{1}{2}$ veya $n - \frac{1}{2}$ terimleri görünmemektedir. Zaman, FDTD metodunda dolaylı olarak belirtilir. (5.13) denkleminde eşitliğin sağ kısmındaki e^x , $n - \frac{1}{2}$ anındaki önceki değeri ve eşitliğin sol kısmındaki e^x , $n + \frac{1}{2}$ anındaki hesaplanacak olan yeni değeri gösterir. Bununla birlikte konum açıkça belirtilmektedir. Ancak programda bir dizi içinde konumu belirtebilmek için $k + \frac{1}{2}$ ve $k - \frac{1}{2}$ terimleri, k ve $k-1$ şekline dönüşmüştür.

Şekil 5.2’de görüldüğü gibi Gauss darbesi problem uzayının merkezinde oluşturulmuştur. Darbenin pozitif ve negatif yönlere doğru ilerlediği görülmektedir.



Şekil 5.2 : 100 zaman adımı sonunda serbest uzayda Gauss Darbesinin FDTD simülasyonu

5.1.2 – Kararlılık Kriteri

Elektromanyetik dalga, uzayda ışık hızından daha hızlı gidemez. Bu nedenle dalga propagasyonu için minimum zaman $\Delta t = \frac{\Delta x}{c_0}$ olmalıdır. 2 boyutlu simülasyonda köşegen yönündeki propagasyon için $\Delta t = \frac{\Delta x}{\sqrt{2} \cdot c_0}$ olur. 3 boyutlu simülasyonda ise $\Delta t = \frac{\Delta x}{\sqrt{3} \cdot c_0}$ şartı sağlanmalıdır (Kunz ve Luebbers, 1993). Bu şarta “ Courant Şartı ” denir ve aşağıdaki şekilde genelleştirilir.

$$\Delta t \leq \frac{\Delta x}{\sqrt{n} \cdot c_0} \quad (5.15)$$

Burada n, simülasyon boyutudur. Tek boyutta formülasyonun daha basit olması için

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{2 \cdot c_0} \quad (5.16)$$

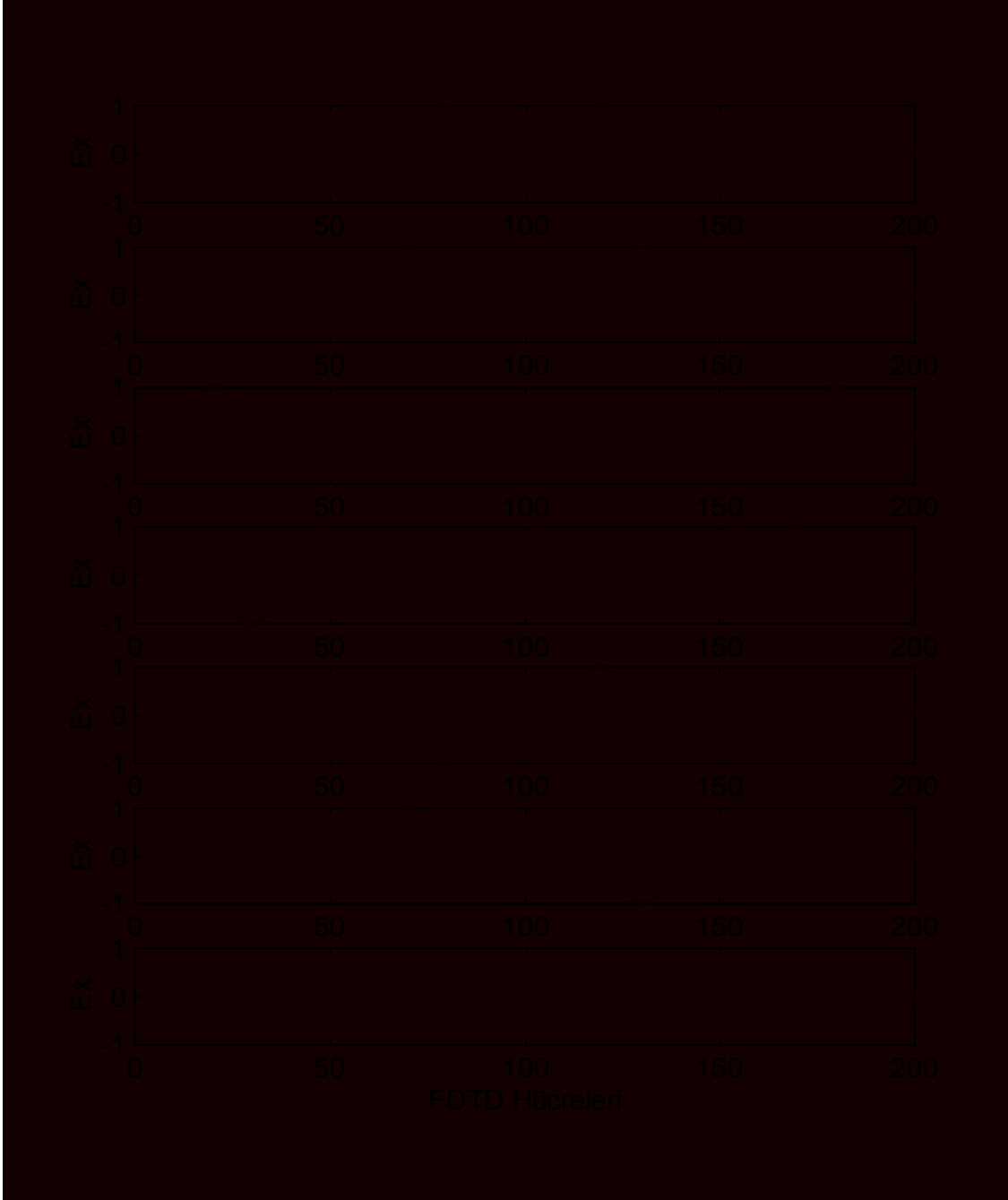
olarak alınır.

