

EMÜ242 ELEKTROMANYETİK II.

Yrd. Doç. Dr. Hasan H. Balık

<http://www.hasanbalik.com/>
info@hasanbalik.com

Yrd. Doç Dr. Hasan H. Balık

File Edit View Favorites Tools Help

Address http://www.hasanbalik.com/ Go Links

Google Search PageRank ABC Check AutoLink AutoFill Options

Yrd. Doç. Dr. HASAN HÜSEYİN BALIK

KİŞİSEL WEB SAYFASI http://www.hasanb_

Ana Sayfa Özgeçmiş Yayınlar Dökümanlar Görüş ve Öneriler

Yrd. Doç. Dr. Hasan Hüseyin Balık'ın Kişisel Web Sayfası

>> Ana Sayfa >> Özgeçmiş >> Akademik Yayınlar >> Sınav Sonuçları ve Soruları >> Haftalık Ders Programı >> Lisans Dersleri >> Yüksek Lisans Dersleri >> Görüş ve Önerileriniz >> Dökümanlar >> Dilek TURGUT-BALIK >> O. A. BALIK >> Basında Hasan H. BALIK >> İletişim Goooooogle Reklamları Online Akvaryum Bitkileri Türkiye'nin en kapsamlı online akvaryum bitkileri satış sitesi www.OnlineBitki.com İletişim Bilgileri E-Mail: info@hasanbalik.com Tel: +90 424 237 00 00 / 5238 Fax: Url: www.hasanbalik.com	HABERLER 1 Haberleşme Sunusu [10.05.2005]  Bu site yavaşsa http://web.hasanbalik.com adresini deneyebilirsiniz.	DUYURULAR ■ 2005-2006 Güz Yarıyılı 2005-2006 Güz Yarıyılı Mesajı ANKET Öğretim Üyesinin Kişisel WEB sayfası olması ne kadar önemlidir? (16.05.2005) ☐ Çok Önemli (262) ☐ Önemli (72) ☐ Olsa da olur Olmasa da (17) ☐ Web sayfası gereksiz (11) Yolla Diğer Anketler ZİYARETÇİ IP : 192.168.10.2 Toplam : 25779
---	---	--

1. MANYETİK ALANLAR I.

EMÜ242 ELEKTROMANYETİK II.

Yrd. Doç Dr. Hasan H. Balık

File Edit View Favorites Tools Help

Back Forward Stop Home Search Favorites Refresh Mail Print Address Book

Address <http://www.hasanbalik.com/dersform.asp?did=7&ad=Elektromanyetik%20II.> Go Links

Google Search PageRank ABC Check Show Book Info AutoFill Options

» ENGLISH
» Ana Sayfa
» Özgeçmiş
» Akademik Yayınlar
» Lisans Dersleri
» Lisans Üstü Dersleri
» Sınav Soruları ve Sonuçları
» Ders Programı
» Dokümanlar
» Görüş ve Önerileriniz
» Basında Hasan H. BALIK
» İletişim

Gitar Dükkanı
Gitar ile ilgili her şey.
Tüm markalar 2-12 ay
takistile!
www.istendan.com

Bu sitede reklam ver

LİSANS DERSLERİ

GÜZ DÖNEMİ DERSLERİ

- » Elektromanyetik I. -Elektrik-Elektronik Müh.
- » Habarleşme Tekniği -Elektrik-Elektronik Müh.
- » Antenler ve Mikrodalga Tekniği -Elektrik-Elektronik Müh.
- » Nesne Tabanlı Programlama -Bilgisayar Müh., Önceden Veriliyordu.
- » İşletim Sistemleri -Bilgisayar Müh., Önceden Veriliyordu.
- » Veri Yapıları -Bilgisayar Müh., Önceden veriliyordu.

BAHAR DÖNEMİ DERSLERİ

- » Elektromanyetik II. -Elektrik-Elektronik Müh.
- » Elektromanyetik Dalga Kuramı -Elektrik-Elektronik Müh.
- » Sayısal Habarleşme -Elektrik-Elektronik Müh.
- » Bilgisayar Mimarisi -Bilgisayar Müh., Önceden Veriliyordu
- » Sistem Programlama -Bilgisayar Müh., Önceden Veriliyordu
- » Ayrık Matematik -Bilgisayar Müh., Önceden Veriliyordu
- » Habarleşme Lab -Elektrik-Elektronik Müh.

Elektromanyetik II. Dersi

Takip Edilecek Kaynaklar

- 1- Electromagnetic Fields and Waves (Paul Lorrain etc., W.H. Freeman Company, ISBN : 0-716-71869-3)
- 2- Electromagnetism for Electronic Engineers (R. G. Carter, VNR, ISBN: 0-442-30620-2)
- 3- Electromagnetism (I. S. Grant etc., John Wiley, ISBN : 0-471-92712-0)
- 4- Electromagnetsim for Engineers (P. Hammond, Pergamon Press, ISBN : 0-08-022104-1)
- 5- Electromagnetic Fields (R. V. Buckley, Macmillian Press, ISBN : 0-333-30664-3)
- 6- The Priciples of Electromagnetic Theory (Attay Kovetz, Cambridge University Press, ISBN : 0-521-39997-1)
- 7- Elektromagnetik Problemler ve Sayısal Yöntemler (Levent Sevgi, Birsan Yayınevi, ISBN : 975-511-223-5)

Haftalık Ders İçerikleri

- 1- Manyetik akı yoğunluğu ve vektör potansiyel, Biot-Savard yasası
- 2- Amper yasası
- 3- A ve B ile ilgili temel bağlantılar
- 4- Manyetik malzemeler, manyetizasyon ve manyetize olmuş bir malzemenin manyetik alanı
- 5- Manyetik alan şiddeti
- 6- Dielektrik ve manyetik malzemenin karşılaştırılması
- 7- Manyetik duyarlılık ve geçirgenlik
- 8- Yükler üzerindeki manyetik kuvvet ve akım
- 9- Lorentz kuvveti ve Hall etkisi
- 10-manyetik alan içinde yüklenmiş parçacıkların hareketi
- 11-İki kapalı devre arasındaki manyetik kuvvet, akım yoğunluğu üzerindeki manyetik kuvvet
- 12- Faraday endüksiyon yasası ve basit elektriksel jeneratörün çalışması, Lenz yasası ve zamanla değişen B için faraday endüksiyonu yasası
- 13-V ve A cinsinden elektrik alan şiddeti, rijit bir devrede endüklenen elektromotor kuvveti
- 14-Ortak ve self endüktans, Neumann denklemi, M`nin yönünün bulunması

Tarih : 17 Mart 2006 Cuma

03.01.2005'den itibaren Ziyaretçi sayısı: 39274

Internet

1. MANYETİK ALANLAR I.

Yrd. Doç Dr. Hasan H. Balık

File

Edit

View

Favorites

Tools

Help

Back

Forward

Stop

Home

Search

Favorites

History

Print

Mail

Download

Upload

Address

http://www.hasanbalik.com/sinav.asp?did=7&ad=Elektromanyetik%20II.

Go

Google

Search

PageRank

Check

AutoLink

AutoFill

Options

Yrd. Doç. Dr. HASAN HÜSEYİN BALIK

KİŞİSEL WEB SAYFASI

http://ww_

English

Özgeçmiş

Yayınlar

Dökümanlar

Görüş ve Öneriler

» ENGLISH

» Ana Sayfa

» Özgeçmiş

» Akademik Yayınlar

» Lisans Dersleri

» Lisans Üstü Dersleri

» Sınav Soruları ve Sonuçları

» Ders Programı

» Dökümanlar

» Görüş ve Önerileriniz

» Basında Hasan H. BALIK

» İletişim

» SINAV SONUÇLARI ve SORULARI

GÜZ DÖNEMİ DERSLERİ

» Elektromanyetik I. -Elektrik-Elektronik Müh.

» Habarleşme Tekniği -Elektrik-Elektronik Müh.

» Antenler ve Mikrodalga Tekniği -Elektrik-Elektronik Müh.

» Nesne Tabanlı Programlama -Bilgisayar Müh., Önceden Veriliyordu.

» İşletim Sistemleri -Bilgisayar Müh., Önceden Veriliyordu.

» Veri Yapıları -Bilgisayar Müh., Önceden veriliyordu.

BAHAR DÖNEMİ DERSLERİ

» Elektromanyetik II. -Elektrik-Elektronik Müh.

» Elektromanyetik Dalga Kuramı -Elektrik-Elektronik Müh.

» Sayısal Habarleşme -Elektrik-Elektronik Müh.

» Bilgisayar Mimarisi -Bilgisayar Müh., Önceden Veriliyordu.

» Sistem Programlama -Bilgisayar Müh., Önceden Veriliyordu.

» Ayrık Matematik -Bilgisayar Müh., Önceden Veriliyordu.

» Habarleşme Lab -Elektrik-Elektronik Müh.

» Elektromanyetik II. Dersi Sınav Soru ve Sonuçları

Ders Yılı	VİZE/1.VİZE Soruları	TELAFI/2.VİZE Soruları	FİNAL Soruları	BÜTÜNLEME Soruları	SONUÇLAR	
2005-2006	VİZE/1.VİZE	TELAFI/2.VİZE	FİNAL	BÜTÜNLEME	Gündüz	Gece
2004-2005	VİZE/1.VİZE	TELAFI/2.VİZE	FİNAL	BÜTÜNLEME	Gündüz	Gece
2003-2004	VİZE/1.VİZE	TELAFI/2.VİZE	FİNAL	BÜTÜNLEME	Gündüz	Gece
2002-2003	VİZE/1.VİZE	TELAFI/2.VİZE	FİNAL	BÜTÜNLEME	Gündüz	Gece
2001-2002	VİZE/1.VİZE	TELAFI/2.VİZE	FİNAL	BÜTÜNLEME	Gündüz	Gece
2000-2001	VİZE/1.VİZE	TELAFI/2.VİZE	FİNAL	BÜTÜNLEME	Gündüz	Gece
1999-2000	VİZE/1.VİZE	TELAFI/2.VİZE	FİNAL	BÜTÜNLEME	Gündüz	Gece

Not: 2004 yılından önce kaydolan öğrencilerin sınavları Vize, Telafi, Final ve Bütünleme şeklinde iken 2004 yılından itibaren Vize1, Vize2, Mazeret ve Final sınavları yapılmaktadır.

Google Reklamları

Work and Travel.

AdresUSA

2006 hazır iş seçeneklerinizi gördünüz mü? CETUSA güvencesi

www.adresusa.com

Ru sitede reklam ver

Tarih : 17 Mart 2006 Cuma

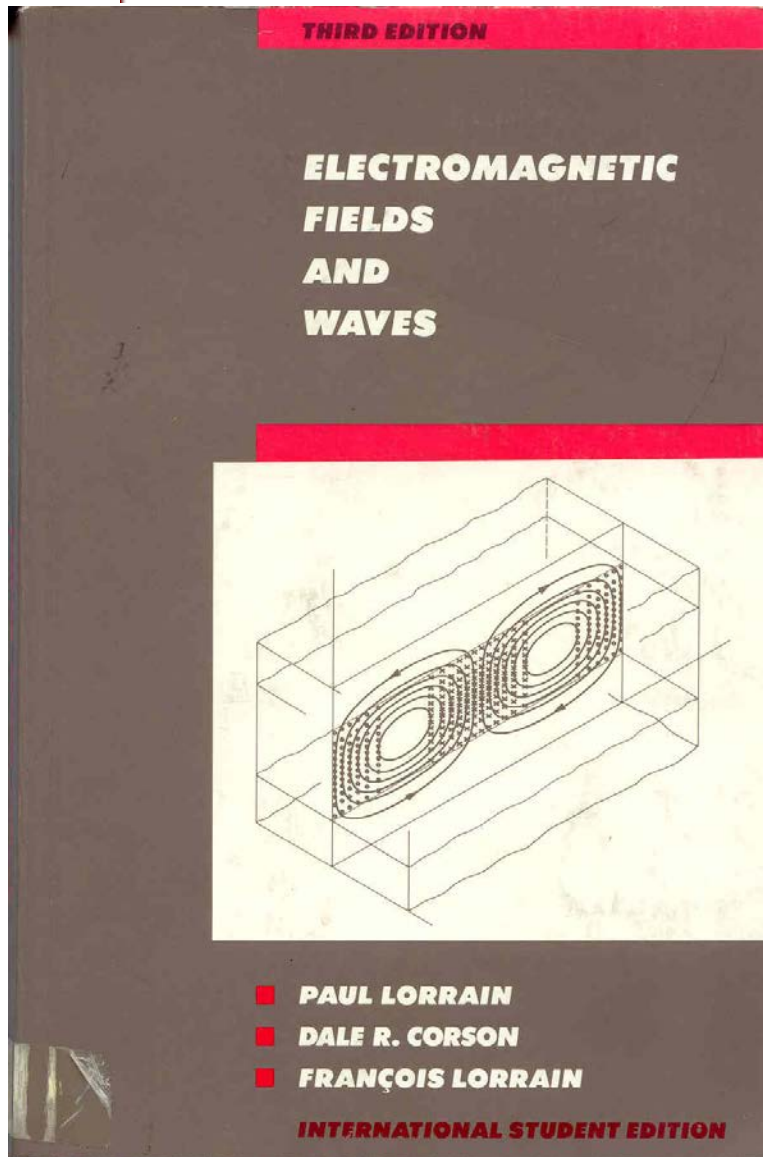
03.01.2005'den itibaren Ziyaretçi sayısı: 39274

Yararlanılacak Kaynaklar

1. Electromagnetic Fields and Waves (Paul Lorrain *etc.*, W.H. Freeman Company, ISBN :0-716-71869-3)
2. Electromagnetism (I. S. Grant *etc.*, John Willey, ISBN : 0-471-92712-0)
3. Electromagnetsim for Engineers (P. Hammond, Pergamon Press, ISBN : 0-08-022104-1)
4. Electromagnetic Fields (R. V. Buckley, Macmillian Press, ISBN : 0-333-30664-3)
5. The Priciples of Electromagnetic Theory (Attay Kovetz, Cambridge University Press, ISBN : 0-521-39997-1)
6. Elektromagnetik Problemler ve Sayisal Yontemler (Levent Sevgi, Birsen Yayınevi, ISBN : 975-511-223-5)
7. Elektromagnetik Alan Teorisi (Prof. Dr. H. Ergun Bayrakci, Birsen Yayınevi, ISBN : 975-511-011-9)

EMÜ242 ELEKTROMANYETİK II.

Yrd. Doç Dr. Hasan H. Balık



Cover image: Lines of E and of H in an optical waveguide. See page 668.
Back cover image: Differentiating circuit. See page 144.

Library of Congress Cataloging-in-Publication Data

Lorrain, Paul.

Electromagnetic fields and waves.

Includes index.

1. Electromagnetic fields. 2. Electromagnetic waves.

I. Corson, Dale R. II. Lorrain, François

III. Title

QC665.E4L67 1987 530.1'41 86-31803

ISBN 0-716-71823-5

ISBN 0-716-71869-3 (pbk.)

Copyright © 1988 by W. H. Freeman and Company

No part of this book may be reproduced by any mechanical, photographic, or electronic process, or in the form of a phonographic recording, nor may it be stored in a retrieval system, transmitted, or otherwise copied for public or private use without written permission from the publisher.

Printed in the United States of America

3 4 5 6 7 8 9 VB 9 9 8 7 6 5 4 3 2 1

Haftalık Ders İçerikleri

1. Manyetik akı yoğunluğu ve vektör potansiyel, Biot-Savard yasası
2. Amper yasası, $\mathbf{A}$ ve $\mathbf{B}$ ile ilgili temel bağıntılar
3. Manyetik malzemeler, manyetizasyon ve manyetize olmuş bir malzemenin manyetik alanı
4. Manyetik alan siddeti, Dielektrik ve manyetik malzemenin karşılaştırılması, manyetik duyarlılık ve geçirgenlik
5. Sayısal örnek ve uygulamalar
6. Yükler üzerindeki manyetik kuvvet ve akım, Lorentz kuvveti ve Hall etkisi, manyetik alan içinde yüklenmiş parçacıkların hareketi

Haftalık Ders İçerikleri

7. İki kapalı devre arasındaki manyetik kuvvet, akım yoğunluğu üzerindeki manyetik kuvvet
8. Sayısal örnek ve uygulamalar
9. Faraday endüksiyon yasası ve basit elektriksel jeneratörün çalışması, Lenz yasası ve zamanla değişen $\mathbf{B}$ için faraday endüksiyon yasası
10. $\mathbf{V}$ ve $\mathbf{A}$ cinsinden elektrik alan şiddeti, rijit bir devrede endüklenen elektromotor kuvveti
11. Ortak ve self endüktans, Neumann denklemi, $\mathbf{M}$ 'nin yönünün bulunması
12. Sayısal örnek ve uygulamalar

1. MANYETİK ALANLAR I.

- Giriş
- Manyetik Monopoller
- Manyetik Akı Yoğunluğu (**B**) ve Biot-Savart Yasası
- **B**'nin Diverjansı
- Vektör Potansiyel (**A**)
- Akım Dağılımının Manyetik Dipol Momenti

1.1 GİRİŞ

Yük gurubunun uzayda hareket ettiğini düşünelim. Uzayda herhangi bir r noktasında ve herhangi bir t anında $\mathbf{E}(r, t)$ elektrik alan şiddeti ve $\mathbf{B}(r, t)$ manyetik alan şiddeti mevcuttur ve aşağıdaki şekilde tanımlanır. Eger Q yükü (r, t) noktasında ALAN İÇİNDE $\mathbf{v}$ hızı ile hareket ederse **Lorentz Kuvveti**'ne maruz kalır. Bu kuvvet

$$\mathbf{F} = Q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}). \quad (18-1)$$

$Q\mathbf{E}$ elektrik kuvveti Q ile orantılı fakat $\mathbf{v}$ 'den bağımsızdır. $Q \mathbf{v} \times \mathbf{B}$ manyetik kuvveti hem $\mathbf{v}$ hemde $\mathbf{B}$ 'ye diktir. Elektromanyetik I dersi içinde durağan yada çok az hareket eden yüklerin alanı ile ilgilenilmiştir. Durağan yüklerin manyetik alanı yoktur. Yükler hareket ettiklerinde manyetik alan oluşur.

Bu bölümde sabit elektrik akımının manyetik alanı ile ilgilenilecektir. Ayrıca ρ elektriksel yük yoğunluğu sabittir. Denklem 4.26 gereği $\mathbf{J}$ 'nin diverjansı da sıfırdır. Ek olarak ortamda manyetik malzemenin olmadığıda kabul edilmiştir.

1.2 MANYETİK MONOPOLLER

Manyetik alanın sadece elektrik yüklerinin hareketinden oluştuğunu kabul edelim. Bununla birlikte **Dirac** 1931 de manyetik alanın manyetik monopol adı verilen manyetik yükler tarafından oluşabileceğini ispatsız olarak ortaya attı. Böyle bir partiküllerin varlığı günümüze kadar ispatlanamamıştır. Elemanter manyetik yükün teorik değeri

$$\frac{h}{e} = 4.1356692 \times 10^{-15} \text{ weber},^{\dagger} \quad (18-2)$$

Burada h **Plank sabiti** e de elektronun yüküdür. Durağan Q^* manyetik monopol yükünden r kadar uzaklıkta bulunan bir noktanın manyetik alanı

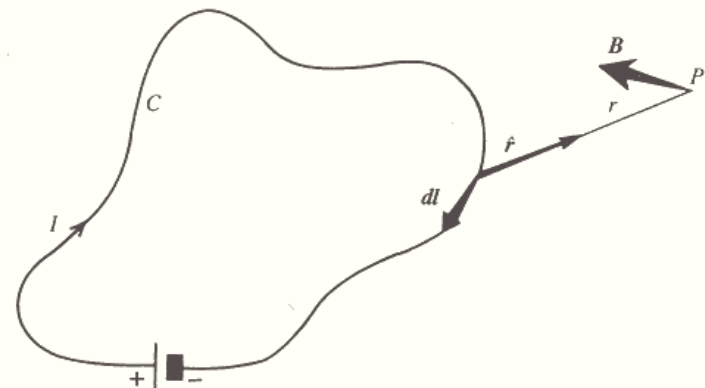
$$\mathbf{B} = \frac{Q^*}{4\pi r^2} \hat{\mathbf{r}}. \quad (18-3)$$

Ayrıca Q_a^* ve Q_b^* gibi iki manyetik monopol yükü arasındaki kuvvet

$$\mathbf{F} = \frac{Q_a^* Q_b^*}{4\pi \mu_0 r^2} \hat{\mathbf{r}}. \quad (18-4)$$

1.3 MANYETİK AKI YOĞUNLUĞU

(B) BE BIOT-SAVERT YASASI



Şekildeki gibi I akımını taşıyan C devresinden uzaktaki bir P noktasının manyetik alanı

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint_C \frac{d\mathbf{l}' \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2}. \quad (18-5)$$

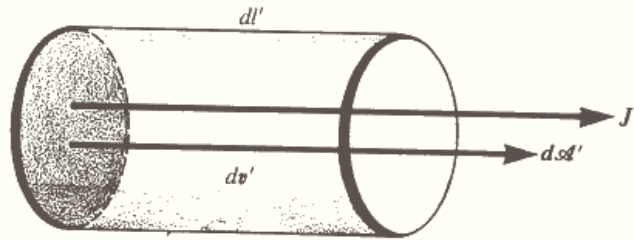
Burada $\hat{\mathbf{r}}$ yönü kaynaktan gözlem noktasına doğru olan birim vektördür. 18.5 denkleminde **Biot-Savart** yasası denir. Denklemdaki integral basit geometriler için analitik olarak

bulunabilir. 18.5 denkleminde r/c (c : ışık hızı) oranı zaman aralığının çok küçük bir fraksiyonu ise alternatif alanlarda da uygulanabilir. Manyetik akı yoğunluğunun birimi **Tes/a** 'dır. Teslanın boyutunu vB nin bolununun E ile aynı olduğunu hatırlayarak bulabiliriz. Sonuçta

$$\text{Tesla} = \frac{\text{volt}}{\text{meter}} \frac{\text{second}}{\text{meter}} = \frac{\text{weber}}{\text{meter}^2}. \quad (18-6)$$

1 volt-saniye 1 weber olarak tanımlanır. Tanım gereği boşluğun manyetik geçirgenliği

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ weber/ampere-meter}. \quad (18-7) \quad \text{dir.}$$



/ akınının çok ince bir kablodan aktığını kabul edelim. Eğer akım şeklindeki gibi sonsuz küçüklükteki bir hacimden akarsa / yerine JdA' yazılabilir. Şekilde $\mathbf{J}$ yönü dA' ile aynı olan akım yoğunluğu vektörüdür. P noktasında $JdA'dl'$ yerine Jdv' yazılabilir. Bu durumda

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{v'} \frac{\mathbf{J} \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2} dv', \quad (18-8)$$

bulunur. Burada v' akımı kuşatan hacim r' de dv' ile P noktası arasındaki mesafedir. $\mathbf{J}$ akım yoğunluğu hareketli serbest yükleri, yalıtıkta polarizasyon akımını ve manyetik malzemelerdeki eşdeğer akımı kapsar.

18.8 denklemindeki integral akım dağılımının içindeki bir noktanın $\mathbf{B}$ alanını hesaplamada da kullanılabilir.

A yüzey alanından akan manyetik akı

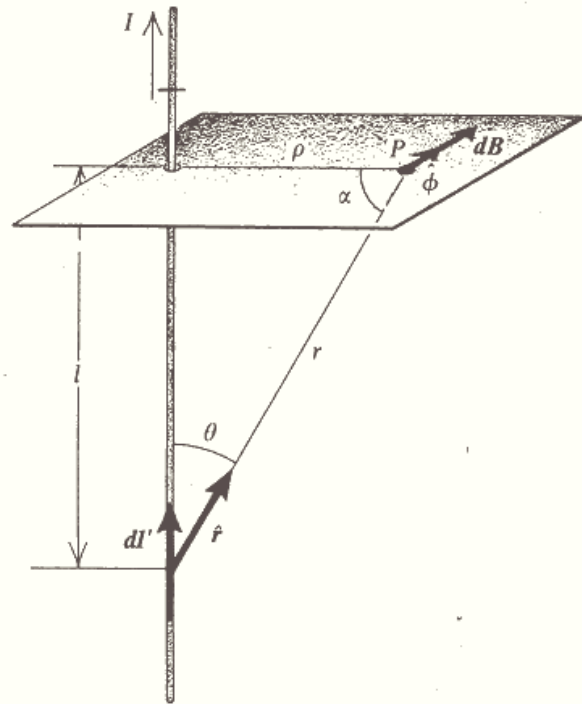
$$\Phi = \int_A \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} \text{ webers.} \quad (18-9)$$

Şeklinde hesaplanır. Bu yüzey genellikle açıktır. Eğer yüzey kapalı ise $\Phi=0$ 'dır.

1.3.1 SÜPERPOZİSYON KURALI

B için 18.8 denklemi bir noktanın net **B** manyetik akı yoğunluğunun $/dl'$ veya $\mathbf{J}d\mathbf{v}'$ akım elementlerinin **B**'lerinin toplamı olduğunu ifade eder. Süperpozisyon kuralı elektrik alanlarda kullanıldığı gibi benzer şekilde manyetik alanlarda da kullanılabilir. Eğer birden fazla akım dağılımı varsa net **B** her bir akım dağılımının oluşturduğu **B**'lerin vektörel toplamına eşittir.