5.1.3 – Simülasyon Sonuçları

Tek boyutlu FDTD simülasyonu için gerekli bağıntılar elde edildikten sonra, bilgisayarda çözülmesi gereken denklemler için bir C++ programı yazılmış ve çeşitli zaman adımlarında Gauss darbesinin nasıl ilerlediği hakkında bilgi edinilmiştir.

Problem uzayının uç noktalarında herhangi bir sınır şartı kullanılmadığı durumda, problem uzayının içine geri yansımalar olduğundan, programın bu haliyle kullanılması yanlış sonuçlara neden olur.

Şekil 5.3'den görüldüğü gibi 15.000 zaman adımı sonunda bile problem uzayı içinde darbe yayılımı devam etmektedir.



Şekil 5.3 : Sınır şartları yokken $T= 80 , 100 , 200 , 300 , 400 , 500$ ve 15000 zaman adımı sonunda Gauss darbesinin durumu

5.2 – Tek Boyutta Sınır Şartları

ABC sınır şartları, ilerleyen E ve H alanlarının problem uzayı içine geri yansımalarını önlemek için kullanılır. Normalde E alanının hesaplanmasında, E alanı çevresindeki H alanlarına ihtiyaç duyulur. Bu FDTD metodunun temel yaklaşımıdır. Problem uzayının uç noktalarında, bir taraftaki alan değerleri bilinmemektedir. Bununla birlikte problem uzayı dışında kaynak olmadığı bilinmektedir.

Bu nedenle dalgalar uç noktalardan dışarıya doğru yayılmalıdır. Bu durumda uç noktalardaki değerlerin tahmin edilmesi gerekecektir.

Eğer dalga, boş uzayda sınıra doğru ilerliyorsa hızı, c ışık hızına eşittir. Bu durumda FDTD algoritmasının 1 zaman adımında dalganın ilerlediği mesafe

$$c_0 \cdot \Delta t = c_0 \cdot \frac{\Delta x}{2 \cdot c_0} = \frac{\Delta x}{2} \quad (5.17)$$