ÖRNEK: UZUN DÜZ KABLONUN MANYETİK ALANI



Şekilde görülebileceği gibi I akımını taşıyan düz kablunun dl' elementinin $P(r, \theta, \phi)$ noktasında oluşturduğu manyetik akı yoğunluğu

$$dB = \frac{\mu_0 I dl' \sin \theta}{4\pi r^2} \hat{\phi} = \frac{\mu_0 I dl' \cos \alpha}{4\pi r^2} \hat{\phi}. \quad (18-10)$$

I ve $\mathbf{B}$ nin yönü sağ el kuralına uyar. Burada

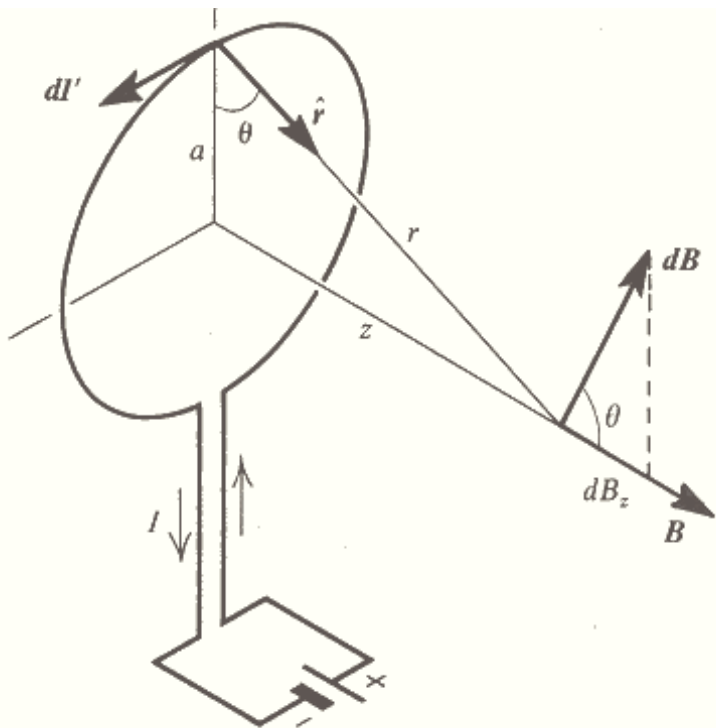
$$l = \rho \tan \alpha, \quad dl' = \frac{r d\alpha}{\cos \alpha} = \frac{r^2 d\alpha}{\rho}. \quad (18-11)$$

dır. Sonuç olarak

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi \rho} \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \cos \alpha d\alpha \hat{\phi} = \frac{\mu_0 I}{2\pi \rho} \hat{\phi}. \quad (18-12)$$

Şekilinde bulunur. $\mathbf{B}$ alan çizgileri merkezinde kablo olacak şekilde dairesel ve kabloya diktir. Genliği $1/\rho$ ile düşer.

ÖRNEK: DAİRESEL HALKANIN MANYETİK ALANI



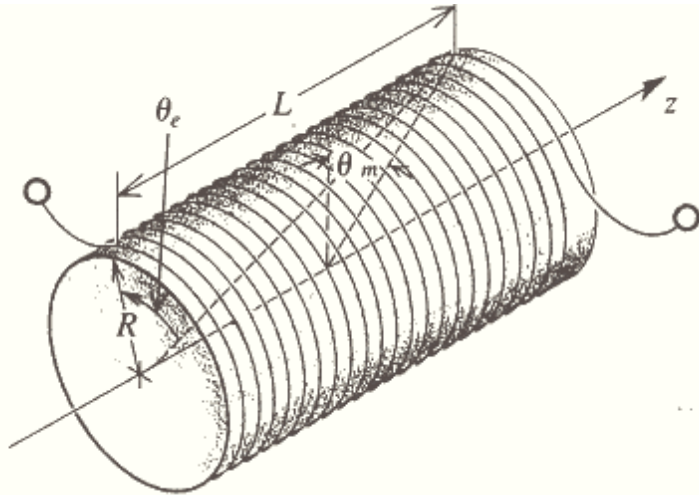
Şekildeki gibi yarıçapı a olan bir dairesel halkanın eksenindeki manyetik alanı hesaplamaya çalışalım. Şekilden de görülebileceği gibi dl' elementinin manyetik alanı $d\mathbf{B}$ dir. Simetri gereği toplam $\mathbf{B}$ 'nin yönü eksen boyuncadır ve

$$dB_z = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I dl'}{r^2} \cos \theta, \quad (18-13)$$

$$B_z = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi a I}{r^2} \cos \theta = \frac{\mu_0 I a^2}{2(a^2 + z^2)^{3/2}}. \quad (18-14)$$

$z=0$ da $B=\mu_0 I/2a$ dır ve $z^2 \gg a^2$ için $1/z^3$ ile düşer.

ÖRNEK: SELENOİD



Bir önceki slaytta gösterilen sonuç şeklindeki selenoidin merkezindeki $\mathbf{B}$ 'yi her bir sarımın $d\mathbf{B}$ sini hesaplayarak alanını hesaplamada yardımcı olur. Selenoid uzunluğu L metre başına sarım sayısı N' ve çapı R olan sıkı sarımlıdır. Merkezde

$$B = \frac{\mu_0}{2} \int_{-L/2}^{+L/2} \frac{R^2 N' I dz}{(R^2 + z^2)^{3/2}} \quad (18-15)$$

$$= \frac{\mu_0}{2} N' I \frac{L}{(R^2 + L^2/4)^{1/2}} = \mu_0 N' I \sin \theta_m. \quad (18-16)$$

θ_m ve θ_e tamınları için şekile bakılabilir. Bir uçta ve eksen üzerinde

$$B = \frac{\mu_0 N' I \sin \theta_e}{2}. \quad (18-17)$$

Manyetik akı yoğunluğu merkezde kenarlardan daha büyüktür. Çünkü uçlarda şekilden de görülebileceği gibi saçılma olur. Uzun bir selenoidin içinde köşelerden uzakta $B \approx \mu_0 N' I$ dir. Köşelerde eksenenden uzak noktalardaki $\mathbf{B}$ 'nin hesabı çok zordur.

1.4 **B**'NİN DİVERJANSI

Bölüm 1.2'deki manyetik monopollerin olmadığını yada en azından manyetik yük yoğunluğunun her yerde sıfır olduğunu kabul edelim. Bu durumda bütün manyetik alanlar elektrik akımlarının bir sonucu olur ve her bir akım elementinin **B** alan çizgileri daireseldir. Sonuç olarak kapalı bir yüzeyden dışa doğru akan net **B** manyetik akısı sıfırdır. yani

$$\int_{\mathcal{A}} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = 0. \quad (18-18)$$

Diverjans teoremi 18.18 denkleme uygulanırsa

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0. \quad (18-19)$$

Bu Maxwell denklemlerinden bir tanesinin alternatif formudur. Dikkat edilirse 18.19 denklemi verilen noktada **B**'lerin uzaysal türevleri arasında ilişki kurarken 18.18 denklemi kapalı yüzey üzerinden manyetik akı ile alakalıdır.

1.5 VEKTÖR POTANSİYEL (A)

Denklem 18.19 da gördük ki **B**'nin diveryansı sıfırdır. Bu durumda

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}, \quad (18-20)$$

yazmak mümkündür. Burada **A** vektör potansiyeldir ve elektrik alanlardaki V skaler potansiyele benzetilebilir. Bu tür yazımda **B**'nin diveryansı otomatik olarak sıfır olur çünkü matematiksel olarak bir vektörün rotasyonelinin diveryansı sıfırdır.

Bu sonunun hemen ardından herhangi verilen **B** için sonsuz sayıda muhtemel **A** bulunabili. Gerçekte **A**'ya rotasyoneli sıfır olan herhangi bir değer **B**'yi etkilemeden eklenebilir. Manyetik akı yoğunluğu ölçülebilir bir büyüklüktür fakat **A** sadece adaptif terimler içinde bilinebilir. Manyetik akı yoğunluğu ile vektör potansiye arasındaki elektrik alandaki

$$\mathbf{E} = -\nabla V \quad (18-21)$$

İlişisine benzetilebilir. Vektör potansiyel önemli bir büyüklüktür ve skaler potansiyel gibi sıklıkla kullanılır. Dikkat edilirse **E** nasıl V 'nin uzaysal türevlerinin bir fonksiyonu ise **B**'de **A**'nın uzaysal türevlerinin bir fonksiyonudur. Sonuç olarak verilen bir P noktasında **A**'nın kuvvetini düşürür.

Şimdi Biot-Savart yasasından $\mathbf{A}$ 'nın integral formunu çıkartabiliriz.

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{v'} \frac{\mathbf{J} \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2} dv' = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{v'} \left(\nabla \frac{1}{r} \right) \times \mathbf{J} dv', \quad (18-22)$$

Buradan

$$\left(\nabla \frac{1}{r} \right) \times \mathbf{J} = \nabla \times \frac{\mathbf{J}}{r} - \frac{\nabla \times \mathbf{J}}{r}, \quad (18-23)$$

Eşitliği kullanılabilir. 18.23 denkleminin sağ tarafındaki ikinci terim sıfırdır çünkü $\mathbf{J}$ x', y', z' nün fonksiyonu olmasına rağmen x, y, z türevlerini içerir. Sonuçta

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{v'} \left(\nabla \times \frac{\mathbf{J}}{r} \right) dv' = \nabla \times \left(\frac{\mu_0}{4\pi} \int_{v'} \frac{\mathbf{J}}{r} dv' \right), \quad (18-24)$$

ve

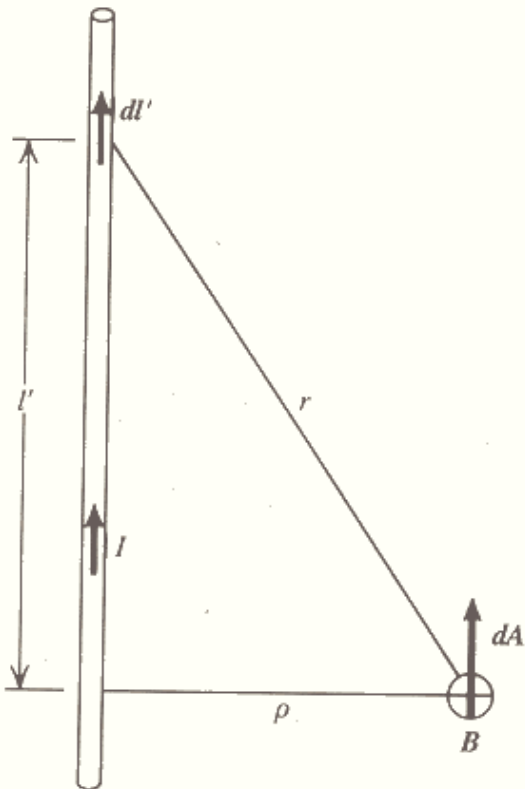
$$\mathbf{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{v'} \frac{\mathbf{J}}{r} dv'. \quad (18-25)$$

$\mathbf{A}$ için bu ifade verilen bir akın dağılımı için tanımlı bir değere sahiptir. Bir / akımı C devresinden akarsa (devrenin kapalı olup olmadığı önemli değildir) $\mathbf{A}$ vektör potansiyel

$$\mathbf{A} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_C \frac{d\mathbf{l}'}{r}, \quad (18-26)$$

Burada $d\mathbf{l}'$ C devresinde bir element r ise P ile P' arasındaki mesafedir. Yukardaki iki integral r/c (c: ışık hızı) oranı zaman aralığının çok küçük bir fraksiyonu ise alternatif alanlarda da uygulanabilir.

ÖRNEK: UZUN DÜZGÜN KABLO CİVARINDA A VE B



Şekildeki gibi akım taşıyan düz kablonun önce **A** vektör potansiyelini sonrada **B** alanını hesaplayalım. ρ mesafesinde

$$dA = \frac{\mu_0 I dl'}{4\pi r} \quad (18-27)$$

A vektör potansiyeli kabloya paralel ve yönüde akımın yönündedir. Sonsuz uzunluktaki bir kablo da $r \approx l'$ olduğu r 'nin büyük değerleri için **dA** dl'/l' ile orantılıdır. Sonuç olarak **A** logaritmik olarak sonsuza gitme eğilimindedir. Bununla birlikte $\ln$ fonksiyonunun sonsuza gitme eğiliminde olması türevinin sonsuz olacağı anlamına gelmez. Sonuçta **A** sonsuz olsa bile **B** sonlu olabilir. **A**'nın sonsuza gitmesini önce sonlu bir kablo uzunluğu için A' 'yı hesaplayarak sonrada $L \gg \rho$ atayarak önledebiliriz. Şekli referans alarak görürüz ki

$$A = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{dl'}{(\rho^2 + l'^2)^{1/2}} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \left(\ln \frac{l' + (\rho^2 + l'^2)^{1/2}}{\rho} \right)_0^{L/2} \quad (18-28)$$

$$= \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln \frac{(L/2)[1 + (1 + 4\rho^2/L^2)^{1/2}]}{\rho} \approx \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln \frac{L}{\rho} \quad (4\rho^2 \ll L^2)$$

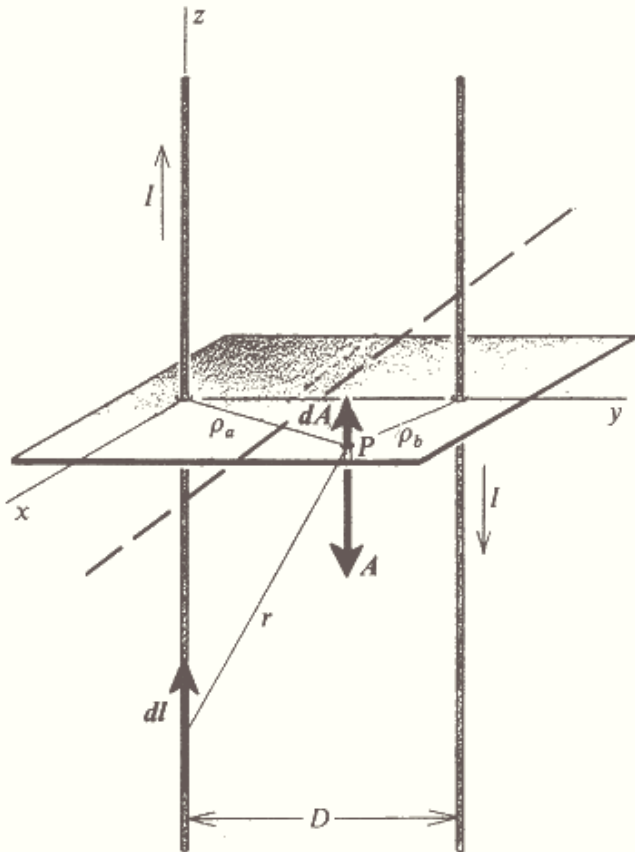
$$\approx \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln \frac{L}{\rho} \quad (4\rho^2 \ll L^2) \quad (18-29)$$

Son ifade de $\ln(L / \mathcal{R})$ terimini ihmal ettik ve $\mathcal{R}$ çapında keyfi olarak $\mathbf{A}=0$ atadık. $\mathbf{A}$ 'nın rotasyonelinden Silindirik koordinat sisteminde $\mathbf{B}$ 'yi $\mathbf{A}$ 'nın rotasyonelinden hesaplamak için $\mathbf{A}$ 'nın z eksenine paralel olduğunu ve hem z hemde ρ 'dan bağımsız olduğu unutulmamalıdır. Bu durumda daha önce çözülen Slayt 14 'deki örnekteki sonucun aynısı

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} = \frac{\mu_0 I}{2\pi\rho} \hat{\phi} \quad (4\rho^2 \ll L^2), \quad (18-30)$$

elde edilir.

ÖRNEK: UZUN PARALEL AKIM ÇİFTİ



Şekilde birbirlerinden D kadar ayırık bulunan iki uzun akım taşıyan kablo görülmektedir. $\mathbf{A}$ 'yı hesaplamak için 20. Slaytta bulunan tek kablonun vektör potansiyeli kullanılıp herbir kablo için kullanılacak ve 2 vektör potansiyel vektörel toplanacaktır:

$$A = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \left(\ln \frac{L}{\rho_a} - \ln \frac{L}{\rho_b} \right) = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln \frac{\rho_b}{\rho_a} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \ln \frac{x^2 + (D - y)^2}{x^2 + y^2}. \quad (18-31)$$

$\mathbf{A}$ vektör potansiyelin yönü hangi kabloya yakın ise onun yönündedir ve tam ortada ($\rho_a = \rho_b$) sıfırdır. Sonuç olarak

$$B_x = \frac{\partial A}{\partial y} = -\frac{\mu_0 I}{2\pi} \left(\frac{D - y}{\rho_b^2} + \frac{y}{\rho_a^2} \right), \quad (18-32)$$

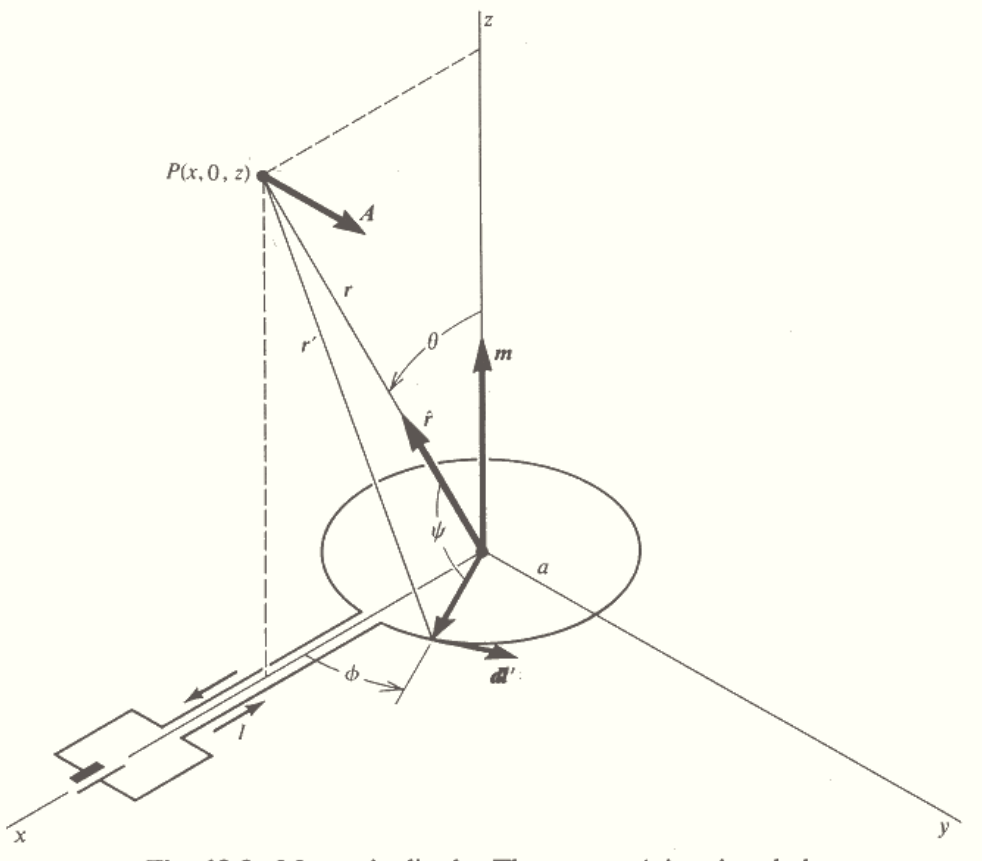
$$B_y = -\frac{\partial A}{\partial x} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \left(\frac{1}{\rho_a^2} - \frac{1}{\rho_b^2} \right) x, \quad (18-33)$$

$$B_z = 0. \quad (18-34)$$

İki kablonun ortası boyunca

$$B_x = -\frac{2\mu_0 I}{\pi D}, \quad B_y = 0, \quad B_z = 0. \quad (18-35) \quad \text{dir.}$$

ÖRNEK: MANYETİK DİPOLÜN ALANI İÇİNDE A



Manyetik dipol / akımını taşıyan bir halkadır. İlk önce **A** sonrada **B** hesaplanacaktır. Bu bize elektrik dipol ile manyetik dipol arasındaki ilginç ilişkiye götürecektir. Şekildeki *P* noktasında

$$\mathbf{A} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint_C \frac{d\mathbf{l}'}{r} \quad (18-36)$$

Simetir gereği **A** 'nın sadece *y* bileşeninin hesaplanması yeterlidir ve

$$A = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{a d\phi \cos \phi}{r'} \quad (18-37)$$

r' nü *r* ve *phi* 'nin fonksiyonu olarak ifade edebiliriz. İlk önce

$$r'^2 = r^2 + a^2 - 2ar \cos \psi. \quad (18-38)$$

Şimdi

$$x \cos \phi = r \cos \psi \quad (18-39)$$

$$r'^2 = r^2 + a^2 - 2ax \cos \phi, \quad (18-40)$$

$$r' = r \left\{ 1 + \left[\frac{a^2}{r^2} - 2 \frac{a}{r} \left(\frac{x}{r} \cos \phi \right) \right] \right\}^{1/2} = r \{ 1 + [] \}^{1/2}. \quad (18-41)$$

Dikkat edilirse $x \cos \phi / r \leq 1$ dir. $r \gg a$ olan noktalardaki alanla ilgilendiğimiz için $1/r'$ nü sonsuz deriye açabiliriz ve a/r 'nın büyük güçlü terimlerini ihmal edersek

$$\frac{1}{r'} = \frac{1}{r} \left\{ 1 - \frac{1}{2} [] + \frac{3}{8} []^2 - \dots \right\}. \quad (18-42)$$

burada

$$\left(\frac{x}{r} \cos \phi \right) = (), \quad (18-43)$$

Atanmıştır. Sonuçta

$$\frac{1}{r'} = \frac{1}{r} \left\{ 1 - \frac{1}{2} \left[\frac{a^2}{r^2} - 2 \frac{a}{r} () \right] + \frac{3}{8} \left[\frac{a^4}{r^4} - 4 \frac{a^3}{r^3} () + 4 \frac{a^2}{r^2} ()^2 \right] - \dots \right\}. \quad (18-44)$$

a/r nin 3. ve büyük kuvvetlerini ihmal edersek

$$\frac{1}{r'} = \frac{1}{r} \left\{ 1 + \frac{a}{r} \left(\cos \phi \right) - \left[\frac{1}{2} - \frac{3}{2} \left(\cos \phi \right)^2 \right] \frac{a^2}{r^2} \right\}. \quad (18-45)$$

bulunur. Sonuç olarak 18.45 'i 18.37 'de yerine koyarsak

$$A = \frac{\mu_0 I a}{4\pi r} \int_0^{2\pi} \left[1 + \frac{a}{r} \left(\frac{x}{r} \cos \phi \right) - \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{2} \frac{x^2}{r^2} \cos^2 \phi \right) \frac{a^2}{r^2} \right] \cos \phi d\phi. \quad (18-46)$$

Parantez içindeki ikinci terim hayatta kalabilir ve

$$A = \frac{\mu_0 I a^2 x}{4r^3} = \frac{\mu_0 I a^2 \sin \theta}{4r^2} \quad (r^3 \gg a^3). \quad (18-47)$$

bulunur. Tanım gereği

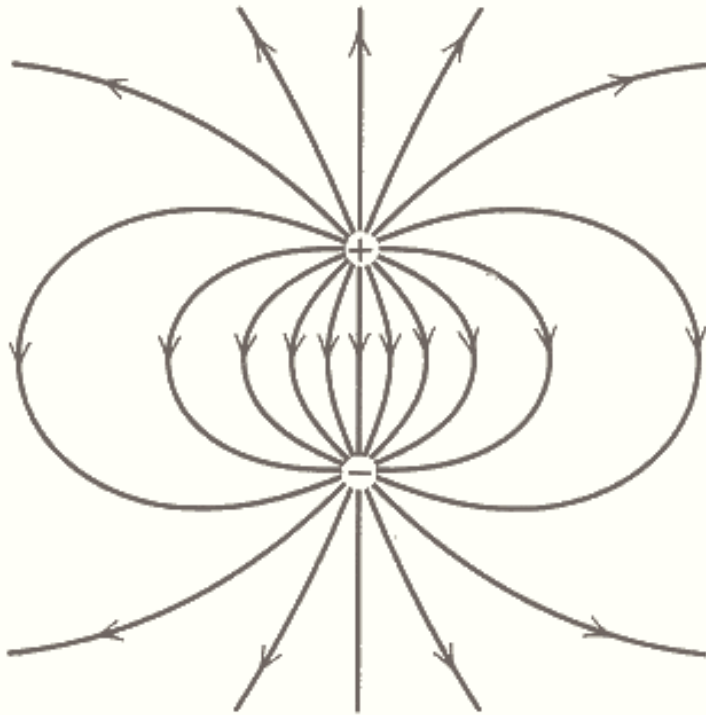
$$\mathbf{m} = \pi a^2 I \hat{\mathbf{z}} \quad (18-48)$$

Burada $\mathbf{m}$ manyetik dipol momentidir. Eğer N sarımlı ise $\mathbf{m}$ N kere büyüktür. Sonuçta $\mathbf{A}$

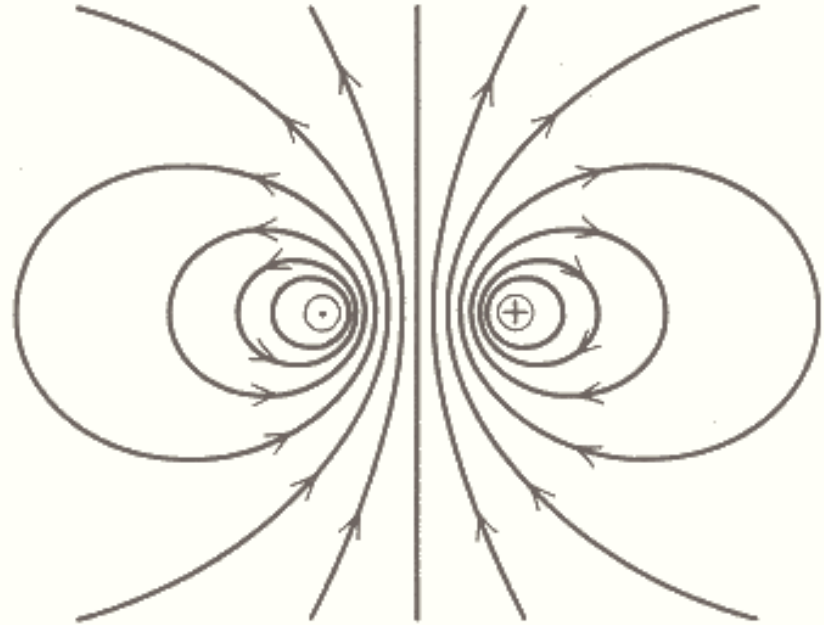
$$\mathbf{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\mathbf{m} \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2} \quad (r^3 \gg a^3). \quad (18-49)$$

bulunur.

Şekilde elektrik dipol ve manyetik dipolün alanları gözükmektedir((a): elektrik dipol (b): Manyetik dipol).

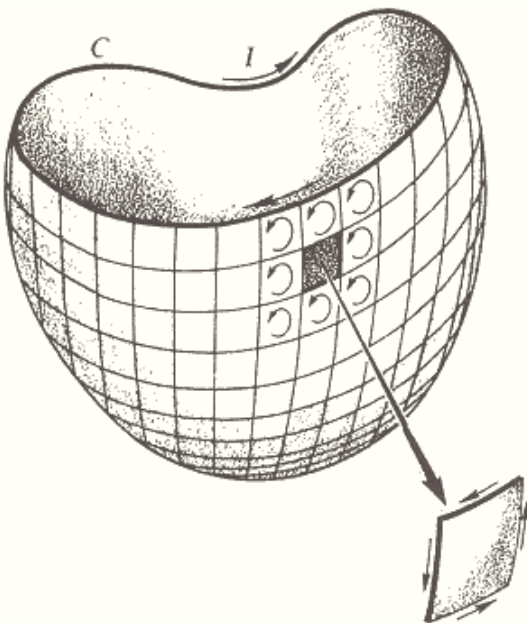


(a)



(b)

1.6 RASGELE AKIM DAĞILIMININ MANYETİK DİPOL MOMENTİ



/ akımını taşıyan düzlem bir halka düşünelim. Daha sonra

$$\mathbf{m} = \mathcal{A} I \hat{\mathbf{z}}, \quad (18-51)$$

Atayayım. Burada $\mathcal{A}$ düzlemsel halkanın yüzölçümü $\hat{\mathbf{z}}$ da halkaya dik birim vektördür ve sağ el kuralına uyar. 18.51'deki ifade $a^3 \ll r^3$ (burada a halkanın en uzun değeridir) için **A** ve **B** için uygulanabilir. Ayrıca

$$\mathbf{m} = \frac{1}{2} I \oint_C \mathbf{r} \times d\mathbf{l}', \quad (18-52)$$

de yazılabilir. Burada integral yolunun yönü akımın yönüdür. $\mathbf{r}$ 'nin orijini herhangi bir yer olabilir. Eğer akım taşıyan hat şekilde de görüleceği gibi bir düzleme oturmazsa bu düzlem sonsuz küçüklikte düzlemsel hüzelere bölünür ve her bir hücre /

akımının kendi payına düşen kısmını taşır. Bitişik akımlar birbirini yok eder ve C 'nin manyetik dipol momenti her bir hücrenin dipol momentlerinin vektörel toplamı olur.

Sonuçta

$$\mathbf{m} = \sum \frac{1}{2} I \oint_{\text{cell}} \mathbf{r} \times d\mathbf{l}' = \frac{1}{2} I \oint_C \mathbf{r} \times d\mathbf{l}', \quad (18-53)$$

18.52 ve 18.53 denklemleri herhangi kapalı devreye uygulanabilir. Herhangi akım taşıyan devrenin manyetik dipol moneti

$$\mathbf{m} = \frac{1}{2} \int_{v'} \mathbf{r} \times \mathbf{J} dv'. \quad (18-54)$$

Bu denklemde $I d\mathbf{l}'$ $\mathbf{J} d\mathcal{A}'$ ile ve $d\mathcal{A}'$ de dv' ile yer değiştirmiştir. $\mathbf{r}$ 'nin orjini herhangi bir yer olabilir.

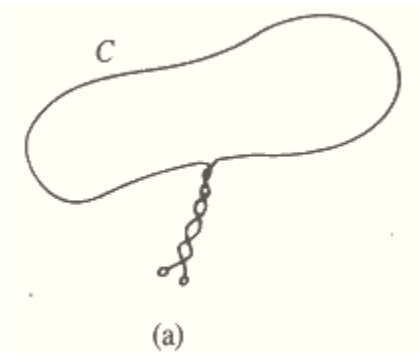
2. MANYETİK ALANLAR II.

- Giriş
- Kapalı bir eğri üzerinden $\oint \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l}$ 'nin çizgisel integrali
- $\mathbf{A}$ 'nın Laplası
- $\mathbf{A}$ 'nin Diverjansı
- $\mathbf{B}$ 'nin rotasyoneli
- Amper'in Devre Yasası
- $\mathbf{B}$ 'nin Laplası

2.1 GİRİŞ

Manyetik alanlar hakkındaki bu ikinci komunuzda $\mathbf{A}$ vektör potansiyelinin direk sonuçları türetilenektir. $\mathbf{A}d/$ 'nin kapalı bir eğri üzerinden çizgisel integrali sarmalanan manyetik akıya eşittir. Bu sonuç geneldir. Bununla birlikte bu bölümde bulunan diğer sonuçlar sadece statik alanda uygulanabilir.

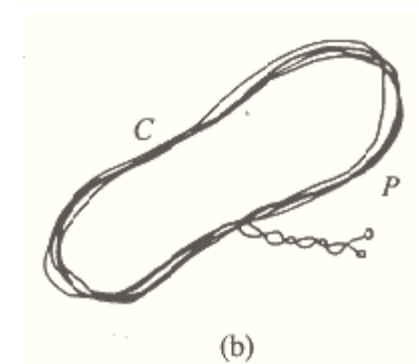
2.2 $\oint \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l}$ 'NİN KAPALI BİR EĞRİ ÜZERİNDEN ÇİZGİSEL İNTEGRALI



Şekil (a)'daki gibi basit kapalı bir eğri düşünelim. Bu C eğrisi boyunca $\oint \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l}$ integrali C'nin sarmaladığı manyetik akıya esittir.

$$\oint_C \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} = \int_{\mathcal{A}} (\nabla \times \mathbf{A}) \cdot d\mathcal{A} = \int_{\mathcal{A}} \mathbf{B} \cdot d\mathcal{A} = \Phi, \quad (19-1)$$

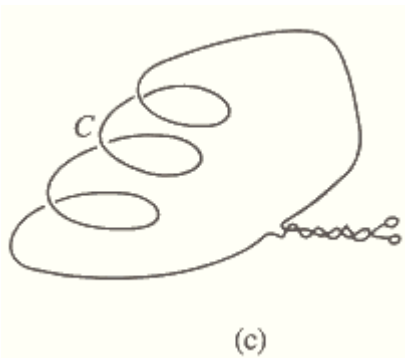
Burada $\mathcal{A}$ C eğrisi tarafından sınırlanan yüzeydir. 19.1 denkleminde Stokes Teoremi uygulanmıştır.



Şimdi de Şikil (b)'deki gibi N sarımlı bir nüveyi (Coil) ele alalım. Nüvenin herhangi kesiti düzeyinden, diyelimki P, çeşitli sarımların tamamı hemen hemen aynı $\mathbf{A}$ 'nın tesiri altındadır. Sonuç olarak

$$\oint_C \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} = N \int_{\mathcal{A}} \mathbf{B} \cdot d\mathcal{A} = N\Phi = \Lambda, \quad (19-2)$$

Burada Λ sarmal akı ve $\mathcal{A}$ 'da Nive tarafından sınırlanan yüzeydir. Sarmal akının birimi **weber-sarım**'dır.

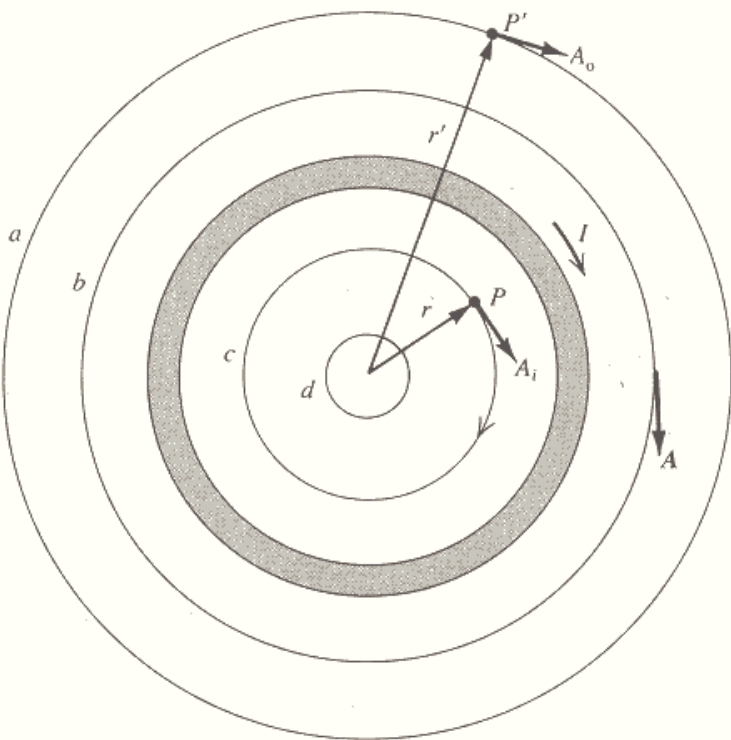


Eğer devre Şekil (c)'deki gibi olursa

$$\oint_C \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} = \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = \Lambda, \quad (19-3)$$

Şeklinde hesaplanır. Dikkat edilirse C tarafından sınırlanan yüzeyin bulunması çok zordur. Fakat sarmal akı kolaylıkla ölçülebildiğinden yüzey ile çok fazla ilgilenilmez.

ÖRNEK: UZUN SELENOİDİN ALANI İÇİNDE VEKTÖR POTANSİYEL $\mathbf{A}$



Uzun bir selenoidin içinde ve dışında $\mathbf{A}$ 'nin nasıl değiştiğini hesaplayalım. Bunun için bölüm 1.5'de bulunan $\mathbf{A}$ 'nın integral formunu kullanalım.

$$\mathbf{A} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint_C \frac{d\mathbf{l}'}{r} \quad (19-4)$$

Selonoidin eksenı üzerinde $I d\mathbf{l}'$ nün $d\mathbf{A}$ 'sı zıt yöndeki $I d\mathbf{l}'$ tarafından yokedildilir. Sonuç olarak uzun selenoidin eksenı üzerinde $\mathbf{A}$ sıfırdır.

Selenoidin içinde ve eksenden uzaktaki bir P noktasında P noktasına yakın $I d\mathbf{l}'$ nün katkısı en fazladır ve $\mathbf{A}$ r yarıçapı ile artar.

Selenoidin dışındaki P' noktasında bölüm 2.6'daki örnekte görüleceği gibi sıfırdır. Fakat $\mathbf{A}$ sıfır değildir        P' noktasına en yakın $I d\mathbf{l}'$ n n etkisi en fazladır. Sonuç olarak $\mathbf{A}$ $\mathbf{B}$ sıfır olan bölgelerde bulunabilir. Selonoidin dışında selenoidin aksine $\mathbf{A}$ r ile d  er.

İlk önce selenoidin içindeki bir noktayı ile alalım. Selenoidin içinde ve köşelerden uzakta eksene paralel ve $\mu_0 N' I$ dir. Bölüm 2.2 deki 19.1 denklemini kullanırsak selenoidin içindeki **A**

$$2\pi r A_i = \pi r^2 \mu_0 N' I, \quad A_i = \frac{\mu_0 N' I r}{2}. \quad (19-5)$$

Bulunur. Selenoidin dışındaki bir noktada ise

$$2\pi r' A_0 = \pi R^2 \mu_0 N' I, \quad A_0 = \frac{\mu_0 N' I R^2}{2r'}. \quad (19-6)$$

Şeklinde bulunur.

2.3 A'NIN LAPLASI

Elektromanyetik I 'deki bölüm 2.5.1 ve bölüm 4.2 'den

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{v'} \frac{\rho}{r} dv', \quad \nabla^2 V = -\frac{\rho}{\epsilon_0}. \quad (19-7)$$

hatırlanabilir. İlk denklem $P(x,y,z)$ noktasının V potansiyeli ile $P2(x',y',z')$ noktasındaki ρ 'yu birbirleri ile alakalandırır. İkinci denklem bir noktanın potansiyelini o noktanın yük yoğunluğu cinsinden ifade eder.

Aynı benzerliği manyetik alanlarda da kurmak mümkündür. $\mathbf{A}$ 'nın integral formunun

$$\mathbf{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{v'} \frac{\mathbf{J}}{r} dv', \quad (19-8)$$

Burada v' bütün akımları çevreleyen hacimdir. Bu denklemin x bileşenini yazarsak

$$A_x = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{v'} \frac{J_x}{r} dv'. \quad (19-9)$$

Bulunur. Denklem 19.7 deki benzerlikten

$$\nabla^2 A_x = -\mu_0 J_x. \quad (19-10)$$

Benzer denklemler y ve z bileşenleri içinde yazılabilir. Ve sonuçta

$$\nabla^2 \mathbf{A} = -\mu_0 \mathbf{J}. \quad (19-11)$$

Bu denklem statik alanlarda geçerlidir.

2.4 A'NIN DİVERJANSI

Statik alanlarda ve sonlu akımda A'nın diverjansının sıfır olduğunu ispatlamak için ilk önce

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = \nabla \cdot \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{v'} \frac{\mathbf{J}}{r} dv' = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{v'} \nabla \cdot \left(\frac{\mathbf{J}}{r} \right) dv', \quad (19-12)$$

Burada del operatörü alan noktasının (x,y,z) koordinatlarında iş yaparken $\mathbf{J}(x',y',z')$ kaynak noktasının bir fonksiyonudur. r ise her zaman olduğu gibi bu iki nokta arasındaki mesafedir. Vektör eşitlikleri kullanılırsa

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{v'} \left(\nabla \frac{1}{r} \right) \cdot \mathbf{J} dv' = -\frac{\mu_0}{4\pi} \int_{v'} \left(\nabla' \frac{1}{r} \right) \cdot \mathbf{J} dv' \quad (19-13)$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{v'} \left(-\nabla' \cdot \frac{\mathbf{J}}{r} + \frac{\nabla' \cdot \mathbf{J}}{r} \right) dv'. \quad (19-14)$$

Zamandan bağımsız alanda $\partial \rho / \partial t = 0$ 'dır ve yükün korunumundan $\nabla' \cdot \mathbf{J} = 0$ dır. Sonuç olarak

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = -\frac{\mu_0}{4\pi} \int_{v'} \nabla' \cdot \frac{\mathbf{J}}{r} dv' = -\frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\mathcal{A}'} \frac{\mathbf{J}}{r} \cdot d\mathcal{A}' \equiv 0, \quad (19-15)$$

Burada $\mathcal{A}'$ alanı v' nün yüzey alanıdır. Diverjans teoremi ilk integrali ikinci haline çevirmek için kullanılmıştır. İkinci integral akım sıfır yada teğetsel olsa bile $\mathcal{A}'$ üzerinden sıfırdır.

2.5 **B**'NİN ROTASYONELİ

Vektörel eşitliklerden

$$\nabla \times \mathbf{B} = \nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A}. \quad (19-16)$$

Bulunabilir. Bölüm 2.3 ve 2.4'den

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J}. \quad (19-17)$$

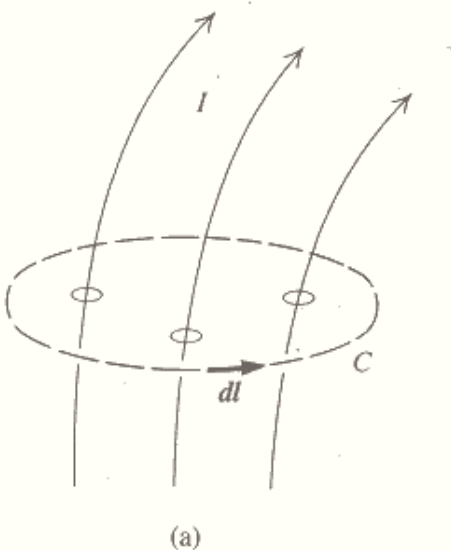
Bu denklem sadece statik alanlarda geçerlidir.

2.6 AMPER'İN DEVRE YASASI

Kapalı bir C eğrisi üzerinden $\mathbf{B} \cdot d\mathbf{l}$ integrali önemlidir.

$$\oint_C \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \int_{\mathcal{A}} (\nabla \times \mathbf{B}) \cdot d\mathcal{A} = \mu_0 \int_{\mathcal{A}} \mathbf{J} \cdot d\mathcal{A} = \mu_0 I. \quad (19-18)$$

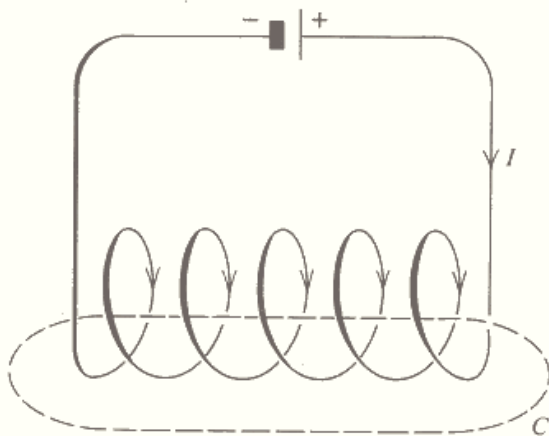
Bu denklemler setinde ilk önce skotes teoremi uygulamıştır. $\mathcal{A}$ herhangi bir C eğrisi tarafından sınırlanan alandır. Daha sonra denklem 19.17 deki bağıntı kullanılmıştır. Son olarak I C eğrışğ tarafından sınırlanan yüzeyden akan net akımdır. Şekil (a) da görüldüğü gibi I akımının yönü için sağ el kuralı geçerlidir. Bu **Amper'in Devre Yasası**'dır. Kapalı bir yok üzerinden $\mathbf{B}$ nin çizgisel integrali o yolun sınırladığı yüzey tarafından sarmalanan akımın μ_0 katına eşittir.



(a)

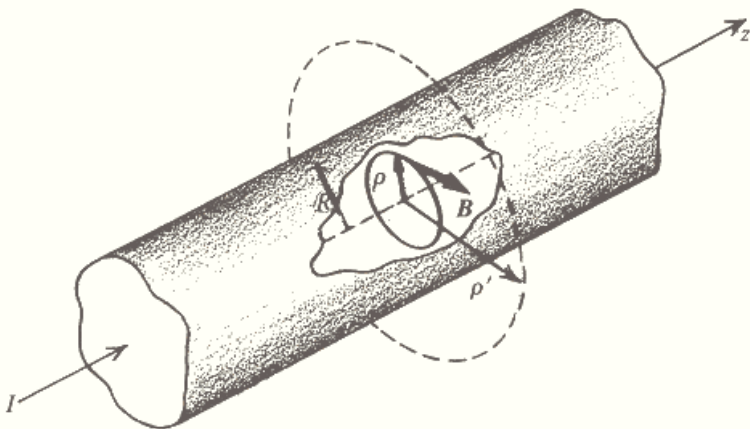
Şekil (b) deki gibi aynı akım C tarafından sınırlanan yüzeyden birkaç kere geçer. Toplam sarmalanan akı sarım sayısı kere akıma eşittir ve birimi **amper sarımdır**.

Bu integral $\mathbf{B}$ 'yi hesaplamada eğer $\mathbf{B}$ integrasyon yolu boyunca düzgün olduğunda uygulanabilir. Bu yasayı **Amper Yasası**'na benzetmek mümkündür.



(b)

ÖRNEK: UZUN SİLİNDİRİK İLETKEN



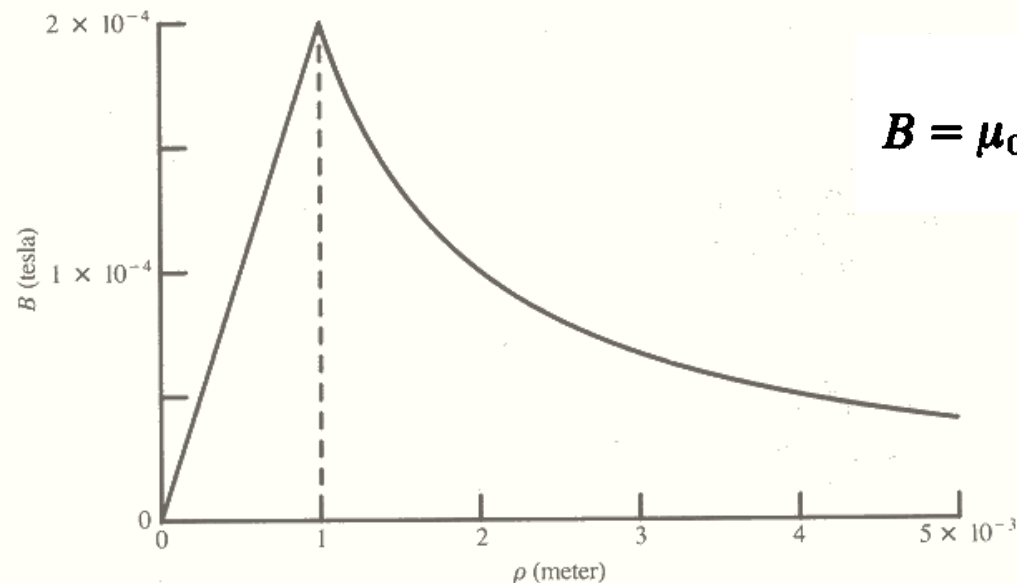
Şekildeki gibidüzgün akım taşıyan iletkenin içindeki ve dışındaki $\mathbf{B}$ 'yi Amper Yasası'nı kullanarak hesaplayalım. / akımı iletken kesiti boyunca düzgün olsun. İletkenin dışında $\mathbf{B}$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi \rho'} \quad (19-19)$$

olur. İletkenin içinde ise

$$B = \mu_0 \frac{[I/(\pi R^2)]\pi \rho^2}{2\pi \rho} = \frac{\mu_0 I \rho}{2\pi R^2} \quad (19-20)$$

Bulunur. $\mathbf{B}$ 'nin değişimi şekilde gösterilmiştir.



2.6 $\mathbf{B}$ 'NİN LAPLASI

$\mathbf{B}$ 'nin laplasını bölüm 2.3'deki $\mathbf{A}$ 'nın laplasından bulabiliriz.

$$\nabla^2 \mathbf{A} = -\mu_0 \mathbf{J}, \quad (19-22)$$

sonuçta

$$\nabla \times (\nabla^2 \mathbf{A}) = -\mu_0 \nabla \times \mathbf{J}. \quad (19-23)$$

Rotasyonelin laplası laplasın rotasyoneline eşittir. Sonuç olarak

$$\nabla^2 (\nabla \times \mathbf{A}) = -\mu_0 \nabla \times \mathbf{J}. \quad (19-24)$$

$$\nabla^2 \mathbf{B} = -\mu_0 \nabla \times \mathbf{J}, \quad (19-25)$$

Bu denklemler de statik alanlarda geçerlidir.

3. MANYETİK ALANLAR III.

- Giriş
- Manyetik Malzeme Tipleri
- Manyetizasyon **M**
- Manyetize olmuş bünynenin manyetik alanı
- Manyetik malzemenin varlığında **B**'nin diverjansı
- Manyetik alan şiddeti **H** ve **H**'in rotasyoneli
- Manyetik malzemin varlığında Amper'in devre yasası
- Manyetik duyarlılık ve bağlı manyetik geçirgenlik
- Sınır koşulları

3.1 GİRİŞ

Şimdiye kadar yüklerin hareketinden doğan manyetik alanlarla ilgilenilmiştir. Bu ve bundan sonraki bölüm manyetik malzemeler hakkında olacaktır.

Bütün atomlar manyetik alan üreten dönen elektronlara sahiptir. Bu kesinlikle quantum-mekanik etkidir. Bu iki bölümün amacı bu alanları makroskobik terimlerle ifade etmektir.