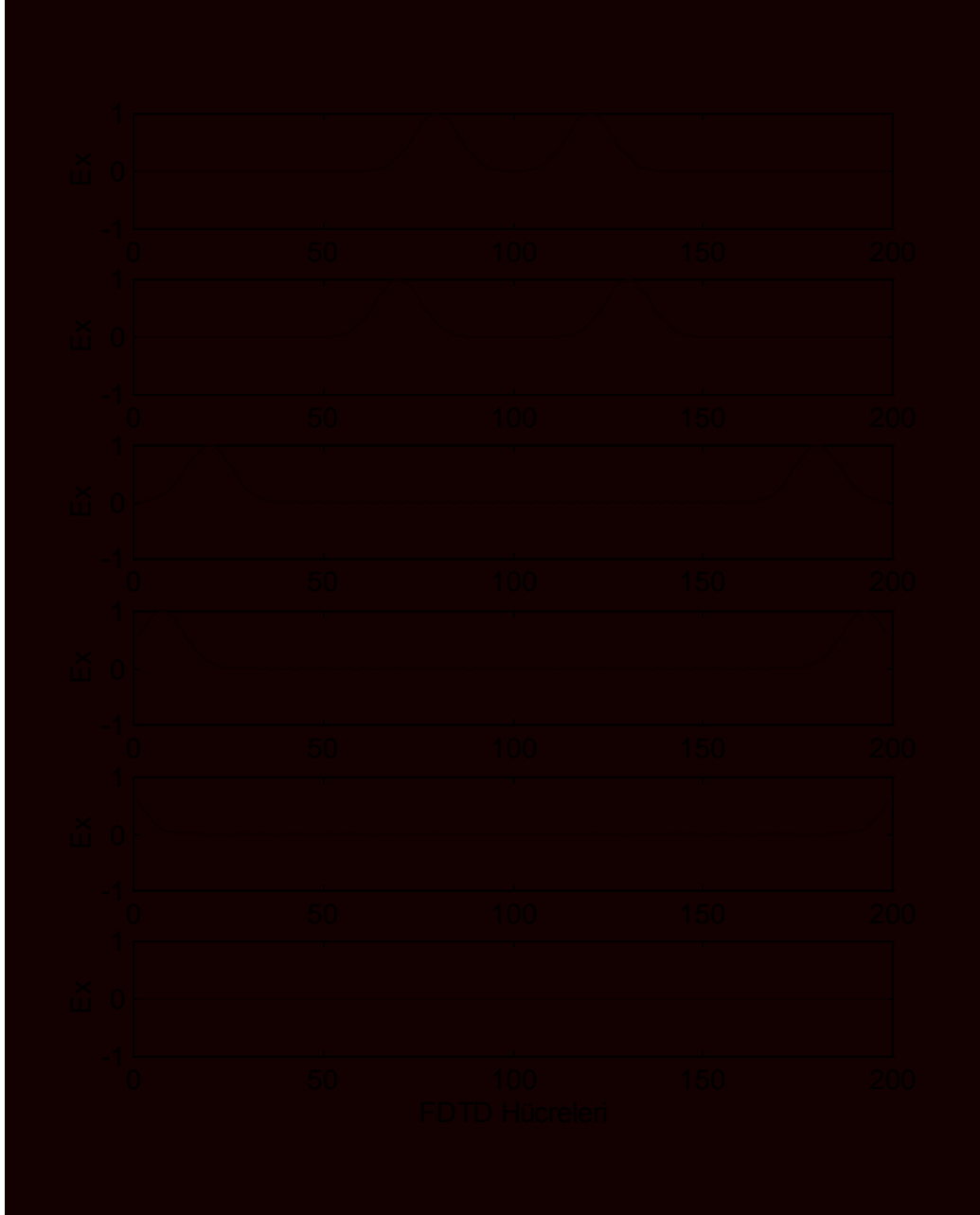
olur. Bu denkleme göre dalganın bir hücreyi geçmesi 2 zaman adımı sürer. Böylece uygun bir sınır şartı aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$E_x^n(0) = E_x^{n-2}(1) \quad (5.18)$$

Bu şartı gerçekleştirmek kolaydır. Yapılması gereken sadece $E_x(1)$ 'in 2 zaman adımı boyunca değerinin tutulması ve sonra $E_x(0)$ 'da yerine yazılmasıdır.

5.2.1 – Simülasyon Sonuçları

Sınır şartları kullanıldığı durumda , Gauss darbesinin problem uzayının sonundan geri yansımadan ilerlediği görülmektedir. (Şekil 5.4)



Şekil 5.4 : Sınır şartları varken T= 80 , 100 , 200 , 225 ve 250 zaman adımı sonunda Gauss darbesinin durumu

5.3 – Dielektrik Ortamda Dalga Yayılımı

Dielektrik sabite sahip olan bir ortamın simüle edilebilmesi için Maxwell denklemlerine ϵ_r katsayısını eklemek yeterlidir. Bu durumda Maxwell denklemleri aşağıdaki hali alır.