Yalıktan malzemelerde her bir atom ve molekül uygun şekilde yönlendirildiği zaman mikroskobik bünyeye net elektriksel moment veren elektriksel dipol momentine sahiptir. Benzer şekilde manyetik malzemelerin atomları yönlenebilen manyetik dipol momentlerine sahiptir. Manyetik olarak yönlendirilmiş bünyeye **manyetize olmuş** denir. Ferromanyetik malzemeler dışındaki malzemelerin manyetik etkisi çok zayıftır.

3.2 MANYETİK MALZEME TİPLERİ

Manyetik malzemeler üç ana tiptedir.

(1) Bütün malzemeler *diamagnetik* tir. Bu manyetizim harici manyetik alanın uygulanmasının faraday enfüksiyon yasasına göre moment uyarır gerçeğinden çıkar. Bu etki genellikle görülmez ve manyetik alanın kalkması ile yok olur.

(2) Birçok atomda atomların yörüngersel ve dönme hareketinden doğan manyetik moment ler birbirini yok eder. Eğer bu yok etme tam olmazsa malzeme *paramagnetik* tir. Termal salınımlar bu bireysel momentleri dağınık şekilde yönlendirir fakat harici alanın uygulanması ile kısmi olarak yönlenirler.

(3) Demir gibi *ferromagnetik* malzemelerde manyetizasyon diamagnetik veya paramagnetik malzemelere göre çok büyük olabilir. Bu etki **domain** adı verilen küçük bölgeler boyunca momentleri dizen grup olayı ile birlikte elektronların dönmesinden ortaya çıkar.

3.3 MANYETİZASYON M

Manyetizasyon M bir noktada manyetize olmuş malzemenin birim hacmi için manyetik momenttir. Birim hacimde N tane atom varsa ve herbiri verilen yönde m dipol momentine sahipse manyetizasyon

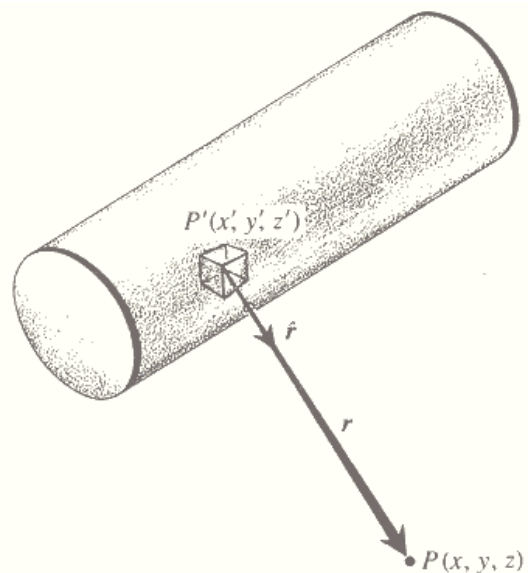
$$M = Nm. \quad (20-1)$$

Manyetik malzemelerdeki manyetizasyon yalıtıkandadi polarizasyona benzetilebilir. Manyetizasyonun birimi Amper / metre 'dir.

3.4 MANYETİZE OLMUŞ BÜNYENİN MANYETİK ALANI

Manyetize olmuş bir bünyenin manyetik alanını bulmak için $\mathbf{M}$ manyetik momentin $d\mathbf{A}$ vektör potansiyel ifadesini malzemenin dV hacmi üzerinden integre edilmesi gerekir. Hesaplamalardan bu alanın $\nabla \times \mathbf{M}$ eşdeğer hacim akım yoğunluğunu artı $\mathbf{M} \times \mathbf{n}$ yüzey akım yoğunluğunun alanına eşit olduğu görülür.

Aynı benzerliği yalıtkanda da kurabiliriz. Polarize yalıtkanın alanı bağlı hacim ve yüzey yük yoğunluklarının alanlarının toplamına eşittir.



Bu sonuç ilginçtir fakat kullanılamaz çünkü $\mathbf{M}$ 'in kendisi de $\mathbf{B}$ 'nin fonksiyonudur ve bilşnmeyendir. Pratikte $\mathbf{B}$ ya yarı-pratiksel metotla yada bilgisayarda sayısal yolla çözülebilir.

Şekildeki gibi manyetize olmuş bir bünyenin dışındaki bir P noktasının manyetik alanını hesaplayalım. Akım loopunun $\mathbf{m}$ manyetik momentinden r kadar uzaklıktaki bir noktanın vektör potansiyeli

$$\mathbf{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\mathbf{m} \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2}. \quad (20-2)$$

$\hat{r}$ birim vektörün yönü loopdan P noktasını işaret eder ve r loopun en uzun boyutundan daha büyüktür. Sonuçta manyetize malzemenin v' hacmi için

$$\mathbf{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{v'} \frac{\mathbf{M} \times \hat{r}}{r^2} dv' = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{v'} \mathbf{M} \times \nabla' \left(\frac{1}{r} \right) dv'. \quad (20-3)$$

Manyetize bünyenin hacmi v' ve bu hacmin yüzeyi de $\mathcal{A}'$ dür. Vektör eşitliği ve Skotes teoremi kullanılırsa

$$\mathbf{A} = -\frac{\mu_0}{4\pi} \int_{v'} \left(\nabla' \times \frac{\mathbf{M}}{r} \right) dv' + \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{v'} \frac{\nabla' \times \mathbf{M}}{r} dv' \quad (20-4)$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\mathcal{A}'} \frac{\mathbf{M} \times \hat{n}}{r} d\mathcal{A}' + \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{v'} \frac{\nabla \times \mathbf{M}}{r} dv', \quad (20-5)$$

$\hat{n}$ vektörü manyetize malzeminin $\mathcal{A}$ yüzeyine dik ve yönü dışa doğru olan birim vektördür. $\mathbf{A}$ için yukarda yazılan bütün ifadeler birbirine eşdeğerdir fakat son ifade bizi basir fiziksel yoruma götürür. Açık şekilde gözükür ki mantezite malzemenin civarındaki manyetik alan aynı değere hacim ve yüzey akım yoğunluklarının alanlarına eşittir. Bu eşdeğer akımlar

$$\mathbf{J}_e = \nabla \times \mathbf{M} \quad \text{and} \quad \mathbf{a}_e = \mathbf{M} \times \hat{n}. \quad (20-6)$$

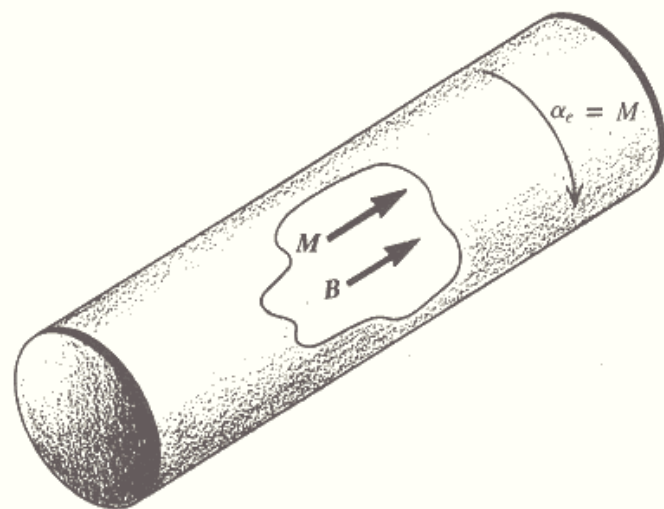
Manyetize malzemenin içinde yukardaki integrallerin hiçbiri ıraksar ve alan manyetize olmuş malzeme eşdeğer akımlarla eğştirilse de aynıdır. Daha genel ifade ile

$$\mathbf{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{v'} \left(\mathbf{J}_f + \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} + \nabla \times \mathbf{M} \right) dv', \quad (20-7)$$

Burada $\mathbf{J}_f$ serbest yüklerin akım yoğunluğu $\partial \mathbf{P} / \partial t$ polarizasyon akım yoğunluğudur. Benzer şekilde Biot-Savart yasasında en genel halini aşağıdaki gibi yazabiliriz.

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{v'} \frac{(\mathbf{J}_f + \partial \mathbf{P} / \partial t + \nabla \times \mathbf{M}) \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2} dv'. \quad (20-8)$$

ÖRNEK: DÜZGÜN MANYETİZE OLMUŞ ÇUBUĞUN İÇİNDEKİ EŞDEĞER AKIMLAR



Diyelim ki $\mathbf{M}$ manyetizasyon düzgün ve eksene paraleldir. Bu ideal bir durumdur çünkü elementer dipoller yaklaşık olarak eksene paralel olan $\mathbf{B}$ boyunca kendilerini yönlendirirler. $\mathbf{M}$ düzgün olduğu için $\nabla \times \mathbf{M} = 0$ 'dır ve eşdeğer hacim akım yoğunluğu yoktur. Ayrıca $\mathbf{M}$ eksene paralel olduğu için silindir yüzeyindeki eşdeğer akım M 'dir ve yönü şekilde gösterilmiştir. Silindirin alt ve üst yüzeyinde akım yoktur. Sonuçta manyetize çubuk (rod) $N' I = M$ olan selenoid gibi davranır. Şekle dikkat edilirse $\mathbf{B}$ ve $\mathbf{M}$ aynı genel yönü işaret eder.

3.5 MANYETİK MALZEMENİN VARLIĞINDA $\mathbf{B}$ 'NİN DİVERJANSI

Manyetik alan ya yüklerin mikroskobik hareketinden yada eşdeğer akımlardan doğar. Bu ilişki

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (20-9)$$

Dır. Bu bölüm 1.4 de bulunan denklemle aynıdır ve manyetik malzemenin varlığında da kullanılabilir. Bu Maxwell denklemlerinden bir tanesidir.

3.6 MANYETİK ALAN ŞİDDETİ ($\mathbf{H}$) VE $\mathbf{H}$ 'İN ROTASYONELİ

Bölüm 2.5'de bulduk ki mantetik malzemenin yokluğunda

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J}_f. \quad (20-10)$$

Dır. Manyetik malzemenin varlığında

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{J}_f + \mathbf{J}_e). \quad (20-11)$$

Bu denklem sadece manyetize malzemenin içinde (yüzeyinde değil) uzaysal türevlerin olduğu bölgelerde uygulanabilir. Sonuçta

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{J}_f + \nabla \times \mathbf{M}), \quad (20-12)$$

$$\nabla \times \left(\frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{M} \right) = \mathbf{J}_f. \quad (20-13)$$

20.13 denkleminde parantez içindeki terim **manyetik alan şiddeti** olarak adlandırılır.

Sonuçta manyetik alan şiddeti

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{M}. \quad (20-14)$$

Hem $\mathbf{H}$ hemde $\mathbf{B}$ amper/metre cinsinden ifade edilir. Sonuç olarak

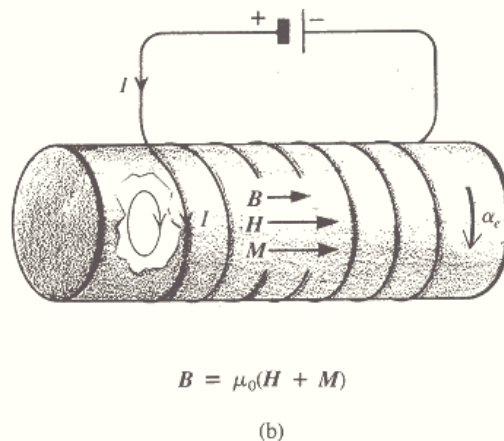
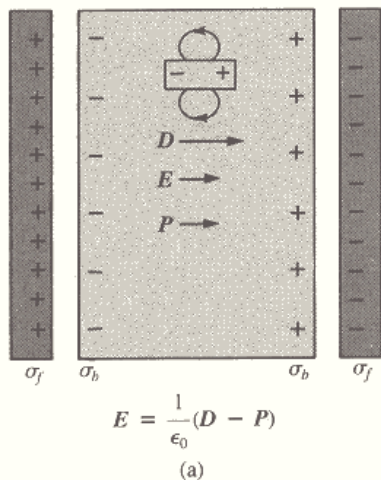
$$\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{H} + \mathbf{M}) \quad (20-15)$$

dır ve manyetize malzemenin içinde bile statik alanlar için:

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_f \quad (20-16)$$

denklemini geçerlidir.

3.6.1 YALITKAN (DİELEKTRİK) VE MANYETİK MALZEMELERİN KARŞILAŞTIRILMASI



$$\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{H} + \mathbf{M}) \quad (20-15)$$

ve

$$\mathbf{E} = \frac{1}{\epsilon_0}(\mathbf{D} - \mathbf{P}). \quad (20-17)$$

Denklemlerini karşılaştıralım. Aradaki tek fark **eksi** işaretidir. Şekil farkı göstermektedir. Şekil (a)'da düzlemsel kondansatör köşe etkileri ihmal edilirse yalıtkanın varlığından

etkilenmeyen serbest yükler taşır. Sonuçta $D = \sigma_f$ sabittir. Her üç vektörde aynı yöndedir. Yalıtkan olmaması durumunda $E = D/\epsilon_0$ olur. Yalıtkanın varlığında E daha küçüktür çünkü bağış yüklerin alanı serbest yüklerin alanına zıt yöndedir. Şekil (b) 'de ise her üç vektörde sağa doğrudur. Manyetik çekirdeğin yokluğunda $B = \mu_0 H$ 'a eşittir. Manyetik çekirdeğin varlığında $\mathbf{B}$ daha büyüktür çünkü eşdeğer akım serbest yüklerin akımına yardım eder.

3.7 MANYETİK MALZEMENİN VARLIĞINDA AMBER DEVRE YASASI

Denklem 20.16'yı C eğrisinin sınırladığı $\mathcal{A}$ yüzeyi üzerinden integre edelim:

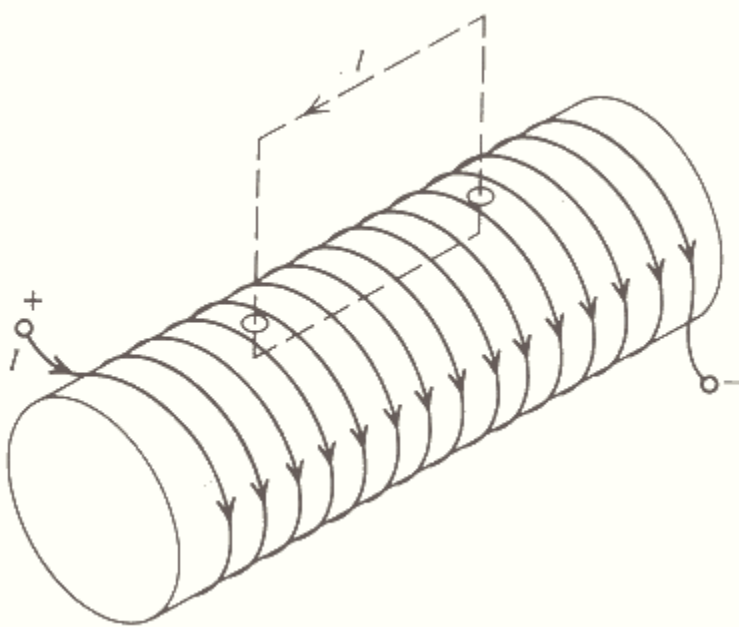
$$\int_{\mathcal{A}} (\nabla \times \mathbf{H}) \cdot d\mathcal{A} = \int_{\mathcal{A}} \mathbf{J}_f \cdot d\mathcal{A}, \quad (20-18)$$

Denklemin sol tarafına Skotes teoremi uygulanırsa

$$\oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = I_f, \quad (20-19)$$

Burada I_f C eğresi tarafından sarmalanan serbest yüklerin akımıdır. İntegrasyon yolunun ve z yönünün bulunmasından tornavida kuralı uygulanır. Dikkat edilirse I_f eşdeğer akımı içermez. Denklemin sol tarafı **magnetomotor** kuvvetidir. 20.19 denklemi genel bir denklem olup manyetik malzemenin varlığında bile $\mathbf{H}$ 'ın hesaplanmasında kullanılabilir ve sadece durağan alanda geçerlidir.

ÖRNEK: MANYETİK ÇEKİRDEĞE SARILMIŞ SELENOİD



Şekildeki gibi manyetik çekirdeğe sarılmış uzun bir selenoid sargısı hayal edelim. Köşelerden uzakta ve selenoidin içinde $\mathbf{H}$ eksene paraleldir. Selenoidin dışında ise sıfırdır. Sonuç olarak şekildeki yol için Amper devre yasası uygulanırsa selenoidin içinde manyetik malzeme ne olursa olsun

$$Hl = N'I, \quad H = N'I \quad (20-20)$$

dır.

3.8 MANYETİK DUYARLILIK (χ_m) VE MANYETİK GEÇİRGENLİK (μ_r)

Manyetik duyarlılığı

$$\mathbf{M} = \chi_m \mathbf{H}. \quad (20-21)$$

Şeklinde tanımlamak uygundur. Sonuçta

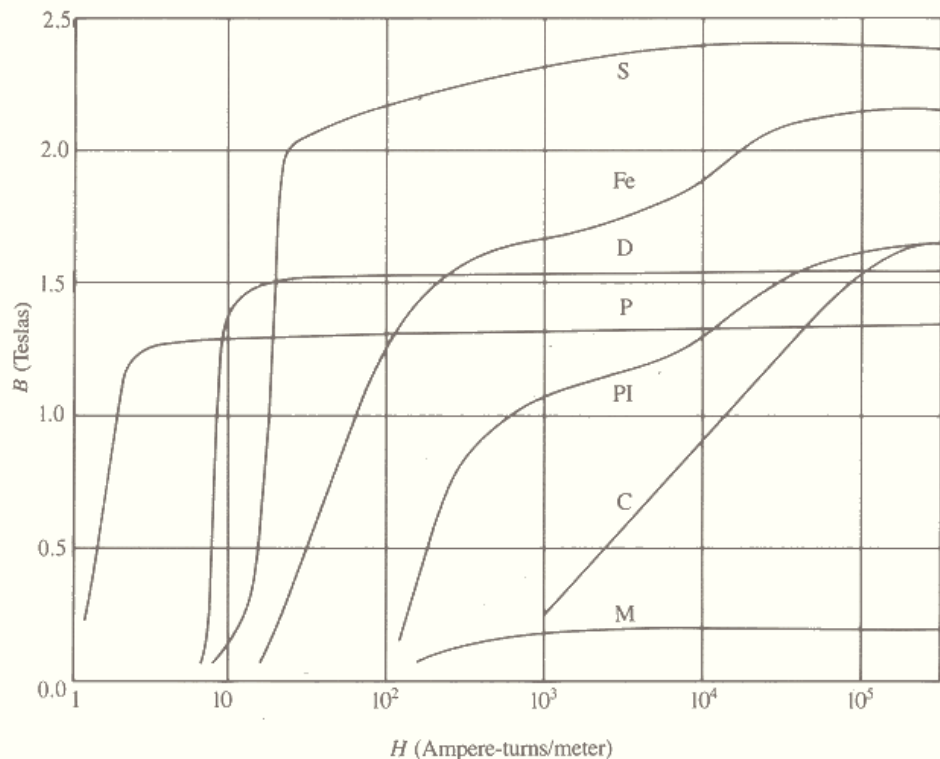
$$\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{H} + \mathbf{M}) = \mu_0(1 + \chi_m)\mathbf{H} = \mu_0\mu_r\mathbf{H} = \mu\mathbf{H}, \quad (20-22)$$

Burada

$$\mu_r = 1 + \chi_m \quad (20-23)$$

manyetik geçirgenlik olarak adlandırılır. Manyetik duyarlılık saf diamagnetik malzemelerde negatiftir ve 10^{-5} civarındadır. Paramagnetik malzemelerde duyarlılık 10^{-3} ile 10^{-5} arasında değişir. Ferromagnetik malzemelerde duyarlılık 10^6 'lara kadar çıkabilir. 20.15 denklemi geneldir fakat μ_r ve χ_m denklemlerinde medya izotropik ve lineerdir. Başka bir deyişle $\mathbf{M}$ ile $\mathbf{H}$ aynı yöndedir. Ferromagnetik malzemelerde $\mathbf{B}$ ile $\mathbf{H}$ her zaman aynı yönde değildir ve aynı yönde olduklarında da μ_r 'nin kuvveti ile orantılı değişebilir. Sürekli muknatıslarda $\mathbf{B}$ ve $\mathbf{H}$ kabaca zıt yöndedir.

3.8.1 FERROMAGNETİK MALZEMELERİN MANYETİZASYON EĞRİLERİ



Manyetize olmamış malzeme kademeli olarak artan H etkisi altında bırakılırsa Şekilde de görüleceği gibi B kabaca S çizecek şekilde artar. Bir süre sonra M artmadığı için malzeme doyuma gider. Birçok ferromagnetik malzeme için doğum yaklaşık olarak 2 tesla civarındadır.

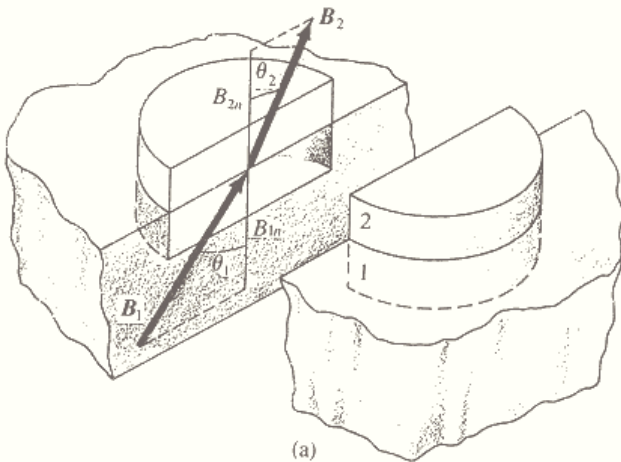
3.8.2 DEĞİŞİK BAĞIL GEÇİRGENLİK TANIMLARI

Ferromagnetik malzemelerin davranışı o kadar kompleksdir ki bağil manyetik geçirgenlik değişik şekillerde tanımlanabilir. Burada bu tanımlardan en çok kullanılan 4 tanesinden bahsedilecektir. Bunlar:

- (1) **Bağil geçirgenlik** basitçe manyetizasyon eğrisi üzerinde belli bir B ve H aralığı için $B/\mu_0 H$ oranı olarak tanımlanabilir.
- (2) **Maksimum bağil geçirgenlik** tanımı çok açıktır
- (3) **Başlangıç bağil geçirgenlik** alanın küçük değerlerindeki $B/\mu_0 H$ oranıdır.
- (4) **Difransiyel bağil geçirgenlik** manyetizasyon eğrisi üzerindeki herhangi bir noktada $\partial B/\mu_0 \partial H$ oranıdır.

3.9 SINIR KOŞULLARI

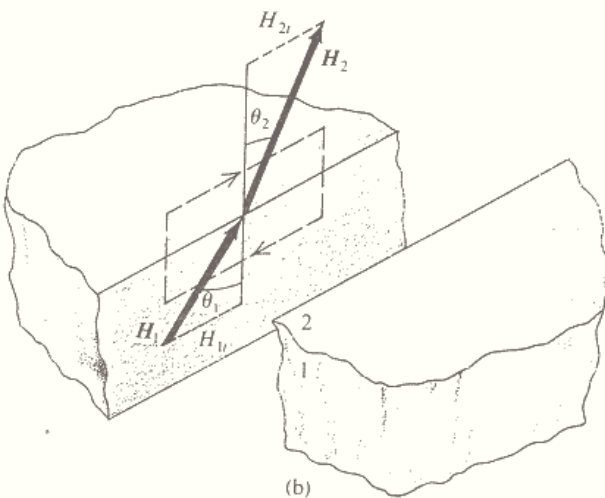
İki medya arayüzünde hem **B** hemde **H** sınır koşullarına uyar.



Şekil (a)'da arayüzde kusa bir Gauss hacmi görülmektedir. Gauss yasasına göre üst yüzden dışarı akan net akı alt yüzden giren net akıya eşittir ve

$$B_{1n} = B_{2n}. \quad (20-26)$$

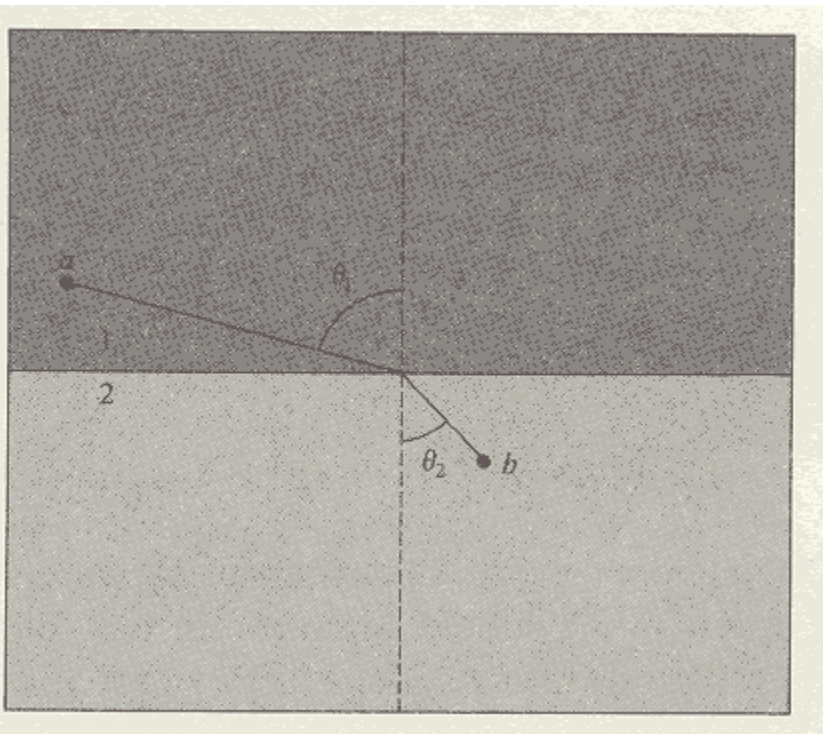
olur. Yani **B**'nin dik bileşeni arayüz boyunca süreklidir.



Şimdi de Şekil (b)'yi dikkate alalım. Diktörtgensel yapalı yolun bir kısmı bir medyada diyer parçasıda diğer medyadadır. Amber devre yasasına göre bu yol üzerinden **H**di o yol tarafından sarmalanan net akıma eşittir. Eğer / akımı sıfır ise **H**'in teğersel bileşeni arayüz boyunca süreklidir. yani

$$H_{1t} = H_{2t}. \quad (20-27)$$

Bu iki denklem geneldir.



$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$ atarsak 20.26 ve 20.27 denkleminde

$$\frac{\tan \theta_1}{\tan \theta_2} = \frac{\mu_{r1}}{\mu_{r2}} \quad (20-28)$$

Bu denklem lineer izotropik medyaların arayüzünde geçerlidir.

4. MANYETİK ALANLAR IV.

- Giriş
- Ferromanyetik Malzemeler
- Histerizis
- Manyetik alan Hesapları
- Manyetik Devreler

4.1 GİRİŞ

Bu bölümde ferromanyetik malzemelerin özelliklerinden kısaca bahsedilecektir. Bu tür malzemelerin bağıl manyetik geçirgenliği çok büyük fakat ağır şekilde nonlineer ve kayıplıdır.

Sonuç olarak ferromanyetik malzemelerin içerildiği manyetik alanlar kesin bir şekilde matematik olarak analiz edilemez. Günümüzde alan çizgilerini çizen ve sayısal hesaplamalar yapan özenle hazırlanmış bilgisayar programları mevcuttur. Aksi halede burada da bahsedilecek olan yaklaşım metodları uygulanmalıdır.

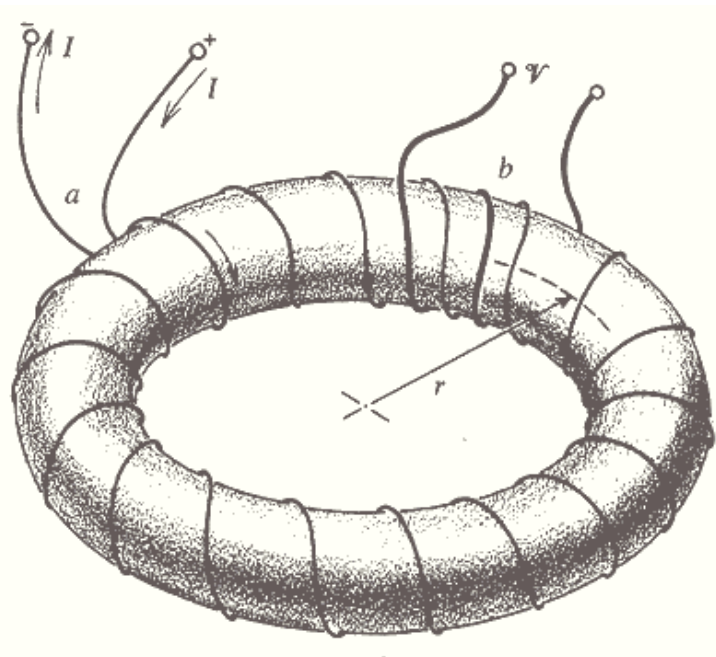
4.2 FERROMANYETİK MALZEMELER

Ferromanyetik ve ferroelektrik malzemeler (Elektromanyetik I. Bölüm 7.2.4) bazı yönlerden birbirleri ile çok benzerlikleri içerir. Ferromanyetik malzemeler verilen yönde harici bir alanın yokluğunda bile doğal olarak dizilen spin (döngü) lerin bulunduğu mikroskobik bölgelere (Domain) bölünebilir. Manyetize olunmamış durumda çeşitli bölgelerin spinleri tesadüfi olarak dizilmiştir ve net makroskobik alan sıfırdır.

Manyetik alanın uygulanması ile bu bölgeler komşu bölgeye içine alacak şekilde artarak doğru yönde yönelirler. Sonuçta doymaya yakın manyetizasyon enpoze edilen yönde döner.

Ferromanyetik malzemeler genellikle anizotropiktir.

4.3 HİSTERİZİS

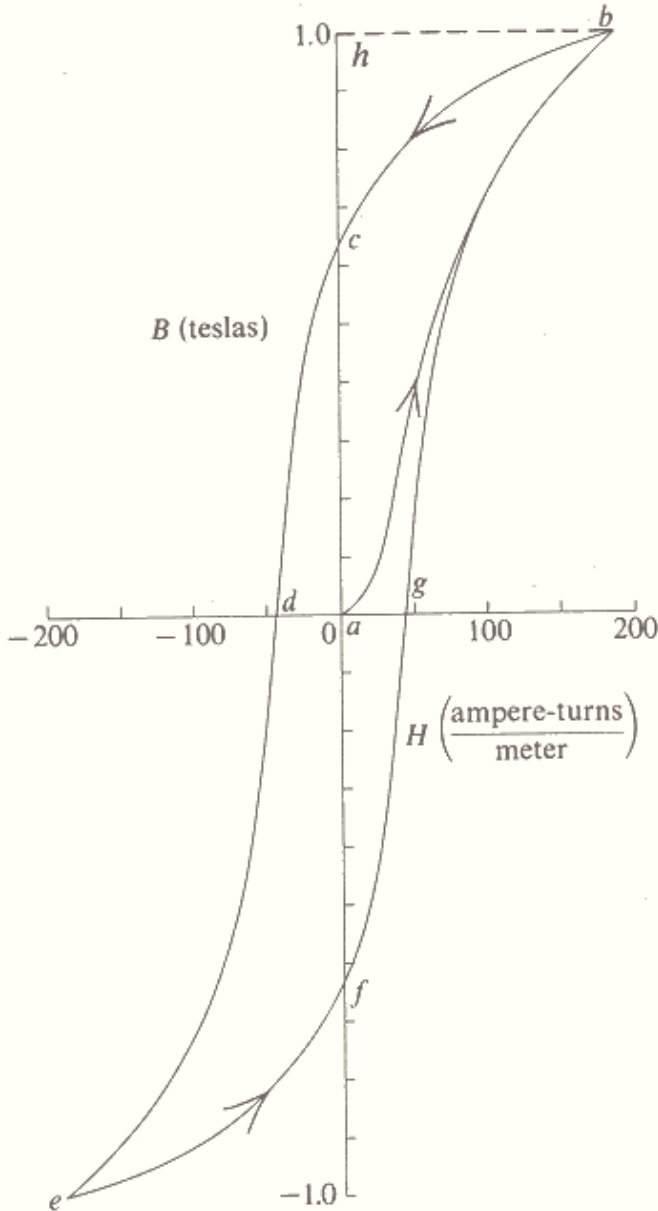


Şekildeki gibi **Rowlan Halkası** ile B 'yi H 'ın fonksiyonu olarak ölçülebilir. a sarımı N_a sarım içerir ve I akımını taşır. Bu akımla uygulanan eksenel manyetik alan şiddeti

$$H = \frac{N_a I}{2\pi r}, \quad (21-1)$$

dir. ..burada r en büyük yarıçaptır. Burada teroidin en küçük yarıçapın r ye göre çok küçük olduğu kabul edilmiştir.

B manyetik akı yoğunluğu $\Phi/\mathcal{A}$ ya eşittir. Burada Φ manyetik akı $\mathcal{A}$ 'da nüvenin kesitidir.



Eğer manyetize olmamış ferromanyetik malzeme ile başlar ve a sargısının akımını arttırsak B Şekildeki gibi ab boyunda artar. Bu ferromanyetik malzemenin manyetizasyon eğrisidir.

Sargının akımını sıfıra doğru düşürürsek B bc boyunda azalır. C deki B ye kalıcı manyetizasyon yada **remanence / retentivity** denir. Eğer akım yön değiştirir ve ters yönde artarsa B d noktasında sıfır olur. Bu noktadaki H değerine **coercive** kuvvet denir. Eğer akım aynı yönde artmaya devam ederse e noktasına ulaşılır. Ulaşılan bu nokta b ile simetriktir. Eğer akım ters yönde azalır sonra yön değiştirir sonra artarsa tekrar b noktasına ulaşılır. $Bcdefgb$ kapalı eğrisine **histerizis döngüsü** denir.

Histerizis döngüsü her zaman aynı genel şekilde olmasına rağmen birçok değişik formda olabilir. Şekildeki gibi dar veya geniş hatta dikdörtgensel bile olabilir.

Yumuşak manyetik malzemeler yüksek bağlı geçirgenliğe ve dar histerizis döngüsüne sahiptir. Bu tür manyetik malzemeler transformatör, motor vs. yapımında kullanılırlar. Sert manyetik malzemeler geniş histerizis eğrisi ile karakterize edilirler. Bu tür malzemeler genellikle sürekli mıknatıs yapımında kullanılırlar.

4.3.1 HİSTERİZİS DÖNGÜSÜNDE DAĞITILAN ENERJİ

Bir ferromanyetik malzeme histerizis eğrisi etrafında giderken enerji dağıtır. Malzemenin birim hacim başına dağıttığı enerji döngünün alanına eşittir. Birimi Tesla-amper-Sarım /metre veya Weber-Amper-Sarım / metre³ veya Joule / metre³ dür.

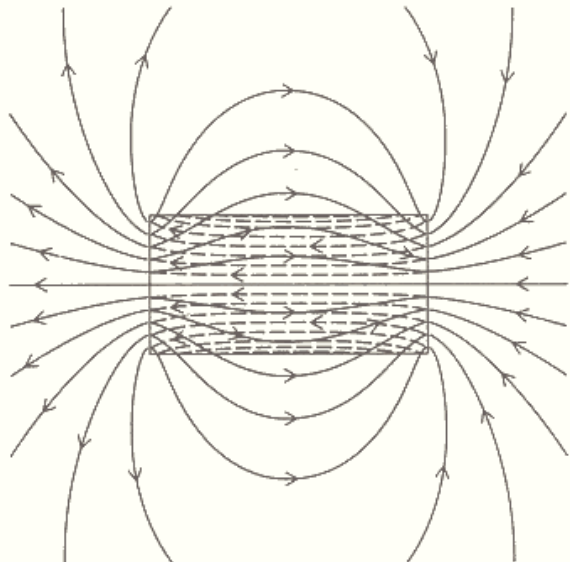
4.4 MANYETİK ALAN HESAPLAMALARI

Daha önce de bahsedildiği gibi ferromanyetik malzeme içeren manyetik alan hesabı analitik olarak çok zordur.

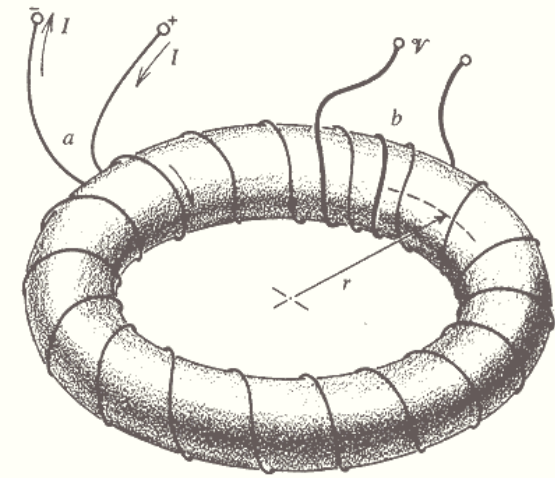
Manyetik devre kavramı uygulanabilirse genellikle bir haliyle daha realistik yaklaşım verir.

4.4.1 BAR MIKNATIS

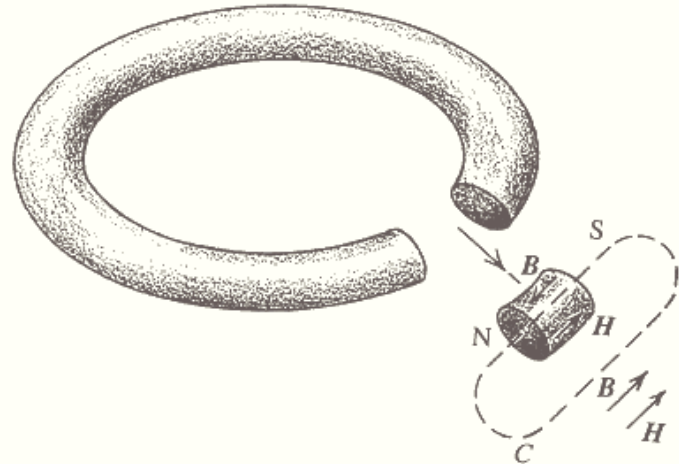
Bölüm 3.4 'deki örnekte gördüğümüz gibi düzgün olarak manyetize olmuş ideal bar mıknatısın $\mathbf{B}$ alanı aynı boyuttaki ve N'/M olan selenoidde olduğu gibi eksenine paraleldir.



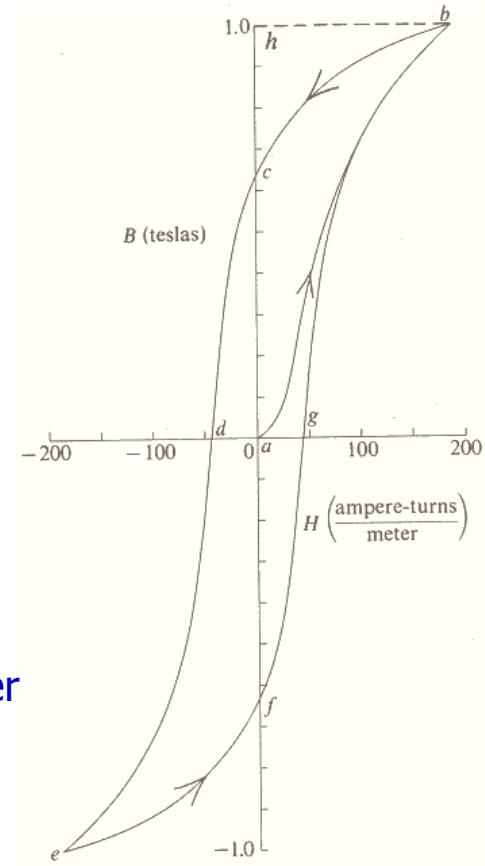
Şekilde bu alanın genel özelliği gösterilmiştir. Dikkat edilirse silindir yüzeyinde $\mathbf{B}$ çizgilerin nasıl kırıldığını gözleyebilirsiniz. Bununla birlikte $\mathbf{H}$ çizgileri silindir yüzeyini bozulmadan delip geçer. $\mathbf{B}$ 'nin dik bileşeni ve $\mathbf{H}$ 'ın teğetsel bileşeni silindir yüzeyi boyunca süreklidir. Mıknatısın içinde $\mathbf{H} = \mathbf{B}/\mu_0 - \mathbf{M}$ iken dışında $\mathbf{H} = \mathbf{B}/\mu_0$. Dikkat edilirse mıknatısın içinde kabaca $\mathbf{B}$ ve $\mathbf{H}$ zıt yöndedir.



Sol üst taraftaki şekil gibi manyetik bir sarımımızın olduğunu düşünelim. a sarımındaki akımın sağ sekildeki histerizis döngüsü üzerinde a dan b ye sonrada c ye gezindirecek şekilde değiştiğini düşünelim. c noktasında $\mathbf{H}=0$ ve $\mathbf{B}=\mu_0\mathbf{M}$ 'dır. Bu durum uzun bay mıknatısın ortasına yakın yerdeki durumdur.

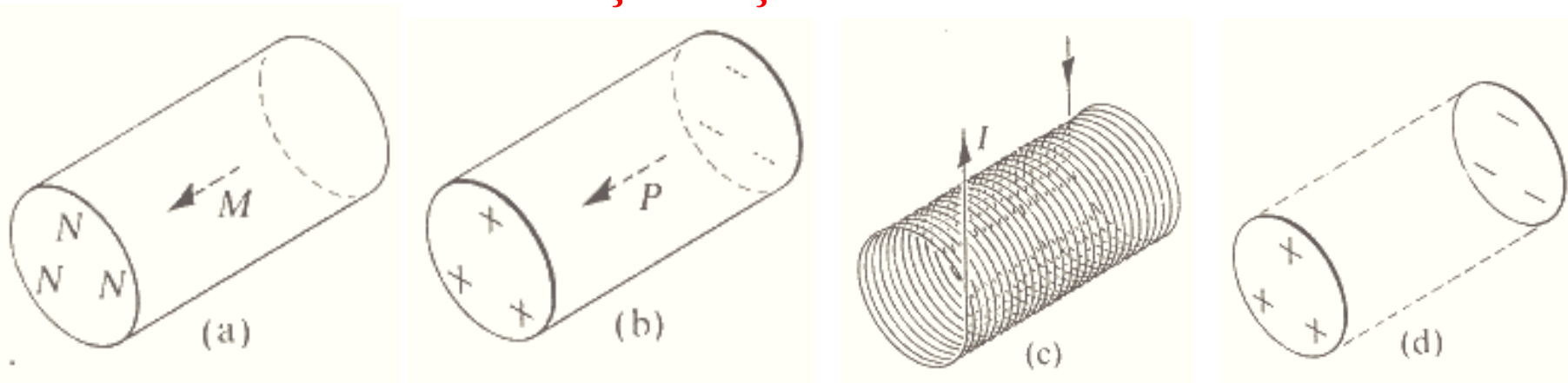


Şimdi sol alt taraftaki şekilde görüldüğü gibi halkanın bir kısmının kesilip çıkartıldığını düşünelim. Amper devre yasası gereği C eğrisi boyunca $\mathbf{H}d\mathbf{l}$ integrali sıfırdır. Çünkü C eğrğsinin sarmaladığı akım sıfırdır. Dışarda $\mathbf{H}$ $\mathbf{B}$ ile aynı yöndedir çünkü $\mathbf{B}=\mu_0\mathbf{H}$ 'dır. Sonuç olarak içerde $\mathbf{H}$ $\mathbf{B}$ ile hemen hemen zıt yöndedir. Sonuç olarak sürekli mıknatısın işlem noktası histerizis eğrisinin ikinci quadrantındadır. Uzun silindir şeklindeki sürekli mıknatısın çalışma noktası c noktasına yakındır. Güdük mıknatısın çalışma noktası d 'ye yakındır.



Gerçek bar mıknatısın alanı bu kadar basit değildir. Çünkü her bir atomun manyetik momenti $\mathbf{B}$ alanına göre kendi kendini dizer ve $\mathbf{M}$ dolayısı ile eşdeğer akım silindir yüzeyinde uçlara yakın bölgelerde çok zayıftır. Ayrıca $\mathbf{M}$ düzgün olmadığı için mıknatısın içinde de eşdeğer akım bulunur. Silindirin alt ve üst kenarları da $\mathbf{M} \times \mathbf{n}^{\wedge}$ olduğundan eşdeğer akım bulundurur. Net sonuç şudur ki uçlarda mıknatısın dışında her bir yöne $\mathbf{B}$ çizgileri yayan kutuplara sahiptir. Bu kutuplar eğer bar uzun ve ince ise daha belirgindir.

ÖRNEK: BAR MIKNATISLA BAR ELEKTRETİN KARŞILAŞTIRILMASI



İlk önce düzgün şekilde manyetize olmuş silindirik manyetik malzeme (Şekil (a)) ile onun elektriksel eşdeğeri olan düzgün polarize olmuş yalıtkan malzeme (Şekil (b)) karşılaştırılacaktır. Bar mıknatısın $\mathbf{B}$ alanı Şekil (c)'deki akım yoğunluğu $N'I=M$ olan selenoidin alanına eşdeğerdir. Sonuçta $\mathbf{H}$ alanını bulmak için

$$\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{H} + \mathbf{M}). \quad (21-2)$$

İlişkisi kullanılabilir.

Benzer şekilde elektretin alanı Şekil (d)'deki gibi her bir yüzü paralel ve zıt yüklenmiş diskler içeren bir düzgün yük yoğunlukları $+P$ ve $-P$ olan yalıtkanın alanına benzer. Sonuçta $\mathbf{D}$ elektrik akı yoğunluğunu bulmak için

$$\mathbf{E} = \frac{1}{\epsilon_0} (\mathbf{D} - \mathbf{P}). \quad (21-3)$$

Matematik olarak alanlar benzer denklemlere uyar. Bu denklemler

$$\mathbf{E} = \frac{1}{\epsilon_0} (\mathbf{D} - \mathbf{P}) \quad (21-4), \quad \mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{H} + \mathbf{M}) \quad (21-5),$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = 0 \quad (21-6), \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (21-7),$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = 0 \quad (21-8), \quad \nabla \times \mathbf{H} = 0 \quad (21-9).$$

Gerçekte mıknatısın $\mathbf{H}$ alanı her bir yüzünde manyetik kutup yoğunluğu $+M$ ve $-M$ olan silindirin alanı gibidir.

4.5 MANYETİK DEVRELER

Üzerinde koç küçük bir bölgesinde N sarım bulunan bir ferromanyetik halka düşünelim. Sarımdan akan akım I olsun. Daha sonra halkanın kesitinden akan Φ akısını hesaplamak isteyelim.

İlk bakışta sarıma yakın yerlerdeki $\mathbf{B}$ 'nin sarımdan uzak yerlerdeki $\mathbf{B}$ 'lerden büyük olduğu düşünülür. Fakat halkanın her yerinde $\mathbf{B}$ genliği sabittir. Bunun nasıl olduğunu anlamak güç değildir. I akımının manyetik alanı sarıma yakın bölgeyi manyetize eder ve bu manyetizasyon hem $\mathbf{B}$ 'yi arttıran hemde halka boyunca yayan eşdeğer akımı verir. Bu dahada manyetizasyonu dolayısı ile $\mathbf{B}$ 'yi arttırır ve yayar.

$\mathbf{B}$ çizgilerinin bir kısmı havaya kaçır çekirdeğe döner ve çekirdekten tekrar dışarı çıkar. Buna **kaçak akı** denir bazen ihmal edilebilir bazende ihmal edilemez.

Eğer sarım halka boyunca uzanırsa Bölüm 4.3'de olduğu gibi

$$H = \frac{NI}{2\pi r}, \quad (21-10)$$

ve

$$B = \frac{\mu NI}{2\pi r}. \quad (21-11)$$

Manyetik çekirdekli halkanın alanı manyetik çekirdeksiz halkanın alanına göre μ_r amper-sarım kere daha fazladır.

Eğer R_1 halkanın yarıçapı R_2 'de kesitin yarıçapıdır. Bu durumda

$$\Phi = \frac{\mu NI}{2\pi R_1} \pi R_2^2 = \frac{NI}{2\pi R_1 / (\mu \pi R_2^2)} \quad (21-12)$$

Şeklinde bulunur. Bu benklemini **Ohm Yasası** 'na benzetirsek ve NI 'ya **manyetomotor kuvveti** dersek manyetik devre direnci (relüktans)

$$\mathcal{R} = \frac{L}{\mu \mathcal{A}} = \frac{2\pi R_1}{\mu \pi R_2^2} \quad (21-13)$$

Şeklinde yazılabilir. Burada L uzunluk $\mathcal{A}$ 'da kesit alanıdır. Sonuç olarak

Manyetik akı = Manyetomotor kuvveti / relüktans yazmak mümkündür. Relüktansın tersi **permeans**'tır. Elektriksel devre parametrelerinin manyetik devre eşdeğerleri

Akım I

Akım Yoğunluğu $\mathbf{J}$

İletkenlik σ

Uygulanan Gerilim V

Elektrik Alan Şiddeti $\mathbf{E}$

Direnç R

İletkenlik $G=1/R$

Manyetik Akı Φ

Manyetik Akı Yoğunluğu $\mathbf{B}$

Manyetik Geçirgenlik μ

Manyetomotor NI

Manyetik Alan Şiddeti $\mathbf{H}$

Relüktans $\mathcal{R}$

Permeans $1/\mathcal{R}$

Elektrik ve manyetik devre arasında bir önemli fark vardır: elektrik akımının iletken yolu takip ettiği gibi manyetik akıyı manyetik devreyi takip ettirmek mümkün değildir. Manyetik devre iki ucu tuzlu suya batırılmış kabloya benzer. Akımın bir kısmı bileşenlerden geri kalanıda turlu sudan akar.

Eğer tasarımda dikkatli olunmazsa kaçak akı faydalı akıdan çok büyük olabilir. Başka bir deyişle elde ettiğimiz akının büyük bir kısmını havaya kaçırabiliriz.

5. MANYETİK ALANLAR V.

- Giriş
- Lorentz Kuvveti
- Akım taşıyan kablo üzerindeki Manyetik Kuvvet
- İki kapalı devre arasındaki Manyetik Kuvvet
- Akımın hacimsel dağılımı üzerindeki Manyetik Kuvvet

5.1 GİRİŞ

Manyetik kuvvetleri iki bölüm halinde inceleyeceğiz. Bu ilk bölümde $Qv \times B$ den doğan kuvvet incelenecektir. Bir sonraki bölümde manyetik kuvvetlerle ilgili daha genel bilgiler verilecektir.