$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r} \cdot \vec{\nabla} \times \vec{H} \quad (5.19)$$

$$\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = -\frac{1}{\mu_0} \cdot \vec{\nabla} \times \vec{E} \quad (5.20)$$

Sonlu farklar açılımı kullanılarak

$$\tilde{E}_x^{n+\frac{1}{2}}(k) = \tilde{E}_x^{n-\frac{1}{2}}(k) - \frac{1}{\epsilon_r \cdot \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x} \cdot \left[H_y^n(k + \frac{1}{2}) - H_y^n(k - \frac{1}{2}) \right] \quad (5.21)$$

$$H_y^{n+1}(k + \frac{1}{2}) = H_y^n(k + \frac{1}{2}) - \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x} \cdot \left[\tilde{E}_x^{n+\frac{1}{2}}(k+1) - \tilde{E}_x^{n+\frac{1}{2}}(k) \right] \quad (5.22)$$

elde edilir. Formülasyonun sadeleşmesi için (5.16) ifadesi kullanılır.

Bu durumda aşağıdaki denklemler elde edilir.

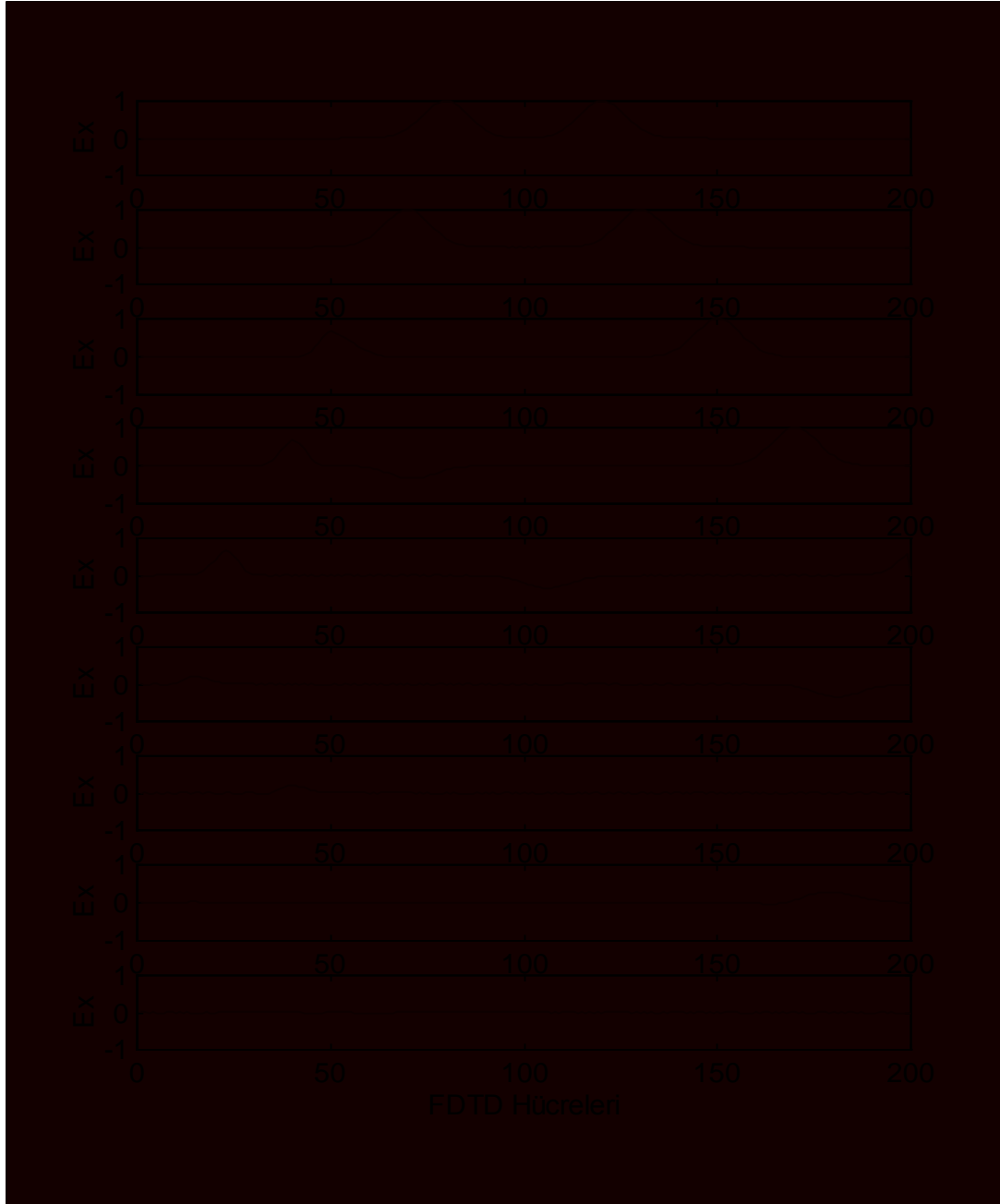
$$ex[k] = ex[k] + cb[k] * (hy[k-1] - hy[k]) \quad (5.23)$$

$$hy[k] = hy[k] + 0.5 * (ex[k] - ex[k+1]) \quad (5.24)$$

$$cb[k] = 0.5 / \text{epsilon} \quad (5.25)$$

5.3.1 – Simülasyon Sonuçları

Yapının bir kısmı dielektrik sabiti boşluğunkinden farklı olan bir malzeme ile kaplı iken Gauss darbesinin ilerleyişi tamamen değişir. Gauss darbesi iki farklı ortamın birleşme bölgesinden geçerken ,darbenin bir kısmı geri yansır. Bir kısmı ise yavaşlayarak ve genliği zayıflayarak malzeme içerisinde ilerler. Bu durum şekil 5.5'den görülmektedir.



Şekil 5.5 : 1 - 50 nolu hücreler arasında Dielektrik sabiti 4 olan bir malzeme varken , T= 80 , 100, 140 , 180 , 250 , 400 ve 500 zaman adımı sonunda Gauss darbesinin durumu

6.SONUÇ

Bu çalışmada tek boyutlu yapılarda elektromanyetik dalgaların yayılmasını modellemek amacıyla, zaman domeninde sonlu farklar (FDTD) metodu seçilmiş ve bu metod kullanılarak bir algoritma gerçekleştirilmiştir. Bu algoritma sayesinde elektromanyetik dalgaların ilerleyişi hakkında bilgi elde edilebilmektedir.

Tek boyutlu yapıların analiz edilmesi için yapılan işlemler genişletilerek 2 boyutlu yapılara da uygulanabilir. Bu durumda 2 boyutlu pek çok elektromanyetik problemin çözümü yapılabilecek ve 3 boyutlu simülasyonun temeli atılmış olacaktır.

KAYNAKLAR

Akleman, F., Atmosferde Elektromanyetik Dalga Yayılımı ve Modelleme Yöntemleri, Eleco2000 Elektrik-Elektronik –Bilgisayar Mühendisliği Sempozyumu.

Becker, W., Mittra, R., 1992, Time Domain Electromagnetic Analysis of interconnects in a computer chip package, IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques, vol.40, no.12, 2155-2164.

Chen, Z., Hofer W., 1991, New Finite-Difference Time-Domain Formulation and its Equivalence with the TLM Symmetrical Condensed Node, IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques, vol.39, no.12, 2158-2169.

Çivi, Ö.A, Alatan, L., Büyükdura, M., Sayısal Analiz ve Modelleme Konusunda ODTÜ Elektromanyetik Teori Grubunda Yapılan Araştırmalar, Eleco2000 Elektrik-Elektronik-Bilgisayar Mühendisliği Sempozyumu.

Daniel, M., Railton C., 1991, An improved second order radiating boundary condition for use with non-uniform grids in the finite difference time domain method, 21th European microwave conf., 547-557.

Itoh, T., 1989, Numerical Techniques for Microwave and millimeter-wave Passive Structure, USA.

Kasher, J., Yee, K.S., 1987, A numerical example of a 2-D scattering problem using a subgrid, Applied Comp. Electromag. Soc. J. And newsletter, vol.2, no.2, 75-102.

Kim, L., Hofer, J., 1990, A local mesh refinement algorithm for the time domain-finite difference method using Maxwell's curl equations, IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques, vol. 38, 812-815.

Krishnaiah, K.M., 1995, Finite Difference Time Domain Method (with Subgridding), Transfer Report, Centre for communication research university of Bristol.

Krisnaiah, K.M., 1997, Novel Stable Subgridding Algorithm in Finite Difference Time Domain Method, Phd. Thesis, University of Bristol.