$Qv \times B$ kuvveti kendini elektronlar ve iyonlar üstünde açık bir şekilde ortaya çıkarır. Televizyonlardaki iyon hızlandırıcılarının kuvvetleri ve elektrik motorlarındaki sürücü kuvvet bu tür bir kuvvettir.

5.2 LORENTZ KUVVETİ

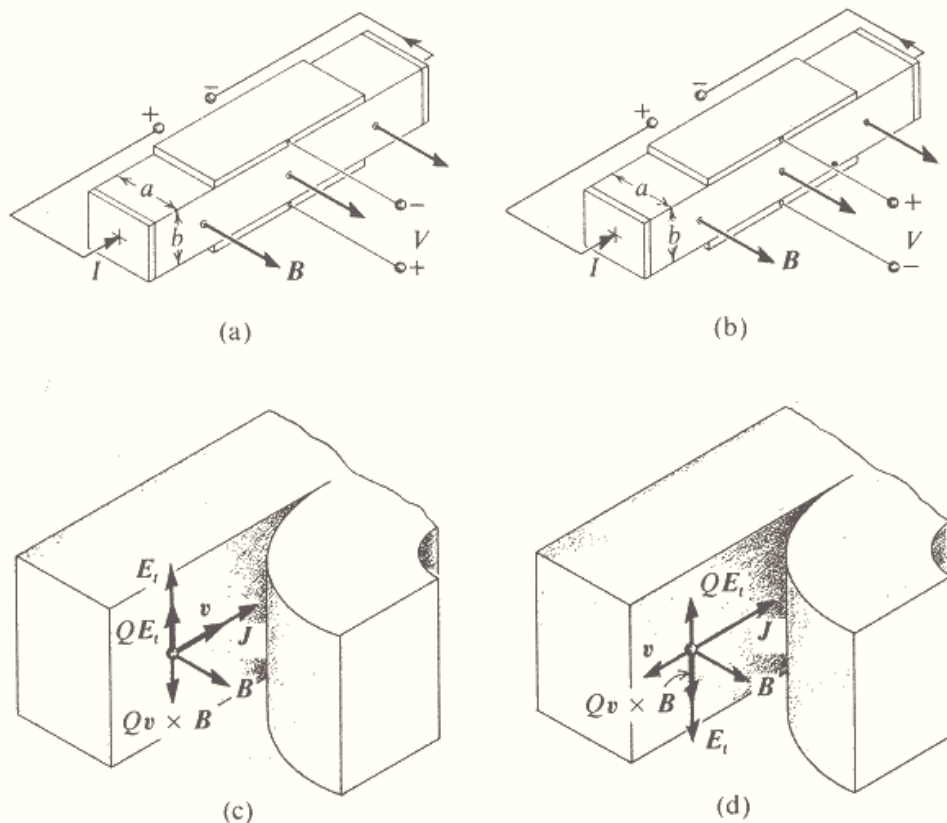
Deneyler göstermiştir ki hem elektrik hemde manyetik alanın bulunduğu boşlukta Q yükü $\mathbf{v}$ hızıyla hareket ederse bu yüke etkiyen kuvvet

$$\mathbf{F} = Q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}). \quad (22-1)$$

Formülü ile hesaplanır. Bu kuvvete **Lorentz Kuvveti** denir. Bu denklem $\mathbf{v}$ hızı ışık hızına yaklaşırsa bile uygulanabilir. $\mathbf{E}$, $\mathbf{B}$ ve $\mathbf{v}$ değişkenleri zamana bağımlı olabilir fakat hepsi aynı referans çerçevesine göre tanımlanmalıdır.

$Q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ terimi manyetik kuvvettir. Dikkat edilirse manyetik kuvvet $\mathbf{v}$ 'ye diktir. Sonuç olarak bu kuvvet $\mathbf{v}$ 'nin yönünü değiştirir fakat hızın genliğini ve parçacığın kinetik enerjisini değiştiremez. Kısaca bu bölümde göreceğimiz gibi faydalı bir iş yapar.

ÖRNEK: HALL ETKİSİ



Şekil (a) veya (b)'deki gibi elektrik ve manyetik alanın tesiri altındaki iletken malzemenin içinde yük taşıyıcıları boyuna sürüklenirler. Bu yük taşıyıcıları ayrıca $Q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ tesiri ile kenarlara doğru da sürüklenirler. . Sonuçta alt ve üst elektrod arasında bir potansiyel farkı oluşur. Boyuna manyetik alanda yük taşıyıcıların kenarlara doğru sürüklenme eğilimine **Hall Etkisi** denir. Eğer üst ve alt elektrod arasına bir voltmeter bağlanırsa elektrodlar çok küçük bir akım sürer ve plakalar enine elektrik alanı enine sürüklenmeyi durduruncaya kadar yüklenir. Sonuçta şekilden de görüleceği gibi yükler üzerindeki net enine kuvvet sıfır olur.

Eğer harici uygulana $\mathbf{B}$ hem düzgün hemde I akımının alanından büyük ve köşe etkileride ihmal edilirse V gerilimini hesaplamak çok basittir.

İlk önce enine sürüklenme yatışırsa

$$QE_t = \frac{QV}{b} = QvB, \quad (22-2)$$

Burada b şeklindeki örneğin kalınlığı ve v 'de boyuna sürüklenme hızıdır. Böylece

$$V = vBb. \quad (22-3)$$

Eğer taşıyıcıların hareketliliği (mobilitesi) $\mathcal{M}$ ise ve boyuna elektrik alanda E_{long} ise

$$V = E_{long} \mathcal{M} B b. \quad (22-4)$$

Gerilim hareketlilikle doğru orantılıdır. Şekillere dikkat edilirse yük taşıyıcıların yükleri pozitif yada negatif olmasından bağımsız olarak yük taşıyıcıları aşağıya doğru sürüklenir. Sonuç olarak V geriliminin yönü tamamen yük taşıyıcılarının işaretine bağlıdır.

Hall etkisini kullanarak $\mathbf{B}$ 'yide ölçebiliriz. Hatırlanacağı gibi harı iletkenlerin yük taşıyıcılarının mobilitesi iletkenlere göre çok çok büyüktür. Sonuç olarak Hall etkisine göre çalışan cihazlarda yarı iletkenler kullanılır.

ÖRNEK: MANYETOHİDRODİNAMİK GENERATÖR

Manyetodidrodinamik (MHD) generatör Hall etkisinin büyük ölçekli uygulamasıdır. MHD generatör sıcak gazın kinetik enerjisinin bir kısmını elektrik enerjisine çevirir. Sıcak gaz soldan 1000 metre/saniye civarında girer. Sıcak gaz yüksek sıcaklıkta pozitif iyon ve elektron formunda hızlıca iyonlaşan K_2CO_3 gibi tuz içerir. Sıcaklık 3000 Kelvin civarına ulaşır ve iletkenlik 100 simens/metre civarındadır. Gaz nötür kalır.

Pozitif iyonlar aşağı doğru bükülür elektronlar yukarı. Sonuçta I akımı R yükü üzerinden akar. Bu şekildeki gibi elektrik alan oluşturur.

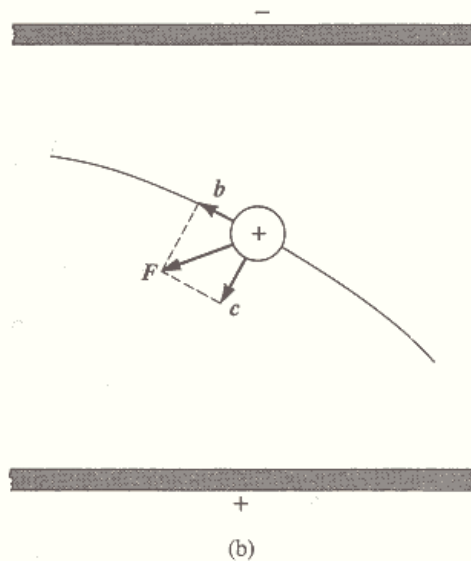
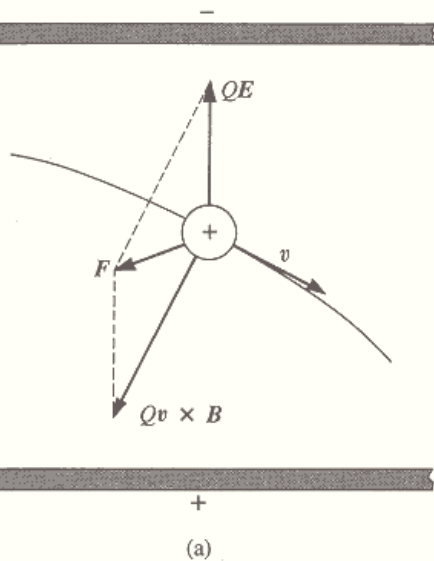
MHD generatörün açık avantajı gaz dışında hareketli parça içermemesidir. Bir başka avantajıda eğer çıkan sıcak gaz alışlagelmiş türbün generatörü beslerse toplam hidrodinamik verimliliği

$$\eta = \frac{T_{in} - T_{out}}{T_{in}} \quad (22-5)$$

%50 'yi geçecek yükseklikte bir giriş sıcaklığı ile çalıştırılabilir. Alışlagelmiş hidrodinamik generatörlerin verimliliği %30-33 arasındadır.

Bir tasınabilir MHD generatör geofiziksel aramalar için 10.000 Amperlik akım darbeleri üretmek için hizmet verir. Günümüzdeki en büyük MDH generatör yapım aşamasındadır ve 500 MWatt'lık elektrik üretir.

Gazın kütsel haraketi ile alakalı kinetik enerjisinin bir kısmı aşağıda açıklanan yolla elektrik enerjisine dönüşür. Yüklü parçacığın üzerindeki manyetik kuvvet v 'ye diktir ve kinetik enerjine bir etkisi yoktur. Manyetik kuvvetin fonksiyonu positif parçacıkları pozitif elektroda negatif parçacıkları da negatif elektroda gitmeye zorlamaktır.



Şekilde gösterilen kuvvetlerin etkisi altında elektronlar ve iyonlar zorlanarak hareket eder ve yavaşlar. Sonuçta parçacıkların yavaşlaması kütlenin kinetik enerjisini düşürür.

İdeal olarak yüklü parçacık elektroda ulaştığında hızı sıfır olur fakat gerçekte sonlu bir hızı vardır. Sonuçta elektrodlar ısınır ve ancak kinetik enerjisinin bir kısmı elektrk enerjisine dönüşebilir.

Diyelim ki B , E ve parçacık hızı v düzgün ve generatörün içinde 6. slaytdaki şekilde görüldüğü gibi birbirine dik olsun. Bu kabüller ham yaklaşımlardır.

Q yüküne etkiyen Q ($\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}$) Lorentz kuvveti sanki aynı yüke $\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}$ elektrik alanı etkiyormuş gibidir. Sonuçta gazın iletkenliği σ için

$$|\mathbf{J}| = |\sigma(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})| = \sigma(vB - E) = \sigma\left(vB - \frac{V}{b}\right), \quad (22-6)$$

$$I = \mathcal{A}J = \mathcal{A}\sigma\left(vB - \frac{IR}{b}\right), \quad (22-7)$$

Burada I ve R 6. slayttaki şekilde görüldüğü gibidir ve $\mathcal{A}$ 'da elektrodların birinin yüzey alanıdır. Çözersek

$$I = \frac{vBb}{b/(\sigma\mathcal{A}) + R}. \quad (22-8)$$

Dikkat edilirse vBb açık devre çıkış gerilimi ve $b/\sigma\mathcal{A}$ 'da enine yönde gazın direncidir. İçler dışlar çarpımı yaparak çıkış gerilimini IR dir. İçler dışlar şarpımı ile

$$V = IR = vBb - \frac{Ib}{\sigma\mathcal{A}}. \quad (22-9)$$

V gerilimi lineer olarak I ile azalır.

Şimdi de verimliliği inceleyelim. Gazın kütle kinetik enerjisinden elektrik enerjiye dönüşmedeki verimliliği hesaplamaya hazır değiliz. Bununla birlikte gazın içinde olanla R direncinde harcanan Joule kayıplarını kıyaslayabiliriz. Verimliliği

$$\mathcal{E} = \frac{\text{R'deki Joule Kayıpları}}{\text{R'deki Joule Kayıpları} + \text{Gaz'daki Joule Kayıpları}} \quad (22-10)$$

$$= \frac{I^2 R}{I^2 R + I^2 b / (\sigma \mathcal{A})} = \frac{R}{R + b / (\sigma \mathcal{A})}, \quad (22-11)$$

Yukardaki I ve IR ifadelerinden

$$\mathcal{E} = R \frac{I}{v B b} = \frac{IR}{v B b} = 1 - \frac{I}{\sigma \mathcal{A} v B}. \quad (22-12)$$

Sonuç olarak verimlilik $I=0$ veya $R \rightarrow \infty$ olduğunda 1'e eşit $I=\sigma \mathcal{A} v B$ veya $R=0$, $V=0$ olduğunda sıfırdır.

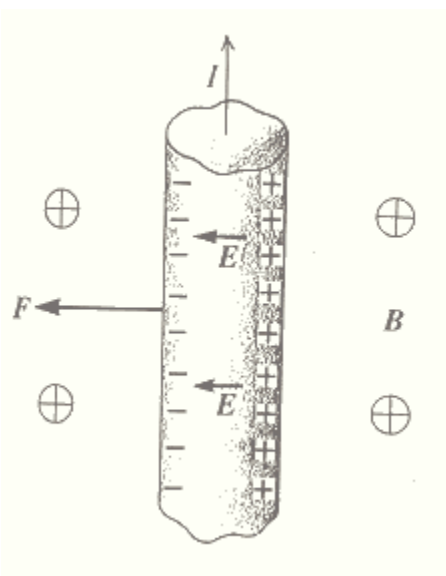
5.3 AKIM TAŞIYAN KABLO ÜZERİNDEKİ MANYETİK KUVVET

Kesiti A olan durağan bir kablo başka bir yerden doğan $\mathbf{B}$ manyetik alanının bulunduğu bir bölgede I akımını taşısın. Kablo herbirinin yükü Q olan ve $\mathbf{v}$ hızında sürüklenen metre³ başına N tane yük taşıyıcısı ihtiva etsin.

Kablonun $d\mathbf{l}$ uzunluğundaki elementi $\mathcal{A}Ndl$ tane yük taşıyıcısı içerir. Sonuçta $d\mathbf{l}$ üzerindeki manyetik kuvvet

$$d\mathbf{F} = \mathcal{A}N dl Q\mathbf{v} \times \mathbf{B} = (\mathcal{A}NQ\mathbf{v}) d\mathbf{l} \times \mathbf{B} = I d\mathbf{l} \times \mathbf{B}, \quad (22-13)$$

I kablonun v uzunluğunda bulunan yüke eşit olduğundan $\mathcal{A}NQ\mathbf{v}$ yerine I yazılmıştır. Sonuçta I akımını taşıyan kablonun birim uzunluk başına manyetik kuvvet $I \times \mathbf{B}$ ye eşittir



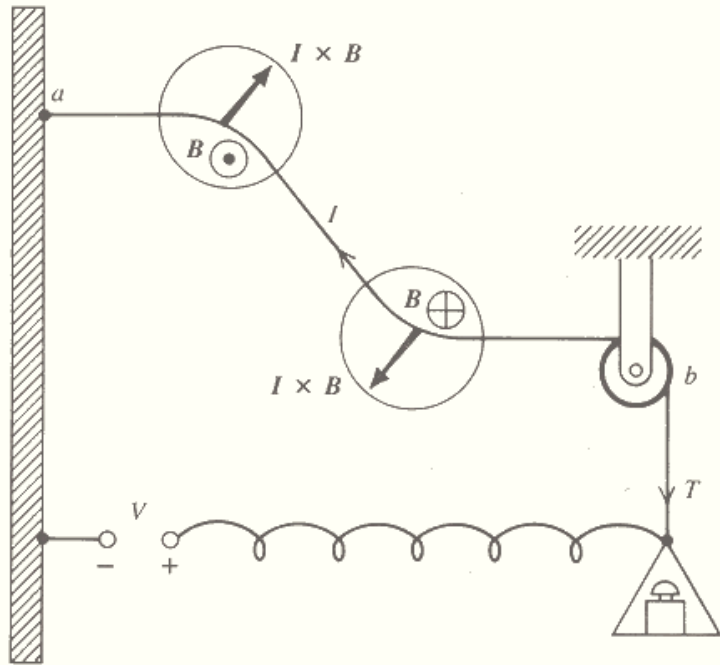
Şimdi de yük taşıyıcıları üzerindeki kuvveti hesaplamak isteyelim. Şekilde de görüldüğü gibi yük taşıyıcıları kuvvetin etkisi ile kenarlara doğru hareket eder ve Hall etkisi oluşturur. Kablonun içindeki Hall alanı **E** pozitif yüklerin kafesini sola doğru çeker.

Kapalı bir C devresi manyetik alan içinde I akımını taşıyorsa toplam manyetik kuvvet

$$\mathbf{F} = I \oint_C d\mathbf{l} \times \mathbf{B}. \quad (22-14)$$

Eğer **B** düzgün ise net manyetik kuvvet sıfırdır.

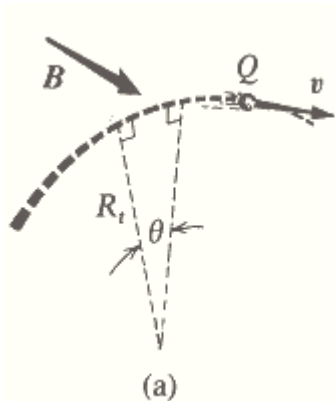
ÖRNEK: FLOATİNG-WİRE HODOSKOP



Floating-wire hodoskop manyetik alanda bulunan yüklü parçacığın yörüngesini simüle etmek için kullanılan bir alettir. Diyelimki kütlesi m , yükü Q ve hızı v olan yüklü bir parçacık manyetik alanda belli bir yörünge üzerinde a noktasından b noktasına gitsin. Sonuçta şekilde görülen I akımını taşıyan sabit a noktası ile makara üzerinden b noktası arasına sabitlenmiş olan hafif bir kablo eğer

$$\frac{mv}{Q} = \frac{T}{I}, \quad (22-15)$$

ise o yörüngeyi takip eder. Burada T kablodaki gerilmedir. Bu ifade açıktır ve ıspatı da kolaydır. Floating-wire hodoskopun avantajı deneyinin iyon ışımasına göre çok daha kolay olmasıdır.



Şekil (a)'daki gibi **B**'ye dik ışımayı düşünelim. Sonuçta eğer R_t yörünge eğrisinin yarıçapı ise

$$QvB = \frac{mv^2}{R_t}, \quad R_t = \frac{mv}{QB}. \quad (22-16)$$

Şimdi de Şekil (b)'deki gibi kabloda **B**'ye dik olsun. R_w yarıçapındaki dl elementi eğer dışa doğru B/dl kuvveti içe doğru olan T gerilme kuvvetine eşitse dengededir.

$$BI \, dl = 2T \sin \frac{d\theta}{2} = T \frac{dl}{R_w}, \quad R_w = \frac{T}{IB}. \quad (22-17)$$

Eğer

$$\frac{mv}{Q} = \frac{T}{I}. \quad (22-18)$$

ise iki yarıçap eşittir. Dikkat edilirse eğer parçacık aşağıya doğru saparsa manyetik kuvvet aşağıya doğrudur. Fakat eğer kuvvet yukarı doğru ise kablo aşağıya doğru kıvrılır.

Eğer **B** düzgün değilse ve eğer ışımada **B** 'ye dik değilse sonuçta kablo her zaman yörüngeyi takip etmez. Mesela manyetik kuvvet iyon ışımasının hem sapmasına hemde odaklanmasına hizmet eder. Sonuçta ışımadaki odaklama kuvveti kabloda saptırma kuvveti olur ve kablo yörüngeden sapar.

5.4 İKİ KAPALI DEVRE ARASINDAKİ MANYETİK KUVVET

Gördük ki / akımını taşıyan durağan kabloya etkiyen kuvvet / kere $\mathbf{dl} \times \mathbf{B}$ 'nin çizgisel integralidir. Daha sonra Biot-Savart yasasını Şekil için uygularsak

$$\mathbf{F}_{ab} = I_b \oint_b \mathbf{dl}_b \times \frac{\mu_0}{4\pi} I_a \oint_a \frac{\mathbf{dl}_a \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2}, \quad (22-19)$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi} I_a I_b \oint_a \oint_b \mathbf{dl}_b \times \frac{\mathbf{dl}_a \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2}, \quad (22-20)$$

elde edilir. Burada r $\mathbf{dl}_a$ ile $\mathbf{dl}_b$ arasındaki mesafedir ve $\hat{\mathbf{r}}$ birim vektörü $\mathbf{dl}_a$ dan $\mathbf{dl}_b$ 'ye doğrudur.

İlk bakışta $\mathbf{F}_{ab} \neq \mathbf{F}_{ba}$ izlenimine varılabilir ki bu Newton Yasasına aykırıdır. Bu integrali $\mathbf{F}_{ab} = -\mathbf{F}_{ba}$ olduğu görünecek hale getirebiliriz. İlk önce üçlü vektörel çarpımı

$$d\mathbf{l}_b \times (d\mathbf{l}_a \times \hat{\mathbf{r}}) = d\mathbf{l}_a (d\mathbf{l}_b \cdot \hat{\mathbf{r}}) - \hat{\mathbf{r}} (d\mathbf{l}_a \cdot d\mathbf{l}_b). \quad (22-21)$$

Şeklinde açabiliriz. Sonra terimleri yeniden düzenlersek

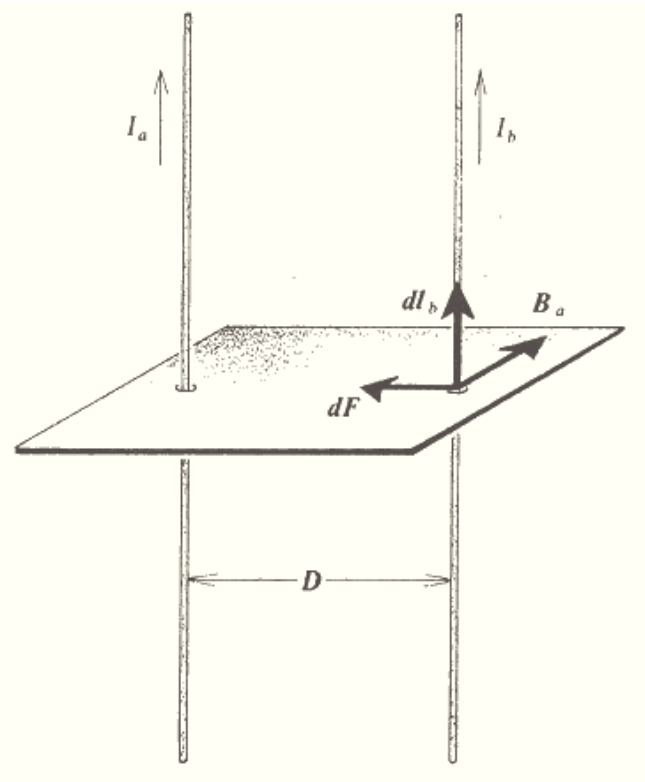
$$\oint_a \oint_b \frac{d\mathbf{l}_a (d\mathbf{l}_b \cdot \hat{\mathbf{r}})}{r^2} = \oint_a d\mathbf{l}_a \oint_b \frac{d\mathbf{l}_b \cdot \hat{\mathbf{r}}}{r^2}. \quad (22-22)$$

Sağdaki integral aşağıdaki nedenden dolayı sıfırdır. Bu dr/r^2 nin basit integralidir ve b devresi kapalı olduğundan sıfırdır. Sonuçta çift katlı integral

$$\mathbf{F}_{ab} = -\frac{\mu_0}{4\pi} I_a I_b \oint_a \oint_b \hat{\mathbf{r}} \frac{d\mathbf{l}_a \cdot d\mathbf{l}_b}{r^2}. \quad (22-23)$$

Bulunur. Bu integralden $\mathbf{F}_{ab} = -\mathbf{F}_{ba}$ olduğu kolaylıkla bulunabilir çünkü $\mathbf{r}$ nin yönü kaynaktan hedefe doğrudur. 20.23 denklemini çoğu zaman analitik olarak hesaplamak çok zordur ancak bilgisayarlar da sembolik hesaplamalarla bulunabilir.

ÖRNEK: İKİ PARALEL AKIM ARASINDAKİ KUVVET



Şekildeki gibi iki uzun kablo arasında birim uzunluk başına kuvveti iki katlı inegral almadan hesaplamak isteyelim. I_b noktasındaki $B_a \mu_0 I_a / 2\pi D$ dir ve yönüde şekildeki gibidir. Sonuçta b kablosunun birim uzunluğuna etkiyen kuvvet

$$F' = B_a I_b = \frac{\mu_0 I_a I_b}{2\pi D} . \quad (22-24)$$

Formülden de görüleceği gibi akımlar aynı yönde ise kuvvet çekici bir kuvvet akımlar zıt yönde ise kuvvet itici bir kuvvettir.