Lorrain, P., Corson, D., 1970, Electromagnetic Fields and Waves, USA

Mezzanotte, P., Mongiardo, M., Roselli, L., Sorrentino, R., Heinrich, W., 1994, Analysis of packages microwave integrated circuits by FDTD, IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques, vol.42, no.9, 1796-1801.

Mezzanotte, P., Mongiardo, L., Roselli, L., Sorrentino, R., 1994, FDTD Analysis of high performance MMIC package, IEEE MTT-S, 337-340.

Monk, P., 1996, Sub-gridding FDTD schemes, Appl. Comput. Electromagn. Soc. J., vol.11, no.1, 37-46.

Özçakıcılar, E., Güler, S., Sayısal Tekniklerle Anten Tasarımı, Eleco2000 Elektrik-Elektronik–Bilgisayar Mühendisliği Sempozyumu.

Öğücü, G., Ege, T., İki Boyutlu TM Problemlerinde PML Emici Sınır Şartının Uygulanması, Elektrik-Elektronik –Bilgisayar Mühendisliği 8. Ulusal Kongresi.

Özyalçın, M.O., Sayısal Yöntemler İle SE-Ekranlama Etkinliği Analizi, Eleco2000 Elektrik-Elektronik –Bilgisayar Mühendisliği Sempozyumu.

Paul, D., Daniel, E., Railton, C., 1991, Fast finite difference time domain method for the analysis of planar microstrip circuits, European microwave Conf., 303-308.

Prescott, D., Shuley, N., 1992, A method for incorporating different sized cells into the finite-difference time-domain analysis technique, IEEE Microwave Guided Wave Lett., vol.2, 434-436.

Railton, C., Mcgeehan, P., 1990, An analysis of microstrip with rectangular and trapezoidal conductor cross sections, IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques, vol.38, no. 8, 1017-1022.

Railton, C., Daniel, M., Paul, D., Mcgeehan, P., 1993, Optimized absorbing boundary conditions for the analysis of planar circuits using the finite difference time domain method, IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques, vol.41, no.2, 290-297.

Sadiku, N.O., 1992, Numerical Techniques in Electromagnetics, USA

Sevgi, L., 1999, Elektromanyetik Problemler ve Sayısal Yöntemler, İstanbul.

Sevgi, L., Elektromanyetik Problemler Sayısal Teknikler, Eleco2000 Elektrik-Elektronik – Bilgisayar Mühendisliği Sempozyumu.

Sınmazçelik, G., Dibekçi, D., Başaran, S.C., Zaman Düzleminde Sonlu Farklar Yöntemi İle Mikroşerit Hat Analizi, Elektrik-Elektronik –Bilgisayar Mühendisliği 8. Ulusal Kongresi.

Sheen, D., Ali, M., 1990, Application of the three-dimensional finite-difference time-domain method to the analysis of planar microstrip circuits, IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques, vol.38, no.7, 849-857.

Shlager, L., Schneider, J., 1999, A survey of the finite-difference time-domain literature, 1-26. Taflove, A., 1995, Computational Electrodynamics the Finite-Difference Time-Domain Method, Boston.

Shorthouse, D., Railton, C., 1992, The incorporation of static field solutions into the finite difference time domain algorithm, IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques, vol.40, no.5, 986-994.

Toland, B., Houshmand, B., Itoh, T., 1993, FDTD Analysis of an Active Antenna, IEEE Microwave and Guided Wave Letters, vol.3, no.14, 423-425.

Uygurođlu, R., Öztoprak, A.Y., Sonlu Farklar Zaman Rejimi (FDTD) Yönteminin Microşerit Devrelerine Uygulanması, Elektrik Mühendisliği 6. Ulusal Kongresi.

Yee, K.S., 1966, Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations., IEEE Trans. Antennas and Propagat., vol. AP-14, no.3, pp. 302-307

Yee, K.S., 1987, A subgridding method for the finite difference time domain algorithm to solve Maxwell's equations, Tech. Rep. UCRL-96772.

Zivanovic, S., Yee, K.S., Mei, K., 1991, A subgridding method for the time domain finite difference method to solve Maxwell's equations, IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques, vol. 39, 471-479.

Zhao, P., Litva, J., Wu, L., 1994, A new stable and very dispersive boundary condition for the FD-TD method, IEEE MTT-S, 35-38.