5.4.1 μ_0 , AMPER, COULOMB VE ϵ_0 'IN TANIMLARI

Bölüm 1.3'de tanımlandığı gibi

$$\mu_0 \equiv 4\pi \times 10^{-7} \quad \text{weber/ampere-meter.} \quad (22-25)$$

Dir. Eğer $I_a = I_b = I$ amper ise birim uzunluğa etkiyen kuvvet

$$F' = \frac{2 \times 10^{-7} I^2}{D} \quad \text{newtons/meter.} \quad (22-26)$$

Olur. Bu denklem Amperi tanımlar. Coulomb ise yük 1 amper tarafından 1 saniye taşınırsa değeri 1 Coulomb'dur şeklinde tanımlanır. ϵ_0 ise

$$\epsilon_0 = \frac{1}{\mu_0 c^2}, \quad (22-27)$$

Burada c ışık hızıdır. Sonuçta

$$\epsilon_0 = 8.854187817 \times 10^{-12} \quad \text{farad/meter.} \quad (22-28)$$

5.5 HACİMSEL AKIM DAĞILIMI ÜZERİNDEKİ MANYETİK

KUVVET

5. bölümde iletkenlik akımının ince bir kablodan aktığı kabul edilmiştir. Manyetik kuvvet yoğunluğunu da çok kolaylıkla bulabiliriz. Şekildeki gibi $d\mathbf{l}$ uzunluğunda A kesitinde $\mathbf{J}$ 'ye paralel hacim elementi düşünelim. Bu elemente etkiyen kuvvet

$$d\mathbf{F} = (\mathbf{J} d\mathcal{A}) d\mathbf{l} \times \mathbf{B} = \mathbf{J} \times \mathbf{B} dv \quad (22-29)$$

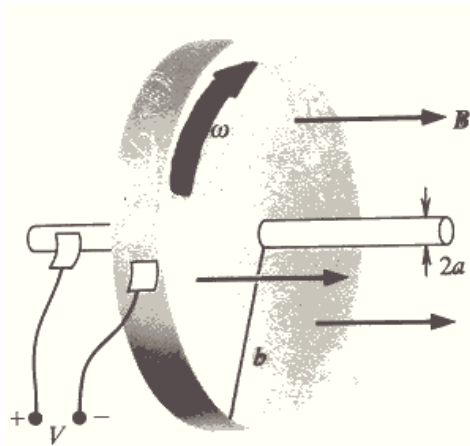
Ve birim hacime etkiyen kuvvet

$$\mathbf{F}' = \mathbf{J} \times \mathbf{B}. \quad (22-30)$$

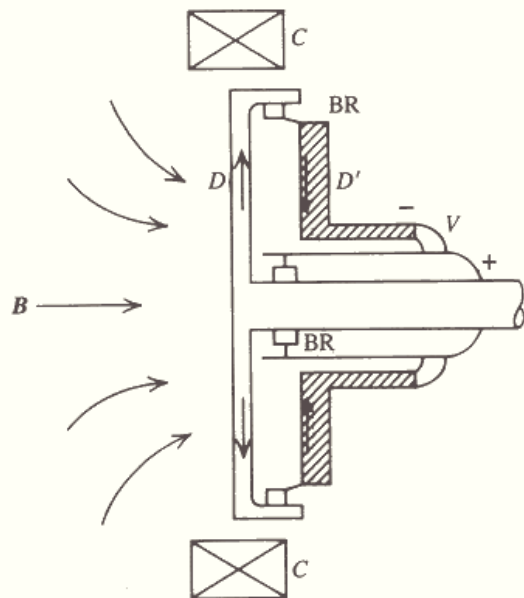
Bulunur. v hacmini kaplayan iletkenlik akımı dağılımının toplam manyetik kuvveti sonuçta

$$\mathbf{F} = \int_v \mathbf{J} \times \mathbf{B} dv. \quad (22-31) \quad \text{Elde edilir.}$$

ÖRNEK: HOMOPOLAR MOTOR



(a)

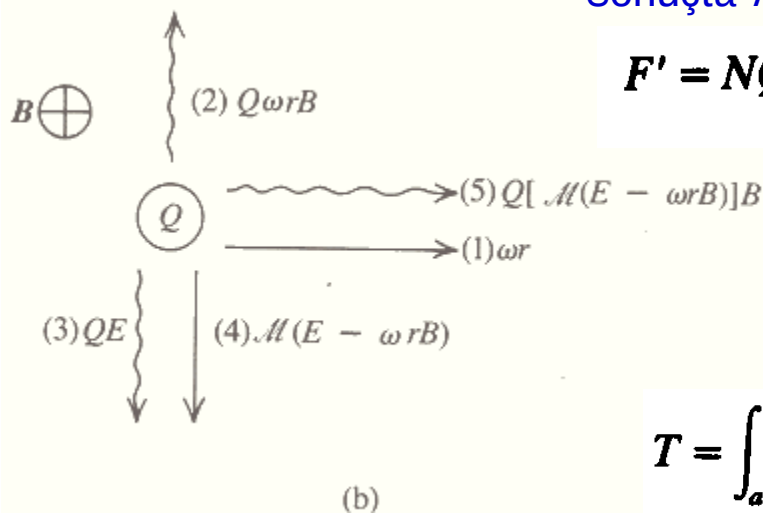
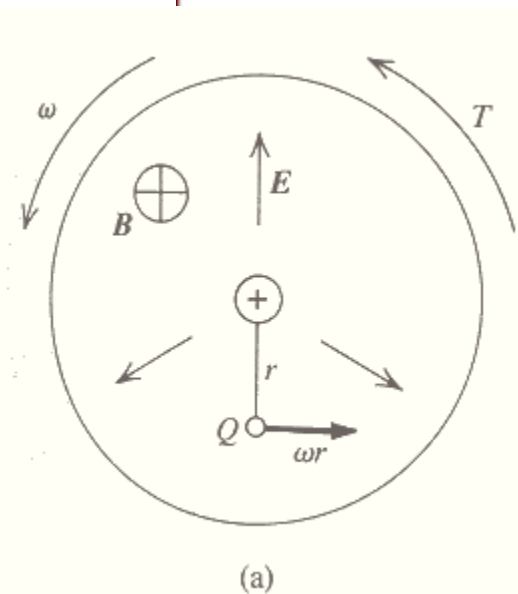


(b)

Şekil (a) 'da görüldüğü gibi homopolar motor aşağı yukarı düzgün aksinel manyetik alanın içinde dönen bakır diskten oluşur. Diskin içinden radyal olarak akan akım üzerindeki manyetik kuvvet sürücü bir tork oluşturur.

Homopolar motor yapısı gereği düşük voltaj yüksek akım aletidir. Genellikle doğru akımda çalışırlar. Genellikle düşük hız yüksek tork gerektiren yerlerde mesela gemi itmelerinde kullanılırlar. Akım dizel generatör, gerilim düşürücü devre ve kontrol devresi tarafından sağlanır. Eksenel **B** 'de süperiletken nüveden sağlanır.

Burada diskin içindeki elektrik alan saf radyal olarak kabul edilmiştir. Şekil (b) de ise nüve ile birlikte homopolar motorun kesiti verilmiştir. Burada BR fırçadır.



Şekil 'den de görüleceği gibi

- (1) Q yük taşıyıcıları ωr eğrisel hıza sahiptir
- (2) Sonuçta yük taşıyıcıları $Q\omega rB$ radya manyetik kuvvetinin etkisi altındadır.
- (3) Yük taşıyıcıları ayrıca QE radyal kuvvetin etkisi altındadır.
- (4) Sonuç olarak onun radyal hızı $\mathcal{M}(E - \omega rB)$ 'e eşittir. Burada $\mathcal{M}$ mobilitedir. Yük taşıyıcılarının mobilitesi Q_v 'nin kuvvete bölünümüne eşittir. Bu radyal hız ωr 'ye göre çok çok küçüktür.
- (5) Bu küçük radyal hız $Q[\mathcal{M}(E - \omega rB)]$ eğrisel kuvveti verir.

Sonuçta r yarıçapındaki birim hacim başına eğrisel (azimuthal) kuvvet

$$\mathbf{F}' = NQ[\mathcal{M}(E - \omega rB)]\mathbf{B} = \sigma(E - \omega rB)\mathbf{B}, \quad (22-32)$$

Bu kuvvet basitçe $|\mathbf{J} \times \mathbf{B}|$ 'ye eşittir ve yönüde şekilde görüldüğü gibi saat yönünün tersi istikamettir. S kalınlığındaki disk için yük taşıyıcılarına uygulanan birim hacim başına tork $\mathbf{r} \times \mathbf{F}'$ dür ve saat yönünün tersi yönde toplam tork

$$T = \int_a^b r[2\pi r s \sigma(E - \omega rB)] dr = 2\pi s \sigma B \int_a^b r^2(E - \omega rB) dr \quad (22-33)$$

Burada a ve b sırası ile diskin akım taşıyan bölgesinin iç ve dış yarıçaplarıdır.

Hala E 'nin fonksiyonu olarak bulunmalıdır. Rakyal akım r 'den bağımsız olduğundan E 'yi bulmak kolaydır:

$$I = 2\pi rsJ = 2\pi rs\sigma(E - \omega rB). \quad (22-34)$$

Daha sonra

$$E - \omega rB = \frac{I}{2\pi rs\sigma}. \quad (22-35)$$

Sonuç olarak,

$$T = BI \int_a^b r dr = \frac{BI(b^2 - a^2)}{2}. \quad (22-36)$$

Bu yük taşıyıcıları üzerine uygulanan saat yönünün tersi yöndeki torkdur. Bu ayrıca disk üzerine de uygulanan torktur da çünkü taşıyıcılar sürekli olarak kırılmal kafesin atomları ile çarpışır. Burada vurgulanması gereken ilginç noktalar vardır.

(1) Manyetik kuvvetin eğrisel (azimuthal) bileşeni olduğu için burada faydalı bir iş yapar. Yük taşıyıcılarının kinetik enerjisini etkilemediği gerçeği yersizdir.

(2) Denklem 22.35 gösterir ki E r 'nin özel bir fonksiyonudur:

$$E = (\omega B)r + \frac{I}{2\pi\sigma s} \frac{1}{r}. \quad (22-37)$$

Hacimsel yük yoğunluğu

$$\rho = \epsilon_0 \nabla \cdot \mathbf{E} = \epsilon_0 \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rE) = 2\epsilon_0 \omega B. \quad (22-38)$$

Bu yük yoğunluğu düzgündür. Slayt 25'deki (a) şeklindeki B ve ω için pozitifdir. Bu $\nabla \times \mathbf{B}$ alanının sonucudur.

(3) a ve b arasına uygulanan kuvvet

$$V = \int_a^b \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \int_a^b \left(\omega B r + \frac{I}{2\pi s \sigma r} \right) dr \quad (22-39)$$

$$= \omega B \frac{b^2 - a^2}{2} + \frac{I}{2\pi s \sigma} \ln \frac{b}{a}. \quad (22-40)$$

I 'nin katsayısı diskin a ve b yarıçapları arasındaki dirençtir. ω 'nin katsayısı da daha önce bulduğumuz torkun I 'ya bölünmüştür. Sonuçta

$$V = \frac{\omega T}{I} + IR. \quad (22-41)$$

Bu sonuç beklenen sonuçtur. Her iki tarafı I ile çarparsak

$$VI = \omega T + I^2 R. \quad (22-42)$$

Bu denklem basitçe kaynak tarafından verilen VI gücü mekanik kuvvet ωT artı diskte harcanan I^2R gücüne eşit olduğunu söyler. Burad ağıer kayıplar ihmal edilmiştir.

Denklem 22.42 gösterir ki verilen bir V için $\omega=0$ için I maksimumdur. Denklem 22.36'dan akım maksimumken dolayısı ile $\omega=0$ ken T maksimumdur. Sonuçta mekanik kuvvet sıfırdır. Ters olarak denklemler 22.40 dan

$$\omega = \omega_{\max} = \frac{2V}{B(b^2 - a^2)}. \quad (22-43)$$

Olduğu zaman hem I hemde T sıfırdır. Bu maksimum açısal hızdır. Mekanik güç de sıfırdır. Bu hızın ötesinde alet generatör gibi davranır. Mekanik gücün maksimum olduğu noktayı bulmak için

$$\frac{d}{dI}(\omega T) = \frac{d}{dI}(VI - I^2R) = 0. \quad (22-44)$$

Atılır ve sonuçta

$$I = \frac{V}{2R}, \quad VI = 2I^2R, \quad (22-45)$$

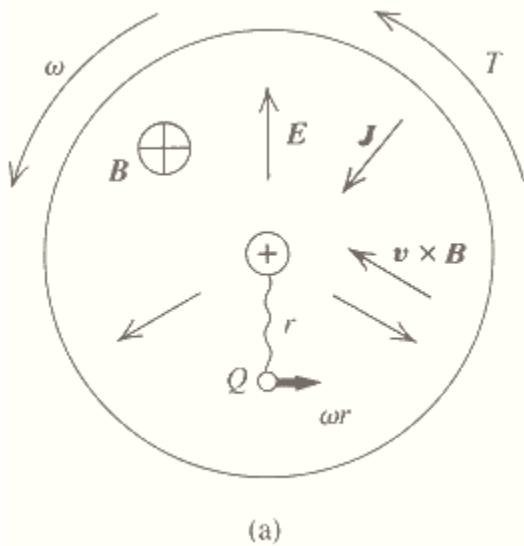
Ve mekanik kuvvet Joule güç kayıplarına eşittir.

Mekanik güç kaynağın enerjisinin yarısı ısı olarak harcandığında maksimum olur. Sonuçta verim %50 'dir ve maksimum güçteki açısal hız

$$\omega_{\text{maximum power}} = \frac{V}{B(b^2 - a^2)}, \quad (22-46)$$

veya $\omega_{\text{max}}/2$ dir.

ÖRNEK: HOMOPOLAR GENERATÖR



Homopolar generatör homopolar motor gibi düşük voltaj yüksek akım aletleridir. Uygulama alanlarından biri endüstride elektrolizde metal saflaştırmak için yüksek akım gerektiğinde kullanılmasıdır.

Slayt 20'deki şekil soldaki şekilde olduğu gibi şimdiki generatör durumunda $\omega r B > E$ hariç uygulanabilir. Motor için yaptığımız hesaplamalar aynı şartlarda burada da uygulanabilir.

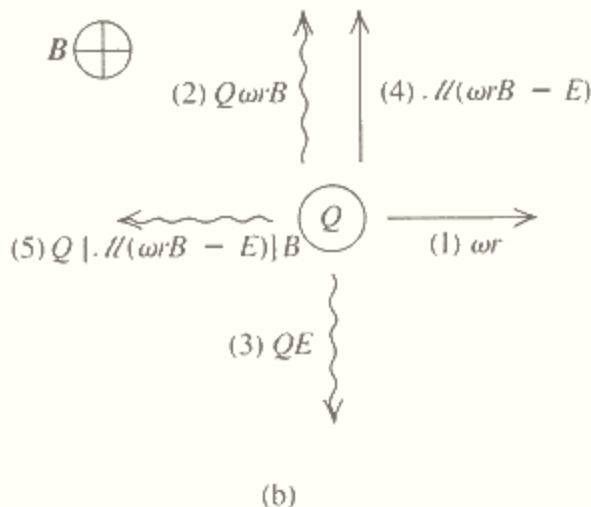
F' güç yoğunluğu şimdi saat yönündedir. Yük taşıyıcılar üzerine uygulanan manyetik tork

$$T = \frac{BI(b^2 - a^2)}{2} \quad (22-47)$$

Da aynı zamanda saat yönündedir ve harekete karşı koyar. Enerjinin korunumu

$$\omega T = VI + I^2 R = I^2 (R_{\text{load}} + R), \quad (22-48)$$

Olamsını gerektirir. Burada ωT generatörü nesleyen mekanik güçtür. VI 'da yük direncine verilen elektriksel güçtür ve $I^2 R$ 'de termal güç harcanımıdır.



Burada diğer kayıplar ihmal edilmiştir. T 'nin değerini yerine yazıp basitleştirirsek

$$I = \frac{\omega B(b^2 - a^2)}{2(R_{\text{load}} + R)}. \quad (22-49)$$

Sonuçta homopolar generatör çıkış dirennci diskin direnci R olan ve gerilimi de $\omega B(b^2 - a^2)/2$ olan ideal gerilim kaynağı gibi davranır.

6. MANYETİK ALANLAR VI.

- Giriş
- İletken olmayanın içinde $\nabla \times \mathbf{B}$ alanı
- Hareketsel Elektromotor. $\nabla \times \mathbf{B}$ alanı için Faraday Endüksiyon Yasası
- Lenz Yasası
- Zamana Bağımlı $\mathbf{B}$ için Faraday Endüksiyon Yasası. $\mathbf{E}$ 'nin Rotasyoneli
- V ve $\mathbf{A}$ potansiyel terimleri cinsinden $\mathbf{E}$ elektrik alan şiddeti
- $\mathbf{E}$, ∇V , $-\partial \mathbf{A} / \partial t$ ve $\nabla \times \mathbf{B}$ alanları
- Faraday Endüksiyon Yasasının iki formunun alakalandırılması
- Altı Anahtar denklem

6.1 GİRİŞ

Manyetik Alanlar 5'de manyetik alanda hareket eden yüklü parçacık veya akım üzerine etki eden manyetik kuvvetler hakkında idi. Bu kuvvetler $Q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ formundadır.

Bu bölümde hareket eden makroskobik bünye içinde $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ 'nin etkisi araştırılacaktır. Göreceğimiz ki iletken bünyede $\mathbf{v} \times \mathbf{B} = \mathbf{E}$ gibi davranır. Ayrıca göreceğiz ki zamana bağımlı manyetik alan elektrik alan şiddetini arttıracaktır ve $\nabla \times \mathbf{E} = -\partial \mathbf{B} / \partial t$ dir. Faraday endüksiyon yasası her iki olayı güzelce guruplandırır.

6.2 İLETKEN OLMAYAN İÇİNDE $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ ALANI

(1) Diyelim ki sabit manyetik alanın içinde manyetik ve iletken olmayan malzeme tesadüfi olarak hareket etsin. Sonuçta Q yükü manyetik akı yoğunluğu $\mathbf{B}$ olan bölgeye $\mathbf{v}$ hızında bünyenin içinde taşınır ve $Q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ kuvvetinin etkisi altında kalır.

Bölüm 5.2’de bahsedildiği gibi $\mathbf{v}$ koordinat sisteminin ve zamanın herhangi fonksiyonu olabilir. Hız bünye içinde düzgün olabilir veya zamanla birlikte bir noktadan diğer noktaya değişebilir.

$\mathbf{B}$ ’ninn kendisi koordinat sisteminin herhangi bir fonksiyonu olabilmesine rağmen hipotez gereği burada sabittir. Daha sonra zamanla değişen manyetik alanlarda gelinecektir.

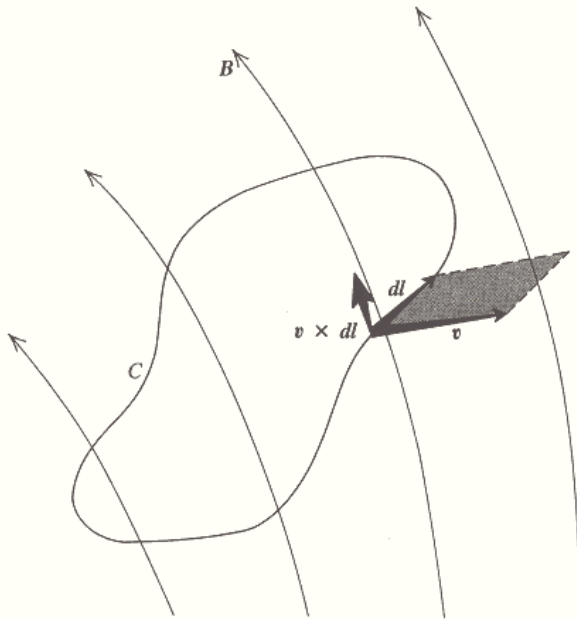
$Q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ kuvvet boyutunda olduğundan $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ $\mathbf{E}$ boyutundadır. Gerçekte eğer ortamda $\mathbf{E}$ varsa $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ $\mathbf{E}$ ‘ye eklenir. Bu durumda polarizasyon

$$\mathbf{P} = \epsilon_0 \chi_e (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}). \quad (23-1)$$

Şeklinde verilir.

(2) Eğer iletken olmayan manyetik ise eşdeğer akımlar hareket eden medyayı takip eder fakat eğer çevreleyen **B** düzgün değilse zamanın fonksiyonu olabilirler. Sonuçta bu durum complex olabilir.

6.3 HAREKETSEL ELEKTROMOTOR. $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ İÇİN FARADAY ENDÜKSİYON YASASI



Şekildeki gibi manyetik alan içinde bütün olarak hareket eden ve bir yolla biçimini değiştiren kapalı bir C devresi düşünelim. Sonuçta endüklenen veya hareketli **elektromotor (elektromotance)**

$$\mathcal{V} = \oint_C (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{l} = - \oint_C \mathbf{B} \cdot (\mathbf{v} \times d\mathbf{l}). \quad (23-2)$$

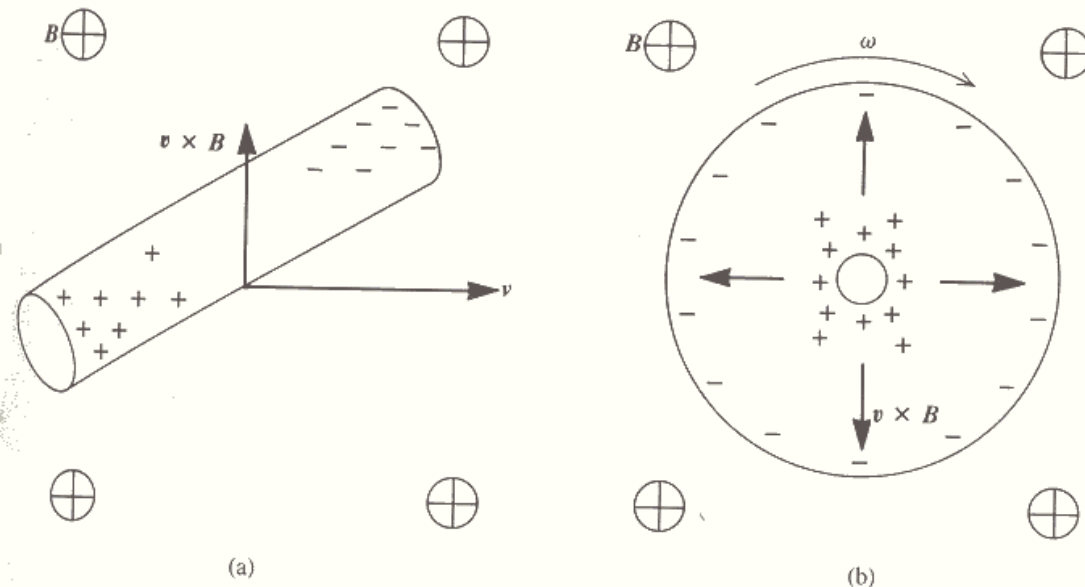
Negatif işaretin anlamı terimlerin dairesel sırasını değiştirdiğimiz içindir. $\mathbf{v} \times d\mathbf{l}$ bir saniyede $d\mathbf{l}$ tarafından süpürülen alandır. Sonuçta $\mathbf{B} \cdot (\mathbf{v} \times d\mathbf{l})$ 'nin hareketi nedeni ile devrenin sarmaladığı manyetik sarmal akıdaki artış oranıdır.

Komplex devre üzerinden integrale endüklenen elektromotor kuvvetinin devrenin sarmaladığı manyetik sarmal akının zaman oranı ile orantılı olduğu bulunur:

$$\mathcal{V} = - \frac{d\Phi}{dt} \quad (23-3)$$

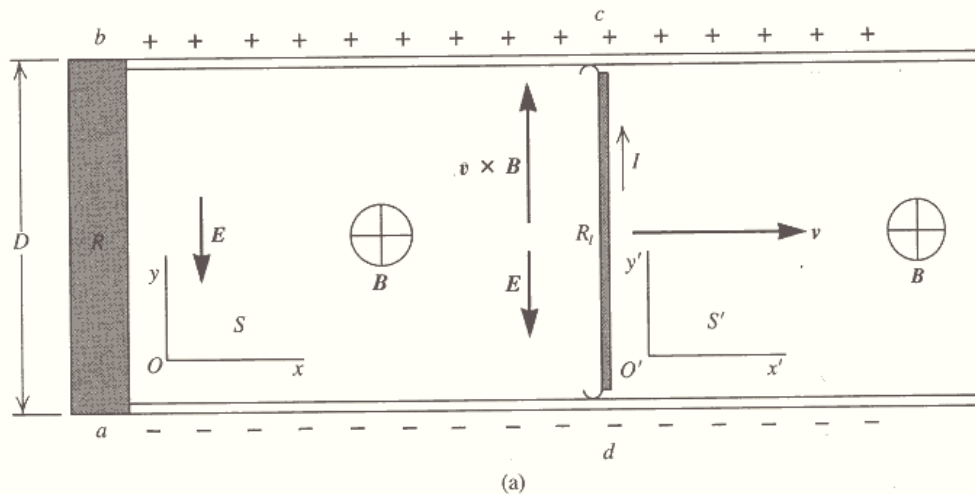
$\mathcal{V}$ ve Φ için pozitif yön sağ el kuralına uyar. Devre sanki $\mathcal{V}$ voltajlı gerilim kaynağı bağlanmış devreymiş gibi davranır.

Bu $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ alanı için **Faraday Endüksiyon Yasası**'dır. Bu yasa önemlidir Burada sabit $\mathbf{B}$ için uygulanmasına rağmen gerçekte bölüm 6.5'de göreceğimiz gibi genel bir denklemdir. Çoğunlukla Φ 'yi hesaplamak zordur $\mathbf{v}$ yüzeden $\mathcal{V}$ 'yi elde etmek için devre civarında $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ integre edilebilir.



Eğer C devresi açık ise akım yüklerin toplanmasından oluşan elektrik alan $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ alanını yok edinceye kadar akar.

ÖRNEK: BASİT GENERATÖR



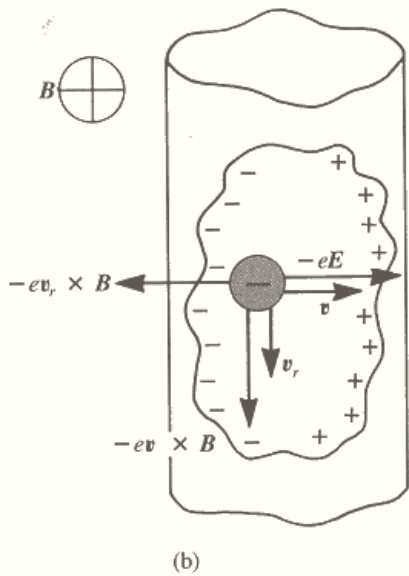
Elektrik generatör genellikle iletken kabloyu manyetik alana dik yönde döndürerek mekanik enerjiyi elektrik enerjisine çevirir. En basit (en pratik olmayan) generatör tipi Şekil (a)'da gösterilmiştir. Bağlantı elemanı (link) kağıt düzlemine dik düzgün $\mathbf{B}$ alanı içinde v hızında ($v^2 \ll c^2$) sağa doğru kayar. Hattın en solundaki direnç R ve linkin iç direncide R_l 'dir. Enine kablonun direnci sıfırdır.

Elektromotor kuvveti

$$\mathcal{V} = -\frac{d\Phi}{dt} = BDv. \quad (23-4)$$

Burada I akımının kendisinden doğan manyetik alan ihmal edilmiştir. Başka bir değişle R büyüktür. Böylece

$$I = \frac{BDv}{R + R_l}. \quad (23-5)$$



Linkin içindeki iletkenlik elektronları v hızında takip eder ve $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ alanı aşağıya doğru dırter. Bu dürtme hızı sürekli şartlar altında $\mathbf{v}_r$ dir ve likle alakalı olarak kesinlikle dikinedir. Aksi halde negatif yükler linkin bir ucunda sonsuz potansiyele sebep olacak şekilde birikebilirdi. Bu durum yandaki şekilde gösterilmiştir.

Sabit belirli bir S referans çerçevesi içinde Q yükündeki iletkenlik elektronu üzerine etkiyen kuvvet Lorentz kuvvetidir. Sonuçta link içinde

$$\mathbf{J} = \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) = \sigma(-\nabla V + \mathbf{v} \times \mathbf{B}). \quad (23-6)$$

Şimdide S içindeki V 'yi hesaplayalım. 7. Slayttaki (a) şeklindeki b noktasında $V_b = IR$ 'dir. Herbir boyuna kabloda $\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$ sonludur. Hipotez gereği $\sigma \rightarrow \infty$ olduğu için $\mathbf{E} = 0$, $\nabla V = 0$ olmalıdır ve

$$V_d = V_a = 0, \quad V_c = V_b = IR. \quad (23-7)$$

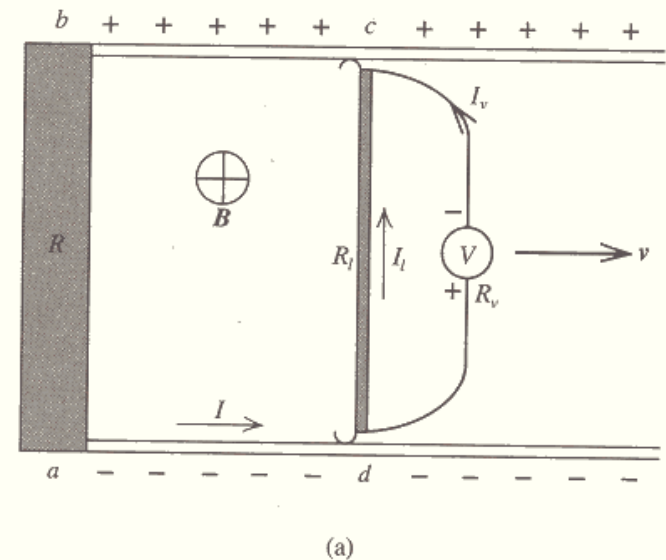
R ve R_l içinde y eksenine göre gerilim

$$V = IR \frac{y}{D} = \frac{vBR}{R + R_l} y. \quad (23-8)$$

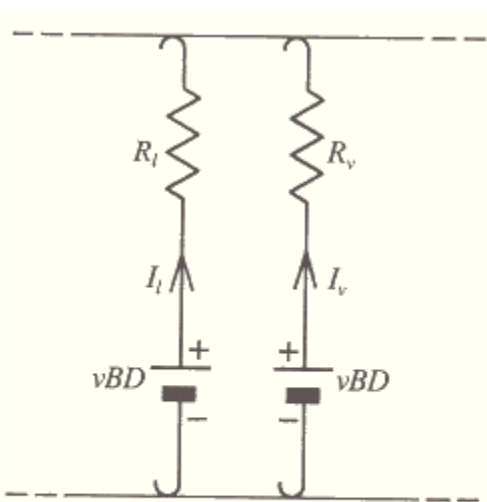
R_l boyunca V_c gerilimi IR 'dir:

$$V_c = IR = I(R + R_l) - IR_l = vBD - IR_l. \quad (23-9)$$

Bunun anlamı linkin hareketi vBD gerilimi üretirken akım IR_l gerilim düşümü oluşturur.



Şekildeki gibi linkin iki ucuna bir voltmetre bağladığımızı düşünelim. Voltmetrenin iç direnci R_v ($R_v \gg R_l$) olsun. Bu direnç / akımını hemen hemen hiç etkilemez.



(b)

Voltmetrede okunacak gerilimi bulabilmek için (b) şeklini inceleyelim. Bilinen odur ki $\mathbf{B} = -B\hat{z}$ dir ve bunu üreten akım belirtilmemiştir. Diyelim ki

$$A_x = nBy, \quad A_y = (n + 1)Bx, \quad (23-10)$$

Burada n saf sayıdır. Eğer $n=0$ $\mathbf{B}$ 'yi üreten akımın tamamı diktir. Eğer $n=-1$ ise akımın tamamı boyunadır. Ekseni z eksenine oturan selenoid için $n=1/2$ 'dir. Sonuçta R ve R_l içinde

$$\mathbf{E} = -\nabla V - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = -\nabla V \quad (23-11)$$

$$= -\frac{vBR}{R + R_l} \hat{y}. \quad (23-12)$$

Şimdide kendi S' referans çerçevesi içinde linkin içinde ne olduğunu görelim.

$$A'_x = A_x - \frac{vV}{c^2} = nBy - \frac{v^2}{c^2} \frac{BR}{R + R_l} y \approx nBy, \quad (23-13)$$

$$A'_y = A_y = (n + 1)Bx = (n + 1)Bvt, \quad (23-14)$$

$$V' = V - vA_x = \frac{vBR}{R + R_l} y - vnBy = \left(\frac{R}{R + R_l} - n \right) vBy. \quad (23-15)$$

$$V'_c = \left(\frac{R}{R + R_l} - n \right) vBD. \quad (23-16)$$

Dikkat edilirse A' ve V' değerleri sadece n değerine bağlıdır. Başka bir deyişle B' 'yi üreten nüvenin özel geometrisine bağlıdır. Şimdi

$$\mathbf{E}' = -\nabla' V' - \frac{\partial \mathbf{A}'}{\partial t'}, \quad (23-17)$$

Burada

$$\nabla' = \frac{\partial}{\partial y'} \hat{\mathbf{y}} = \frac{\partial}{\partial y} \hat{\mathbf{y}}', \quad t' = t - \frac{v}{c^2} x = t - \frac{v^2}{c^2} t \approx t. \quad (23-18)$$

Sonuçta

$$\mathbf{E}' = -\frac{\partial V'}{\partial y} \hat{\mathbf{y}} - \frac{\partial \mathbf{A}'}{\partial t} = -\frac{\partial V'}{\partial y} \hat{\mathbf{y}} - \frac{\partial A_y'}{\partial t} \hat{\mathbf{y}} \quad (23-19)$$

$$= \left[-\left(\frac{R}{R + R_l} - n \right) v B - (n + 1) v B \right] \hat{\mathbf{y}} \quad (23-20)$$

$$= -\left(\frac{R}{R + R_l} - 1 \right) v B \hat{\mathbf{y}} = \frac{R_l}{R + R_l} v B \hat{\mathbf{y}}. \quad (23-21)$$

Genelde $-\partial \mathbf{A}' / \partial t'$ $\propto \mathbf{B}'$ 'ye eşit değildir. Dikkat edilirse n kayboldu. Bu böyle olmalıdır çünkü $\mathbf{E}$ manyetik alanı üreten nüvenin konfigürasyonundan bağımsız olmalıdır. $\mathbf{E}'$ nü direk olarak $v^2 < c^2$ için $\mathbf{E}$ 'den türetebiliriz.:

E' nü direk olarak $v^2 \ll c^2$ için **E** 'den türetebiliriz:

$$\mathbf{E}' = \mathbf{E}_{\parallel} + (\mathbf{E}_{\perp} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) = \mathbf{E}_{\perp} + \mathbf{v} \times \mathbf{B} \quad (23-22)$$

$$= \left(-\frac{vBR}{R + R_l} + vB \right) \hat{y} = \frac{R_l}{R + R_l} vB \hat{y}, \quad (23-23)$$

Yukardaki gibi bulabiliriz. Bu gösterirki linkin hareket eden referans frami içinde **E'** **E** artı $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ 'ye eşittir.

I' akımı I akımına eşittir ve S' framinde bulunan gözlemcinin voltmetrede okuduğu değer S 'deki gözlemcinin okuduğu değere eşittir.

ÖRNEK: ALTERNATİF AKIM GENERATÖRÜ

Şekildeki gibi çerçeve düzgün $\mathbf{B}$ manyetik alanı içinde ω açısal hızında dönsün. Endüklenen elektromotor kuvvetini ($\mathcal{V}$) önce $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ den sonrada $-d\Phi/dt$ 'den hesaplayalım.

(a) Çerçevenin sağ tarafı boyunca

$$b\mathbf{v} \times \mathbf{B} = \frac{\omega a}{2} Bb \sin \theta \hat{x} = \frac{\omega abB}{2} \sin \omega t \hat{x}. \quad (23-24)$$

Çerçevenin sol tarafında da üretilen elektromotor kuvveti aynıdır fakat şekildende görüleceği gibi aşağı doğrudur. Üst ve alt kenarda $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ kabloya diktir. Bu elektronların kenarlarda birikmesine neden olur dolayısı ile direnci farkedilmeyedek derecede arttırır fakat elektromotor kuvvetine bir katkısı olmaz. Sonuçta

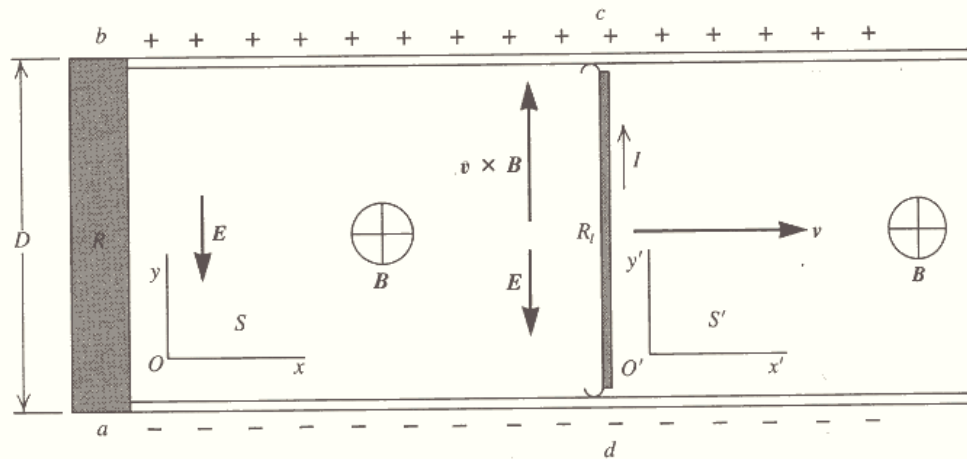
$$\mathcal{V} = abB\omega \sin \omega t. \quad (23-25)$$

Dikkat edilirse $\omega t = n\pi$ (n : tamsayı) için elektromotor kuvveti sıfırdır. Sonuçta $\mathbf{v}$ ve $\mathbf{B}$ paralel ve $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ sıfırdır.

(b) Manyetik akı yoğunluğunun zaman üzerinden türevi aynı sonucu verir:

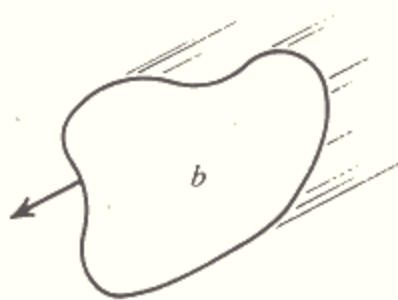
$$\mathcal{V} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt} abB \cos \omega t = abB\omega \sin \omega t. \quad (23-26)$$

6.4 LENZ YASASI



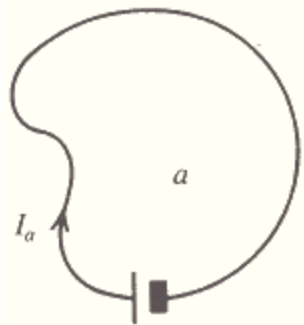
Yukardaki şekil incelenirse linkin sağa doğru kayması sarmalanan akıyı artırır fakat endüklenen akım onu azaltma eğilimindedir. Sonuçta endüklenen elektromotor kuvveti alanı sarmalanan net manyetik akıda zıt yönde olan akım sürer. Buna **Lenz Yasası** denir. Eğer iletken süper iletken ise sarmalanan akı sabit kalırdı. Lenz yasasına tekrar geri dönecektir.

6.5 ZAMANLA DEĞİŞEN **B** İÇİN FARADAY ENDÜKSİYON YASASI VE **E**'NİN ROTASYONELİ



Şekildeki gibi iki kapalı rijit devre düşünelim. Pasif b devresi rasgele yolla a devresine doğru hareket ederken aktif a devresi sabittir. I_a akımı sabittir. Bölüm 6.3'den b devresinde endüklenen elektromotor kuvveti

$$\mathcal{V} = \oint_b (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{l} = -\frac{d\Phi}{dt}, \quad (23-27)$$



Burada Φ b 'yi sarmalayan manyetik akıdır. Bu önemsiz gibi görülebilir fakat değildir çünkü $d\Phi/dt$ a ve b devreleri her ikisinde durağan I_a akımı uygun şekilde değişken olması ile aynı olurdu. Bunun anlamı Faraday endüksiyon yasası

$$\mathcal{V} = -\frac{d\Phi}{dt} \quad (23-28)$$

Sabit **B** içinde hareket eden iletkenlere uygulanabildiği gibi zamanla değişen **B** içinde durağan iletkenlere de uygulanabilir.

Zamanla değişen manyetik alan içersinde bulunan durağan C devresinde endüklenen elektromotor kuvveti

$$\mathcal{V} = \oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \int_{\mathcal{A}} (\nabla \times \mathbf{E}) \cdot d\mathcal{A} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\int_{\mathcal{A}} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathcal{A}. \quad (23-29)$$

Birinci integralden ikinci integrale geçişte Skotes Teoremi kullanılmıştır. $\mathcal{A}$ C eğrisi tarafından sınırlanan tesadüfi yüzeydir. Son integralde $\mathbf{B}$ hem koordinat sisteminin hemde zamanın fonksiyonu olabileceğinden kısmi türev kullanılmıştır. İntegrasyon yolunun iletken malzeme içinde olması gerekmez. Üçüncü ve son terimin anlamı

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}.$$

Bu da maxwell denklemlerinden bir tanesidir. Bu denklemde 9.15 ve 18.9 denklemlerinde olduğu gibi bütün değişkenler aynı referans framinde tanımlanmış ise geçerlidir.

6.5.1 TEKRAR LENZ YASASI

23.28 VE 23.30 denklemlerindeki negatif işareti önemlidir. Eğer Φ kağıt düzleminde içeri doğru ise $d\Phi/dt$ kağıt içini gösterir. Sağ el kuralına göre negatif işaretinin anlamı endüklenen elektromotor kuvveti saat yönünün tersi yöndedir.

Dikkar edilirse endüklenen elektromotor kuvveti akı değişimine zıt yönde manyetik alan üretme eğilimindedir.

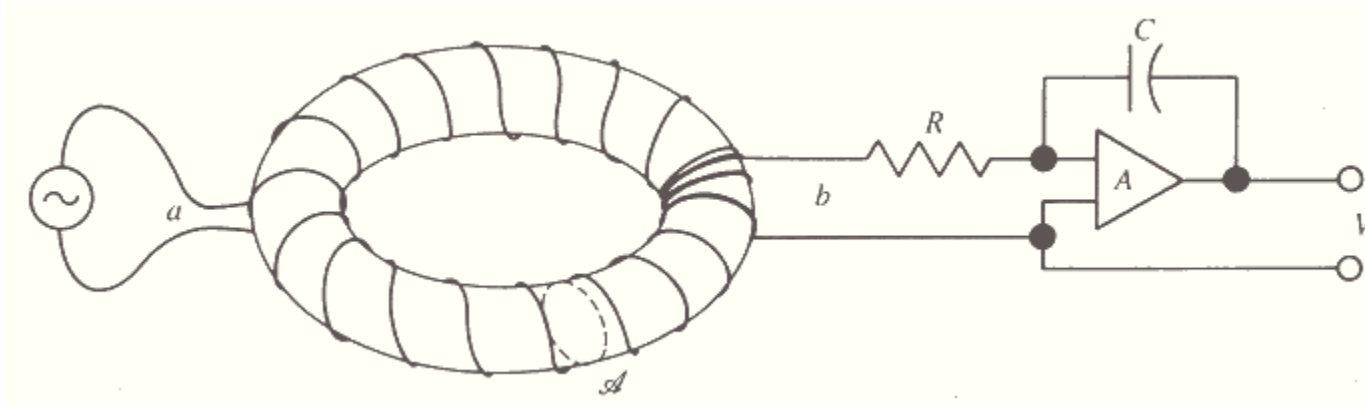
6.5.2 SARMAL AKI

Eğer kapalı devre N sarımlı ise herbiri aynı manyetik akıyı sarmalar. Sonuçta endüklenen elektromotor kuvveti N kere daha kuvvetlidir. Nöylece $N\Phi$ sarmal akı şeklinde ifade edilir:

$$\Lambda = N\Phi \quad \text{and} \quad \mathcal{V} = -\frac{d\Lambda}{dt}. \quad (23-31)$$

Tabiki devrenin geometrisi ve alanın konfigürasyon çok kompleks olabilir. Sonuç olarak bu denklem hala uygulanabilir ve Λ 'nın geometrik anlamı belirsiz olabilir fakat $\mathcal{V}$ dolayısı ile Λ hala ölçülebilir büyüklüktür.

ÖRNEK: ROWLAN HALKASI İLE B 'NİN ÖLÇÜLMESİ



Bölüm 4.3'de gördüğümüz Rowlan halkasında örnek ferromanyetik malzemenin histerizis döndüsünü gözlemleyebilmek için B 'nin değişimini bulmaya çalışalım. Şekildeki a devresine alçak frekanslı bir akım verelim. Bu akım

$$I = I_m \cos \omega t. \quad (23-32)$$

Şeklinde olsun. Bölüm 3.7'den a devresinin sarım sayısı N_a ise H sinüzoidal bir fonksiyondur.

$$H = \frac{N_a I_m \cos \omega t}{2\pi r}. \quad (23-33)$$

Burada küçük yarıçap büyük yarıçapa göre çok küçüktür. Sonuçta r ana yarıçaptır. Eğer manyetik akı yoğunluğu kesit boyunda ortalama ise manyetik akı $B\mathcal{A}$ ve işaretleride göz ardı edersek N_b sarımlı b sargısında endüklenen elektromotor kuvveti ise

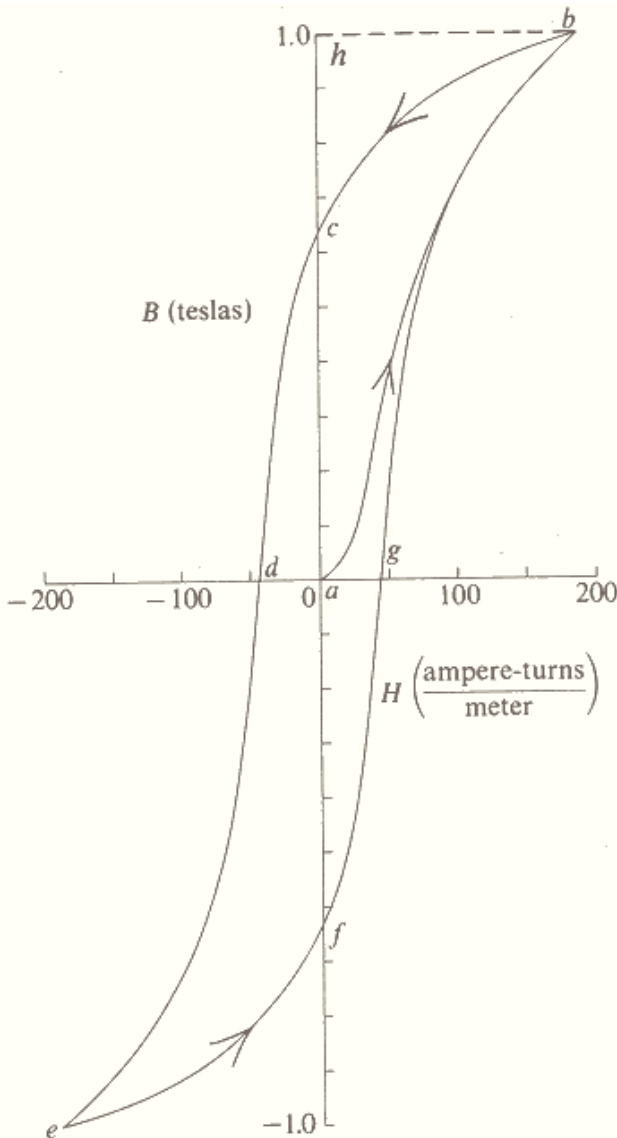
$$\mathcal{V} = N_b \frac{d\Phi}{dt} = N_b \mathcal{A} \frac{dB}{dt}. \quad (23-34)$$

Bu gerilim eğer ölçü aleti sıfır akım çekerse b 'nin uçlarında ölçtüğü gerilimdir. B yi elde edebilmek için b ye integral alıcı devre bağlanmıştır. Sonuçta $A \gg 1$ olan operansyonel kuvvetlendirici ile ve eğer $A\omega RC \gg 1$ ise

$$V = -\frac{1}{RC} \int_0^t N_b \mathcal{A} \frac{dB}{dt} dt = -\frac{N_b \mathcal{A}}{RC} B. \quad (23-35)$$

Burada $t=0$ 'da $V=0$ alınmıştır. Sonuç olarak integral alıcı devrenin sonunda B bilinen katsayı çarpımı ile elde edilir.

ÖRNEK: HİSTERİZİS DÖNGÜSÜNDE KAYBOLAN ENERJİ



Şekilde verilen ferromanyetik malzemenin histerizis döngüsündeki enerji kaybını hesaplamak isteyelim. Bunun için bölüm 4.3'de verilen Rowland Halkası dikkate alınacaktır. Eğer I_a akımı artarsa çekirdekdeki Φ artar ve lenz kuralına göre endüklenen $-N_a d\Phi/dt$ elektromotor kuvveti a sargısının bu artışına karşı duru. Sonuçta kaynak tarafından gönderilen extra güç eğer A örneğin kesit alanı ise

$$\frac{d\mathcal{E}}{dt} = I_a \left(N_a \frac{d\Phi}{dt} \right) = I_a N_a \mathcal{A} \frac{dB}{dt}, \quad (23-36)$$

Olur. Ayrıca

$$\frac{d\mathcal{E}}{dt} = \frac{I_a N_a}{2\pi r} 2\pi r \mathcal{A} \frac{dB}{dt} = H v \frac{dB}{dt}, \quad (23-37)$$

'dır. Burada $v = 2\pi r \mathcal{A}$ örnekğin hacimidir.

Şekilde g 'den b noktasına gitmek için kaynak tarafından verilen enerji

$$\mathcal{E}_1 = v \int_g^b H dB \quad (23-38)$$

Şekilinde bulunur. Bu integral $agbh$ noktaları tarafından tanımlanan alana ve kaynak tarafından birim hacme verilen enerjiye eşittir.

Eğer akım aynı yönde ve azalırsa endüklenen elektromotor kuvvetinin polaritesi ters döner ve b 'den c 'ye giderken enerji

$$\mathcal{E}_2 = v \int_b^c H dB \quad (23-39)$$

Kaynağa geri döner. Bu işlemi döngü boyunca devam ettirirsek kaynak tarafından sağlanan enerji

$$\mathcal{E} = v \oint H dB, \quad (23-40)$$

Olur yani hacim kere döngünün alanı olur.